



中国汽车工程学会智能网联汽车知识库

 Springer



汽车先进技术译丛
智能网联汽车系列

主动驾驶鲁棒控制系统设计

Robust Control Design for Active Driver Assistance Systems

[匈] 彼得·加斯帕尔 (Péter Gáspár)
佐尔坦·撒扎博 (Zoltán Szabó) 著
约瑟夫·波克 (József Bokor)
巴尔兹斯·尼梅什 (Balázs Németh)
吴量 马芳武 等 译



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

汽车先进技术译丛·智能网联汽车系列

主动驾驶鲁棒 控制系统设计

[匈] 彼得·加斯帕尔 (Péter Gáspár) 佐尔坦·撒扎博 (Zoltán Szabó) 著
约瑟夫·波克 (József Bokor) 巴尔兹斯·尼梅什 (Balázs Németh)
吴 量 马芳武 等译



机械工业出版社

本书重点介绍了几种影响车辆动力学特性的控制方法，这些控制方法能够辅助驾驶人提高驾乘舒适性、附着力、经济性以及安全性等，并始终保证驾驶人的可操纵权限大于驾驶辅助系统。基于线性变参数框架，单一组件的控制问题通过运用统一的建模与设计方法实现模型搭建与求解。理想的整车操纵行为是以保证整车协同控制性能为前提，通过多个单独的控制组件间的相互作用来实现。同时，整车协同控制问题也是在线性变参数框架下建立并求解的。本书所阐述的最重要部分包括：建模与控制器设计中线性变参数模型的应用，鲁棒线性变参数设计的应用，主动驾驶辅助系统中布置控制任务的统一框架，整车协同控制问题的建立与解决方案，可重构与容错控制结构体系设计的方案，即插即用概念的建立与解决方案，详细的案例分析。

本书适合高校科研人员、控制工程与车辆控制专业研究生以及汽车制造业工程师阅读。

译者序

车辆面向智能化发展势不可挡，主动辅助驾驶技术是车辆智能化的重要环节，也是车辆实现无人化的必经之路。随着计算机与电子技术等相关领域的快速发展，处理器、传感器以及电动执行机构的小型化给车辆智能化的发展提供了良好的基础。随之而来的是对控制系统设计带来了更高的要求。各电控设备间控制方面的协同配合以及控制系统与驾驶人的默契程度决定着车辆的行驶品质与操纵性能。

由 Péter Gáspár、Zoltán Szabó、József Bokor 与 Balázs Németh 编写的《Robust Control Design for Active Driver Assistance Systems – A Linear – Parameter – Varying Approach》一书对主动驾驶辅助系统（ADAS）的控制系统设计问题进行了介绍。本书以智能化电控底盘系统的构成为框架非常详尽地说明了各系统鲁棒控制设计方法，并对如何运用线性变参数方法实际问题进行了详细解读及案例研究诠释。

译者翻译此书旨在介绍和推进车辆系统控制工程的技术转移，为读者进一步理解该领域的发展趋势提供理论框架，并且为研究人员提供一个全面了解智能车辆底盘系统控制的新平台。这将有利于推进新研究成果的广泛及快速传播。本书在翻译编排上由浅入深、循序渐进，力求通俗易懂，是一本理论联系实际的实用型工具书，适用于高校科研人员、控制工程与车辆控制方向以及汽车研发与制造业技术人员使用。

全书翻译与整理校对工作是在吉林大学汽车仿真与控制国家重点实验室的共同努力下完成的。本团队致力于模块化车辆智能底盘集成控制系统、无人化特种全地形地面搭载平台以及主动稳定隔振系统的研发工作，旨在研发面向未来无人化时代的多功能全地形车系列平台，也正是该目标推动我们完成了此书的翻译工作。吴量博士担任全书的总翻译与统稿工作，余烁、杨昱、李金杭、杨龙帆等参与了附录部分与个别章节的初译；张鹏参与了书中部分公式的编译工作；尹红彬、葛林鹤、倪利伟、聂家弘、于海峰、王佳伟、韩丽、沈昱成、魏路路、左世奇、贾微微参与了个别章节的校对；北京大学的董芷卉参与了整书的终稿校对，在此对以上所有成员的辛苦付出一并表示衷心的感谢。

特别鸣谢机械工业出版社在本书的翻译与出版过程中给予的大力帮助。



FISITA 技术委员会主席

SAE Fellow

2019 年 6 月 1 日

缩写词

- DOF Degrees of Freedom 自由度
- FC Full Control 完全控制
- FD Finite Dimension 有限维度
- FDI Fault Detection and Isolation 故障检测与隔离
- H^∞ H - infinity H 无穷
- $H^\infty/\mu H$ H - infinity with μ 包含 μ 的 H 无穷
- HIL Hardware in - the - Loop 硬件在环
- HJE Hamilton - Jacobi Equations 汉密尔顿 - 雅可比方程
- HJI Hamilton - Jacobi Inequalities 汉密尔顿 - 雅可比不等式
- LFT Linear Fractional Transformation 线性分数变换
- LMI Linear Matrix Inequality 线性矩阵不等式
- LPV Linear Parameter Varying 线性参数变化
- LS Least Squares 最小二乘法
- LTI Linear Time Invariant 线性时不变
- LTV Linear Time Varying 线性时变
- MIMO Multi - Input Multi - Output 多输入 - 多输出
- NLTI Nonlinear Time Invariant 非线性时不变
- OE Output Estimation 输出估计
- OF Output Feedback 输出反馈
- PDLF Parameter - Dependent Lyapunov Functions 参数依赖李雅普诺夫函数
- qLPV Quasi LPV 准线性参数变化
- RS Robust Stability 鲁棒稳定性
- RLS Recursive LS 递归最小二乘法
- RP Robust Performance 鲁棒性能
- SF State Feedback 状态反馈
- SIL Software in - the - Loop 软件在环
- SISO Single - Input Single - Output 单输入 - 单输出
- SLF Single Lyapunov Functions 单李雅普诺夫函数
- SSR State Space Representation 状态空间表达

目 录

译者序

缩写词

第 1 章 介绍 1

第 1 部分 线性变参数系统的建模与控制

第 2 章 线性变参数系统的建模 8

2.1 线性变参数模型的结构 9

2.2 线性变参数系统建模的
线性化 11

2.2.1 雅可比矩阵线性化 12

2.2.2 非均衡线性化 13

2.2.3 模糊线性化 14

2.2.4 准线性变参数系统的
线性化 14

2.2.5 线性变参数模型的非
唯一性 16

2.3 基于线性分式变换技术的
线性化 19

2.4 性能驱动线性变参数系统
建模 21

2.5 两个子系统的线性变参数系统
建模 25

2.5.1 垂向动力学建模 25

2.5.2 垂向动力学中的非线性
部分 28

2.5.3 横摆 - 侧倾动力学线性变
参数建模 33

2.6 灰箱辨识与参数估计 37

2.6.1 基于观测器的辨识 38

2.6.2 基于自适应观测器的辨识
方法 39

2.7 参数估计: 案例分析 40

2.7.1 悬架系统的辨识 40

2.7.2 横摆 - 侧倾系统的辨识 45

2.7.3 线性变参数系统中的故障
估计 54

第 3 章 线性变参数系统的鲁棒
控制 59

3.1 性能建模 59

3.2 不确定性部分的建模 62

3.3 基于线性变参数模型的控制
系统设计 63

3.3.1 非线性控制器的方程 64

3.3.2 基于单李雅普诺夫函数
方法的控制器设计 64

3.3.3 多面体方法 65

3.3.4 一种基于线性分式变换的
控制器设计 67

3.4 基于参数依赖李雅普诺夫函数
方法的控制器设计 70

3.4.1 线性变参数系统的分析 70

3.4.2 考虑 L_2 诱导范数性能的线
性变参数系统控制 72

3.4.3 不精确的线性变参数系统控
制设计 76

第 2 部分 垂向与纵向控制

第 4 章 垂向动力学中的悬架
系统 80

4.1 基于垂向性能的系统建模 81

4.1.1	性能指标	81	6.3.1	速度设计的动机	123
4.1.2	控制系统设计中的加权函数	82	6.3.2	速度曲线的设计	124
4.2	考虑不确定性影响的垂向动力学建模	84	6.3.3	前瞻控制的最优化原理	125
4.2.1	参数不确定性	84	6.4	车辆巡航控制的优化方法	126
4.2.2	加权函数	86	6.4.1	速度设计中前车的操纵性	127
4.3	基于 H_{∞} 控制的主动悬架设计	87	6.4.2	速度设计中跟随车辆的动态表现	128
4.4	基于线性变参数控制的主动悬架设计	92	6.4.3	车道变换的决策方法	130
4.5	主动悬架系统的分层控制设计	95	6.5	驾驶/制动系统中控制方法的实现	131
4.5.1	执行器的动力学建模	96	6.5.1	控制器软件在环的实现	132
4.5.2	基于反步法设计的跟踪控制	98	6.5.2	模拟仿真结果	133
4.5.3	模拟仿真结果	100			
第5章 具有侧翻抑制功能的防倾杆		103	第3部分 横向及集成控制		
5.1	横摆与侧倾动力学特性的建模	105	第7章 车辆集成控制系统的设计		
5.1.1	侧翻阈值	105	7.1	车辆集成控制的动机	138
5.1.2	加权函数的设计	107	7.2	集成控制中的线性变参数概念	141
5.2	侧翻抑制系统的线性变参数控制方法	110	7.3	局部和可重构控制系统的设计	142
5.3	具有容错能力的侧翻抑制系统的设计	112	7.3.1	制动系统的设计	144
第6章 纵向动力学中的自适应巡航控制		117	7.3.2	转向系统的设计	145
6.1	自适应巡航控制	117	7.3.3	悬架系统的设计	146
6.2	基于模型的鲁棒控制设计	119	7.3.4	执行器选型的步骤	147
6.2.1	纵向动力学建模	119	7.3.5	分散控制中的故障信息	150
6.2.2	鲁棒控制策略	120	7.4	轨迹跟踪控制系统的设计	151
6.2.3	执行器动力学建模	120	7.4.1	轨迹跟踪系统的建模	151
6.2.4	反馈控制器的设计	121	7.4.2	控制设计中的加权函数	152
6.3	基于多目标优化的速度设计	123	7.4.3	集成控制系统的设计	154
			7.4.4	模拟仿真结果	155
			第8章 可变几何悬架系统控制		
			8.1	车辆模型的横向动力学	159

8.2 可变几何悬架系统的建模·····	161	策略·····	186
8.3 可变几何悬架的鲁棒控制 系统·····	163	10.5 驾驶人辅助系统的综合控制 系统设计·····	187
第9章 轮毂电动机的 控制设计·····	168	10.5.1 模拟结果·····	188
9.1 装有轮毂电动机的车辆控制 系统设计·····	168	10.5.2 驾驶人模型的模拟仿真 环境·····	190
9.2 线性变参数控制器的上层控制 系统设计·····	170	附录·····	194
9.3 控制策略的执行·····	172	附录A 线性变参数系统模型·····	194
9.4 模拟结果·····	173	A.1 可控性, 可观性, 可稳定性·····	194
9.4.1 轮毂电动机故障模拟·····	175	A.2 变参数的不变空间·····	202
9.4.2 转向系统故障模拟·····	175	A.3 可辨识性·····	207
第10章 控制系统中的驾驶人 模型·····	180	A.4 采样时间的作用·····	208
10.1 以控制设计为目的的驾驶人 模型·····	182	A.5 线性变参数系统的自适应 观测器·····	211
10.2 横向动力学的控制导向 模型·····	183	A.6 几何法设计 qLPV FDI·····	214
10.3 驾驶人与车辆系统的互联·····	183	附录B LPV 系统的鲁棒性 控制·····	217
10.4 驾驶人辅助系统的性能 指标·····	185	B.1 结构不确定性·····	217
10.4.1 性能方程·····	185	B.2 基于非线性 $\mathcal{H}_\infty$ 方法的控制 系统设计·····	220
10.4.2 系统性能的权重分配		B.3 基于 LFT 的 qLPV 控制器 设计·····	225
		参考文献·····	231

Translation from the English language edition:
Robust Control Design for Active Driver Assistance Systems
A Linear – Parameter – Varying Approach
by Peter Gaspar, Zoltan Szabo, Jozsef Bokor and Balazs Nemeth
Copyright © Springer International Publishing Switzerland 2017
This Springer imprint is published by Springer Nature
The registered company is Springer International Publishing AG
All Rights Reserved

版权所有，侵权必究。

This title is published in China by China Machine Press with license from Springer. This edition is authorized for sale in China only, excluding Hong Kong SAR, Macao SAR and Taiwan. Unauthorized export of this edition is a violation of the Copyright Act. Violation of this Law is subject to Civil and Criminal Penalties.

本书中文简体版由 Springer 授权机械工业出版社在中国境内（不包括香港、澳门特别行政区及台湾地区）出版与发行。未经许可之出口，视为违反著作权法，将受法律之制裁。

北京市版权局著作权合同登记 图字：01 – 2018 – 2432。

图书在版编目(CIP)数据

主动驾驶鲁棒控制系统设计/(匈)彼得·加斯帕尔(Péter Gáspár)等著;
吴量等译. —北京:机械工业出版社, 2019.3

(汽车先进技术译丛. 智能网联汽车系列)

书名原文: Robust Control Design for Active Driver Assistance Systems
ISBN 978-7-111-61852-2

I. ①主… II. ①彼… ②吴… III. ①汽车 – 鲁棒控制 – 控制系统设计
IV. ①U463.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 012422 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 孙 鹏 责任编辑: 孙 鹏

责任校对: 张 薇 封面设计: 鞠 杨

责任印制: 孙 炜

北京联兴盛业印刷股份有限公司印刷

2019 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

169mm × 239mm · 15.75 印张 · 4 插页 · 307 千字

0 001—2 500 册

标准书号: ISBN 978-7-111-61852-2

定价: 130.00 元

电话服务

客服电话: 010-88361066

010-88379833

010-68326294

网络服务

机 工 官 网: www.cmpbook.com

机 工 官 博: weibo.com/cmp1952

金 书 网: www.golden-book.com

封底无防伪标均为盗版

机工教育服务网: www.cmpedu.com

第1章 介绍

驾驶辅助系统

驾驶辅助系统能够帮助驾驶人提高乘客舒适度、操纵性、交通运输的效率以及安全性等。同时，由于驾驶人的操作意图是可以超越辅助系统的，所以驾驶人仍然对车辆操控负有责任。因此，一些研究机构和汽车供应商提出对车辆控制方法的一些新需求，包括考虑驾驶人、车辆与道路等多方面因素的影响。

这本书的重点集中于影响车辆动态表现的主动驾驶辅助系统。在车的独立可控部件的层面上，控制问题通过线性变参数（LPV）框架所提供的统一建模与设计方法得到了解决。在整合控制机制的框架下，各独立单元间良好的协作实现了系统所期望的整体行为。同样，整合控制问题也可运用线性变参数构架来解决。

这本书的主要贡献包括：

- 线性变参数方法在建模与控制系统设计方法中的应用。
- 鲁棒线性变参数设计的应用，如设置主动驾驶辅助控制任务的统一的框架结构。
- 整车控制问题的规划与解决方案。
- 可重构与容错控制架构的设计方案。

设计工具

机械系统依照建模与控制的需求，形成了线性系统与非线性系统两个重要的门类，并广泛应用于科学研究与工业生产中。描述一种机械系统的运动有三种方式，分别是牛顿力学、拉格朗日力学与哈密顿力学。由于牛顿力学方法是一种直观的以及非系统的方法，故通常用在简单的机械系统中。拉格朗日力学与哈密顿力学多被用在复杂的多体机械系统中。机械系统在自然界多表现为非线性的。由于输出负反馈非线性控制问题多表示为高阶非线性偏微分方程，并存在大量的理论与实际上的问题，所以在实际应用中对系统进行解算非常困难。

在现代控制系统设计中，非线性模型通常可通过准线性变参数（qLPV）描述方法近似为线性模型。这种方法是通过适当地定义调度变量，将系统中非线性

部分忽略,从而把原始系统进行改写。在对一个系统合理地分析与设计中,至关重要的是能够在给定条件下准确地提取系统的本质。而准线性变参数模型的优势体现在:完善的线性系统理论在整个工作区间中都能被用来分析与设计非线性控制系统。

建模的目的是用来设计控制器,因此系统模型必须包含相应的性能指标与模型的不确定性因素。性能参量表现了控制系统的量化行为,而控制系统的设计目的在于使系统输出维系在理想值。在控制系统中,大量已知的、能明确代表系统性能的指标须被归纳,如乘员舒适性、车辆行驶性能、悬架动挠度、轮胎负载变化、能量消耗。设计控制系统的目的是用来保证性能指标,然而一种性能的提高可能同时导致系统另一性能的下降。比如说,提高乘员舒适性与车辆行驶性能是相矛盾的,然而不同性能间的冲突必须通过某种性能上的平衡与妥协来解决。

模型的不确定性是由系统本身可忽略的部分、未知部分,以及一些不易探查的参数所导致的。系统的不确定性可通过未建模动态与参数不确定性两种因素共同表达。在车辆建模中,随着系统的正常运转,一些未知参数总是在不断发生变化的,如短期内车辆质量的变化以及长时间运行中车辆产生的自然磨损。对正常值附近不确定区间的评估,在控制系统设计中显得非常重要。如果选择不确定区间过大,系统控制灵敏度将有所下降。所以说,控制系统的设计要确保即使在极限条件下,系统性能仍然能够得到保证。必须合理地评估模型与实物间的差异,才能减少未建模动态。如果机械部件中的不确定因素是已知的,那么未建模动态的不确定性就能够减少。

通过在性能参量中引入加权函数以满足多个性能指标,并同时保证各性能间的平衡。系统不确定性是由未建模动态与参数不确定性两种因素共同决定的。鉴于这一结论,我们使用线性分式变换(LFT)互联结构来解决这些问题。

在基于模型的控制系统中,用物理系统的模型来决定控制器的设计,这样就能满足闭环系统的性能指标。然而,控制系统模型只是近似地表达了真实物理系统动态特征。另外,在系统运行中,始终存在一些干扰和测量误差,以不可预知的方式对系统产生一定影响。鲁棒控制方法的目的是设计一种考虑模型不确定性与干扰因素,并同时满足系统闭环特征的控制器的。

针对线性或可线性化的系统模型,一些控制设计方法已经提出。在实践中,控制设计问题经常要根据实践阶段的需求对控制方法进行适当的选择。已广泛应用的鲁棒控制设计方法适用于 H_∞ 与 H_∞/μ 的框架结构。

显然,传统的自适应算法与 qLPV 设计原理存在大量的相似之处。实时评估出的系统参数、在自适应算法中被用来调整真实控制器的参数以及在 qLPV 环境下的调度变量起同样的作用。从后者的角度来看,其不同之处在于调度变量的获得方法,如在自适应例子中,调度变量的值不是直接通过测量得到,而是需要基

于现有的数据,通过特定的估计过程后才能获得。这一观察结果引导我们采用一个统一的视角,使两种控制器设计策略都能够用到 qLPV 设计框架结构,即运用不能被直接测量但能估计得到的参数,将调度变量进行扩展。

本书所提及的一般 qLPV 框架(如使用动态输出反馈的鲁棒自适应控制方案)的优点之一是:不仅将模型不确定性引入了 LPV 设计方法中,而且也使考虑系统未知参数变化率成为可能。这为回答关于该框架是否局限于慢时变系统这一长期悬而未决的问题提供了框架。

将 LPV 控制综合问题转化成基于参数相关的线性矩阵不等式(LMI)最优化问题,即一种可行的、高效的凸优化问题。只要可以实时获取参数值,那么这个控制结构就是可行的。由此产生的控制器是时变的,并且按照调度变量的值进行平滑的调整。因此,基于 LMI 的 qLPV 模型作为主要设计工具,是实现鲁棒性和非保守性控制结果的最有效方法。虽然 qLPV 问题的 LMI 约束集合是凸的,但它通常不容易处理,因为它表现出了无穷多个条件。克服此困难的一种方法是使可行集合接近于真实集合。通过选择适当的内/外近似值,可推出特定性能(如稳定裕度)的下限/上限。

控制系统的基本设置可随现有问题与实际需要不断调整。这些来自于可测量的调度变量变化速率的信息也能在控制系统设计中展现。实际的控制设计任务包括非线性部分,例如阻尼器和弹簧的动态和非线性执行器的动态。为了应对问题的高度复杂性,提出了双层控制器在集成控制框架下。运用 LPV 方法设计,所需要的控制力通过上层控制器计算求得。在控制设计中用表明性能需求与不确定性假设的加权函数来扩展模型。将生成必要控制力的执行器建模为一个非线性系统,以用于下层的力跟踪控制器的设计。上文提出的分层方案描述了不同子系统(如底盘和执行器)的直观结构,同时将控制问题的复杂性保持在合理范围内。

每个单独的模型都被转化成 LPV 框架结构,同时包含性能指标与典型的不确定性因素。因此用与之相应的合适的 LPV 权重来扩展基本模型,从而得到一个统一的广义对象的结构,这也是鲁棒控制设计的出发点。

车辆系统的协同

两种不同的执行器有可能影响相同的车辆动力学性能。因此车辆协同控制的作用是协调局部问题与处理子系统间的相互作用。由于各子系统的性能指标常有冲突,所以它们必须达成一种平衡或妥协。这种权衡是根据工程知识在局部控制器的水平上制定的。然而当某一事件发生时,相应的性能,即权衡等级会有变化的倾向。

结构这一概念指具有既定功能的与定义明确的传感器与执行器套件。控制系统重构在以下需求中将起到作用:系统控制性能在某些情况下必须改善,并当传

传感器或执行器出现故障时提高系统可靠性。事件这一概念与某些情况的发生密切相连。在正常情况下,原始结构是由独立部件组成的,如转向系统,或者由一些有相似功能的部件共同组成,如能产生横摆转矩的转向与制动系统。结构分级以及与之对应的调度变量保证了新加入系统的执行器能够提高系统的稳定性。

结构设置与相应的重构策略的指标是书中推荐方法的基本构成,并且是一项需要大量专业知识积累的复杂任务。然而,对任何可重构的控制策略来说,结构、事件、重构可能性的分析都是十分必要的工作。

控制问题的解决方案在车辆操纵性(抓地性)、舒适性与安全性取得平衡。这种平衡通常导致了车辆性能与乘员舒适间的妥协。如,驾驶人要缩短车辆弯道的行驶轨迹,那么他会选择轨迹的曲率半径尽可能地小。而当驾驶人需要舒适性时,他会选择更大的曲率半径。同时,曲率半径的不同选择也与车速的选择相对应,比如说,更大的半径允许驾驶人选择更快的速度。在实际情况下,控制问题的解决方案基于系统学习驾驶人的驾驶行为。而驾驶人的操纵不仅仅体现在对车辆预定轨迹的跟踪上,同时也影响着车辆的动态表现。

故此,为了在控制系统设计中融入驾驶人行为与需求,驾驶人模型必须要与车辆模型相结合。在驾驶辅助系统中,人车交互被纳入考量。

这本书的主要章节提供了关于集成控制系统框架结构的详细阐述。在集成控制系统的设计流程中,通过选择可变性能指标,把控制系统对其他控制功能的影响纳入考量。为了增强系统性能,系统结构框架的各元素间需要具备强耦合关系,这可以通过一组外加的监控信号进行观测。

设备本身可以看成是可使用多种外部设备与外界保持通信的核心系统,同时,控制器可看成一种执行核心系统任务的程序。这方面与带有运行系统与应用程序的计算机与其所安装的外部组件间的关系类似。至关重要的一点,是嵌入架构中的外部子系统能够实现其预定的任务,同时在未知悉子系统内执行系统的细节问题时,应用程序也能够非常稳定地使用外部设备,其唯一的限制在于各部件间的信息流都应该遵循一种既定的协议。即插即用模式已经在计算机领域被证明是富有成效的,此外,该模式也可看成是一个模型,应用于控制系统设计中。

在控制系统中,即插即用控制架构提供了使用不同厂家、品牌的传感器与执行器的可能,同时保证器件性能水平不变以及保持全局控制器的整体性能。如果一个新的控制单元加入系统,旧的控制系统被取代,或者旧的部件被移除,那就就会导致控制系统的整体结构发生变化。那么普通的控制系统必须重新设计,这一过程花费十分昂贵,并将消耗大量时间。也就是说在协同整合的概念下,普通系统的控制逻辑必须要经历高难度的修改。

当局部控制器设计出后,就可在全局层面对鲁棒控制进行分析,从而证明系统的全局性能与稳定性。现存相互矛盾的多目标标准使全局策略的应用难以实

现。验证系统全局性能将面临高计算量的处理过程，这是一项巨大的挑战。全局稳定性的分析虽然是值得深入研究的领域，但是现在理论成果还很少。而且，虽然分析是分布式控制的基础，但系统全局的性能与稳定仍是一个没有定论的研究领域。

集成控制的优势在于它提供了一种可重构与容错的结构。如果系统性能下降或发生故障，并且已经被检测出，那么性能下降的控制器就有可能被另一个控制器所取代。同时，容错的局部控制器也需要一定的空间来监控故障信息。执行器运行中故障通常可被自带的诊断方法所检测。在这个过程中，故障信息直接从执行器传到监视设备中。任何可重构方案都依赖于适当的故障检测与隔离（FDI）组件。

应用于动态系统中的故障检测方法的基本目的，是给故障检测与组件隔离提供技术支持。通过使用系统的机械模型，能够利用其解析冗余的原理检查系统真实行为与模型间的差异。基于模型的 FDI 依托解析冗余（也叫作“残差”）来触发故障指示灯。

多篇文献中提到对线性与非线性系统可行的解析冗余的方法。非线性方法是解析冗余问题有效的方法之一，该方法可部分使用在检测滤波器的设计中。但是它们绝大多数都无法解决综合性问题，这是由于计算量过大，使之无法正常运转所导致的。

作为一种高级方法，FDI 滤波器设计问题经常被运用于模型匹配框架中。在存在干扰与不确定性时，多目标优化 FDI 方案是实现系统鲁棒性的有效途径，通过选择合适的性能指标，使系统提高故障响应灵敏度的同时，减弱干扰的影响。

这是一种典型的最坏情况下的滤波问题。相应的设计标准可被表示为基于 LMI 的凸优化问题。其中主要的问题集中在敏感度与鲁棒条件是相互冲突的。在线性时不变架构内，在相同频率下不可能同时达到对故障敏感，与对未知输入不敏感。与干扰有相似频率特征的故障可能不被检测出来。如果这个设计问题是非凸的，一般来说，使用 LMI 技术可解决这个问题。

本书结构

本书包括三大部分和一个附录。第一部分重点介绍了 LPV 系统的建模与控制。第2章提出了物理系统的 LPV 模型的构造与线性化方法。其中，给出两个例子，包括垂向动力学 LPV 建模，以及横摆与侧倾动力学 LPV 建模。由于 LPV 模型的参数通常未知，所以可使用灰箱识别法进行参数估计。在第3章，为了构成面向控制的 LPV 模型，模型中引入性能参数与不确定性因素的影响。常数与可变参数里亚布诺夫函数被用来提高稳定性与 L_2 性能。测得的可变参数不再符合实际值时，LPV 系统的应用拓展了里亚布诺夫函数的适用范围。附录中的部分

章节充实了第一部分的理论内容。

本书第二部分介绍了针对车辆垂向与纵向车辆动态的控制方法。在第4章中,线性 H_∞ 与LPV两种方法在控制系统设计中得到了应用。同时这一章也介绍了控制系统设计的层级结构。其中,上层控制器关注于系统性能指标的同时,计算得到所需的控制信号。考虑了执行器动态特性的下层控制器负责跟踪所需的控制信号。第5章中,主动防倾杆被用来防止车辆发生翻车事故。为了提高LPV控制设计方法的性能,使主动防倾杆与主动制动系统结合,协同工作。而这种结合要保证控制系统的容错运行。第6章介绍了车辆底盘控制问题,如,基于车辆纵向动力学的自适应巡航控制。在鲁棒控制设计中,驱动系统与制动系统是相结合的。这一控制方法是在SIL环境下运行的。为了同时减小控制消耗的能量与保证时间的要求,自适应巡航控制体现在:车速的规划必须考虑到一些路面与交通条件的影响。

在本书的第三部分,控制系统主要关注于车辆的侧向动力学方面。由于不同的控制系统可能影响相同的车辆动态表现,所以多种控制系统间必须协同运行。集成控制系统设计运用以下方法得以实现,例如通过选择可变的性能指标,使控制系统对其他功能的影响,在整体设计流程中予以考虑。这种控制设计原则在第7章中进行了介绍。第7章中,以轨迹跟踪控制作为驾驶人辅助系统的例子,介绍了集成控制系统的实施方法。车辆的集成控制同时运用了三个控制单元,如,制动、转向以及悬架系统。关于车辆的侧向动力学,可变几何悬架系统起到了重要的作用,故第8章介绍了可变几何悬架系统的建模与控制,此外也介绍了悬架结构和控制设计的集成。第9章介绍了基于轨迹跟踪问题的轮毂电动机控制系统设计。它也是一种分层控制方法,如减少的纵向力与横摆转矩通过上层控制器所算得,同时下层控制器负责轮毂电动机的转矩设计。第10章分析了驾驶人的行为。在控制设计中,使简化的驾驶人模型与面向控制的车辆模型相结合。

附录中包括了更具体的LPV系统建模与鲁棒控制内容。建模部分介绍了关于分析方法、可识别性、自适应观测器以及FDI几何算法的基本内容。鲁棒控制介绍了结构的不确定性、非线性 H_∞ 方法以及基于LFT的qLPV设计内容。

第 1 部分 线性变参数系统的 建模与控制

第2章 线性变参数系统的建模

介绍

一般情况下，控制理论研究的是如何设计影响物理系统行为使之达到理想目标。开环控制是一种控制输入不受任何真实（测量）输出影响的控制形式。如果系统在运行中被改变，那么控制性能势必会严重下降。而在闭环系统中，控制输入受到了可计量输出的影响，即反馈施加于系统中。大多数情况下，参考输入作为系统输出的理想值被给定，控制器的目的就是减小实际系统输出与理想值间的误差。

对控制系统的分析包含两个主要方面，一为系统建模，意思是在实验的基础上，依靠于被充分解析与简化的模型表示一个物理系统；二是控制系统设计，通过选择并实施一种适当的控制策略，使之达到理想的系统性能。同时，至关重要的是构建能够表达物理系统特征的数学模型进一步对系统进行分析。

在选定最优控制策略或是否能够控制与稳定系统之前，系统的能控性与能观性是两项核心问题。能控性表示为通过施加适当的控制信号推动系统进入特定状态的可能性；能观性表示为通过输出的测量值重建系统状态的可能性。

所用的模型不应该过于简单，以至于缺少了系统重要的属性，这将导致错误的分析与不当的控制器设计。在一些实例中，非线性特征显得非常重要，必须直接处理，这是一系列相当复杂的过程。

增益调度是在不同的工程应用中被广泛应用于控制系统的技术。在与飞行控制应用有很强渊源的经典增益调度方法中，控制系统综合是基于非线性系统的局部描述，通常可以用线性系统近似代替。增益调度控制器的增益，通常使用线性控制设计技术进行选取。首先，选择几个工作点来覆盖系统动态的范围。在每个点上设计人员要对被控对象进行 LFI 近似。然后，为每个线性化的被控对象设计线性补偿器。当闭环系统在各个工作点附近工作时，这个过程给出了一组性能满足要求的线性反馈控制律。非线性系统的全局非线性控制器，通过插值或调度，从局部运行点设计获得的增益。

由于综合控制器只能满足局部的性能需求，设计者通常不能预先评估增益调

度控制器设计的稳定性、鲁棒性和性能特性。虽然局部控制器的综合可以使用线性系统理论的成熟的技术来完成,但是为了使闭环系统的非局部指标保持不变,线性控制器的映射仍然是一个非常具有挑战性的过程。

LPV 模式能够弥补上面提到的问题,Shamma and Athans (1990), Shamma (1992)。由 Shamma and Athans (1991) 开始,LPV 仿真技术逐渐受到关注,特别是在一些车辆与航空控制方面,Becker and Packard (1994), Balas 等 (1997), Marcos and Balas (2001), Szász 等 (2005)。由于 LPV 系统能提供一种计算增益调度控制器的系统化方法,近来非常热门。在这个框架内,系统动态表示为一个参数矩阵为外部调度变量函数的线性状态空间模型。假设这些调度变量集中于一些给定的范围内,那么系统的分析结果就能保证一定的闭环性能与鲁棒性水准。从整体角度上说,系统的参数是可确定的,通常都能在系统运行时测量出来,但这一般需要我们假设系统参数与系统动态相比是在缓慢变化的。基于 LPV 模式的增益调度方法逐渐取代传统技术,并广泛地应用于控制系统设计中。

许多基于 LPV 模型的控制系统设计技术能被看成或改造为一个包含线性矩阵不等式 (LMI) 的凸问题。在增益调度控制中运用 LMI 与 H_∞ 最优化是一个重要的进步。由 Apkarian 等 (1995) 提出的控制设计技术为李雅普诺夫函数/二次 H_∞ 方法。其中一个单调李雅普诺夫函数被用作约束 LPV 系统性能。这种框架结构通常对时变参数有很强的鲁棒稳定性。然而由于调度参数的连续变化,一般情况下,综合方法与 LMI 形式并带有无限约束的凸可行性问题有关。这一问题可通过仿射 LPV 建模方法解决,使 LMI 形式的无限约束降低为有限数值。Becker (1992), Sun and Postlethwaite (1998) 提出一种模拟方法来解决这一设计问题。

上面提到的纯 LPV 模型实际上不能完全与一些控制问题相匹配,如当调度变量是系统状态 (车速),而不是有限的外部变量时。可解决这个问题方法叫作准 LPV 模型。当调度变量为测量状态时,在输入以及其他状态中,系统动态是线性的,并同时存在一个输入约束调度变量,使之收敛于任意均衡值。

这种方法专注于鲁棒性能,也可称为系统的鲁棒稳定性。在一般情况下,这种鲁棒控制问题的分析与综合,能够描述为一种基于不确定 LPV 系统的 LFT 描述的广义对象技术, Iwasaki and Hara (1998), Iwasaki and Shibata (2001), Wu (2001)。控制器的综合形成了一个双线性矩阵不等式,但是常常有可能将问题简化为线性矩阵不等式有限集的解,详细的内容可参考 Scherer 等 (1997), Scherer (2001), Wu (2001)。

2.1 线性变参数模型的结构

一个反映物理系统动态变化的数学模型通常可依据一阶微分方程的输入

$u(t) \in \mathbb{R}^m$, 输出 $y(t) \in \mathbb{R}^p$ 以及系统状态 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 构成其状态空间形式, 如下:

$$\dot{x} = f(x, u, w) \quad (2.1)$$

$$y = h(x, u, w) \quad (2.2)$$

其初始条件为 $x(t_0) = x_0$, 模型通常以信号 $w(t) \in \mathbb{R}^d$ 描述外部干扰的影响。为了简单起见, 下面的内容里, 我们专注于不受干扰的系统, 也就是干扰能被系统模型所抑制的系统。

基于 LPV 框架, 参数依赖系统是一个线性系统, 并且, 其状态空间描述由已知时变参数函数组成。当参数时间变化事先未知时, 我们假设这些参数在实际中可以测量得到。因此, 在 LPV 控制器综合阶段, 参数可在 Ω 域内随机选取任意值, 故此 LPV 描述将与非线性系统有所不同。更大的差异在于 LPV 控制器的综合会更保守一些。而非线性系统的 LPV 描述也并不是统一的, 但是对于所有参数值而言, 都具有接近于非线性系统的 LPV 描述是我们所希望的。LPV 建模过程的目的也是寻找如下类型非线性模型的 LPV 描述。

$$\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u \simeq f(x, u), \rho \in \Omega \quad (2.3)$$

$$y = C(\rho)x + D(\rho)u \simeq h(x, u) \quad (2.4)$$

式中, ρ 是在 Ω 域内状态相关的参数向量, 例如已知的关系 $\rho = \sigma(y, r)$ 仅依赖于系统运行时已知的测量信号 y 与外来信号 r 。

以上这些条件保证了参数对于一般控制器是可用的, 以及通过设计 LPV 控制器能够获得清晰明确的非线性反馈控制器。为了确保原始非线性系统轨迹与 LPV 描述的轨迹一致或至少接近, 对于在 Ω 域内的所有参数, 式 (2.3) 必须要尽可能地接近于非线性系统。

因此, LPV 模型可定义为一个状态空间矩阵依赖于时间变化参数 ρ 的线性模型, 如下:

$$\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u \quad (2.5)$$

$$y = C(\rho)x + D(\rho)u \quad (2.6)$$

我们通常假设参数相关性有明确的结构: 即仿射、多项式、多面体或 LFT 依赖。如果:

$$S(\rho) = \sum_{i=0}^n \sum_{|j|=i} \rho^j S_{i,j} \quad (2.7)$$

其中, 包含 ρ_l 的 $\rho^j = \rho_1^{j_1} \rho_2^{j_2} \cdots \rho_k^{j_k}$ 是参数向量 ρ , $|j| = \sum_{l=1}^k j_l$ 以及下面参数的一部分。

$$S \sim \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, S_{i,j} \sim \begin{pmatrix} A_{i,j} & B_{i,j} \\ C_{i,j} & D_{i,j} \end{pmatrix}$$

那么 $n=1$ 对应仿射方程。仿射方程大部分被包含于几何技术的应用中。

对于多面体 LPV 模型, 系统向量 $S(\rho)$ 在矩阵固定的多面体内变化: 它是如下系统矩阵 (顶点系统) 的凸组合, $S(\rho) \in \text{convex} \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ 。

$$S(\rho) = \sum_{i=1}^k \rho_i S_i, \rho_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \rho_i = 1 \quad (2.8)$$

由于多面体模型非常适合于基于李雅普诺夫的分析和设计, 因此它在 LPV 框架下非常合适, 并应用广泛。一个较普通的表示方法为 LFT, 见图 2.1。LFT 表示为两个执行器之间的反馈互联系统, 如一个已知的因果系统

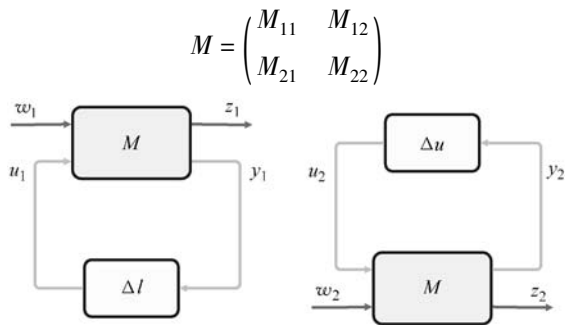


图 2.1 LFT 表达的上部和下部结构

与一个适当尺度 Δ 的有界因果系统:

$$\mathcal{F}_L(M, \Delta) = M_{11} + M_{12}\Delta(I - \Delta M_{22})^{-1}M_{21} \quad (2.9)$$

$$\mathcal{F}_U(M, \Delta) = M_{22} + M_{21}\Delta(I - \Delta M_{11})^{-1}M_{12} \quad (2.10)$$

Δ 是典型的范数有界, $\|\Delta\|_\infty \leq 1$, 否则 Δ 就不受形式上 (结构化/非结构化) 或类型上 (非线性/时变/常数) 的约束。如果 Δ 系统中的一部分包含调度参数, 那么就可获得 LPV 系统。这种形式是通过从系统中提取一个变参数和放置到一个反馈回路的方式获得的, 这使得剩余系统 (M) 变为时不变系统。仿射或多项式参数依赖模型可以准确地转化为 LFT。LFT 系统的一个重要特性是它们的互联 (相加与串联) 和逆变, 如果逆变存在, 将产生另一个 LFT。

我们强调的 LPV 被控对象可以作为一个 LTI 被控对象, 服从于时变参数的不确定性 $\rho(T)$, 例如, LFT LPV 结构或一组线性时变模型 (LTV), 其中每个 LTV 系统对应于一个特定的参数轨迹。在分析和设计过程中, 我们选择了一个最方便的最符合当前实际技术水平的解释。

2.2 线性变参数系统建模的线性化

实际上, 考虑到模型的结构, 在设计与分析之前, LPV 模型与那些使用增益

调度的模型间没有显著的不同。它们都可以通过使用不同的方法得到。直接应用于非线性系统的线性化方案大致可分为以下类型：基于平衡点的线性化，参数化相关的状态轨迹线性化和全局线性化。在第一种情况下，该系统被表示为一个处在局部平衡状态的 LTI 系统，而在第二种情况下，非线性系统遵循一些通过参数线性化方法近似得到的轨迹。在第三种情况下，非线性系统通过线性差分包含 (LDI) 的一组轨迹来近似，并且该线性差分包含能够在整个运行空间内表示原始的非线性系统。但是，这些情况有可能导致 LPV 模型的轨迹不是原有系统的实际轨迹的可能性，而这将会导致相对保守的分析和设计。

接下来，将对一些最常见的技术，例如，古典、模糊和非均衡的方法作简要的阐述，Leith and Leithead (2000)。

2.2.1 雅可比矩阵线性化

通常在工业环境中，可以用一组有限个数的线性模型组来描述一个系统在整个运行范围的行为。线性化模型描述了系统在特定的工作点的小信号的行为，同时线性模型组通过能代表特定点的一个或多个物理变量的值进行了参数化处理。如果状态变量有其自身的物理意义，进而，通过状态空间矩阵的多项式最小二乘拟合来得到一个在整个运行范围内连续的参数化处理就变得更加有意义。

在传统的方式中，在各个平衡点、工作点或设置的点附近，我们利用雅可比线性化来将非线性模型线性化，从而来设计调度器，这种调度器设计就是所谓的基于线性化的调度器设计。当选择合适的调度变量 ρ 对线性模型做参数化处理时，这组参数化的线性模型就能够代表原来的非线性模型。

考虑到非线性被控对象动力学特性，平衡或恒定工作点 (x_e, u_e) 是由平衡条件 $f(x_e, u_e) = 0$ 定义的。假设 f 在平衡点上是连续可微的，非线性模型近似于

$$\dot{\delta x} = A\delta x + B\delta u \quad (2.11)$$

$$\delta y = C\delta x + D\delta u \quad (2.12)$$

其中 $\delta u = u - \tilde{u}$, $\delta y = y - \tilde{y}$, $\delta x = x - \tilde{x}$ 。

且 $A = \partial_x f(x_e, u_e)$, $B = \partial_u f(x_e, u_e)$, $C = \partial_x h(x_e, u_e)$, $D = \partial_u h(x_e, u_e)$ 。

考虑将整个平衡点族 $(x_e, u_e) \in \Omega_e$ 替换为线性参数依赖的线性化族 $S(\rho_e)$ ，局部上，非线性模型被描述为

$$\dot{\delta x} = A(\rho_e)\delta x + B(\rho_e)\delta u, \delta y = C(\rho_e)\delta x + D(\rho_e)\delta u$$

为了获得非线性模型的 LPV 描述，我们要用到平衡点的线性化插值，例如，采用线性插值后系统可以写为

$$\dot{\delta x}(t) = A(\rho)\delta x(t) + B(\rho)\delta u(t) \quad (2.13)$$

$$\text{其中 } A(\rho) = \sum_{i=1}^p A_i \rho_i, B(\rho) = \sum_{i=1}^p B_i \rho_i, C(\rho) = \sum_{i=1}^p C_i \rho_i, D(\rho) = \sum_{i=1}^p D_i \rho_i$$

$$\sum_{i=1}^k \rho_i = 1, \rho_i \geq 0, \delta x = x - x_e(\rho), \delta u = u - u_e(\rho)$$

点 $(x_e^i, u_e^i) \in \Omega_e$ 是固定的。这一过程能给出一个不包含原始非线性系统的 LPV 系统。但是如果固定点可按如下范围选择:

$$\{(\partial f_x(x, u), \partial f_u(x, u))\} \subset \text{convex}\{(\partial f_x(x_e^i, u_e^i), \partial f_u(x_e^i, u_e^i))\}$$

那么 LPV 描述 (式 (2.13)) 将包含非线性系统。

Ω_e 典型的选择是用一个特定的轨迹 $(\tilde{x}, \tilde{u}, \tilde{y})$, 围绕着如下轨迹做非线性模型 (式 (2.2)) 的线性化处理。

$$\dot{\delta x} = \partial_x f(\tilde{x}, \tilde{u}) \delta x + \partial_u f(\tilde{x}, \tilde{u}) \delta u$$

$$\delta y = \partial_x h(\tilde{x}, \tilde{u}) \delta x + \partial_u h(\tilde{x}, \tilde{u}) \delta u$$

其中 $\delta u = u - \tilde{u}, \delta y = y - \tilde{y}, \delta x = x - \tilde{x}$ 。

使用这一特定轨迹的参数作为可测量的调度变量, 那么理想的 LPV 模型将被建成:

$$\dot{\xi} = A(\rho) \xi + B(\rho) \delta u$$

$$\delta y = C(\rho) \xi + D(\rho) \delta u$$

结果, 来自于基于线性化调度或黑箱点设计的数量的线性化模型参数化集合仅仅是局部有效的。在这种情况下, LPV 模型是基于一组线性化模型而得到的, 线性参数依赖模型相对于原始非线性模型或被控对象的准确性是未知的。传统的增益调度主要被限制应用于平衡点局部控制器综合上。即使非线性模型能够沿着一条轨迹进行线性化, 在文献中, 也并没有可用的增益调度方法能使其沿着不同轨迹进行线性化, 并扩展它的稳定域。

2.2.2 非均衡线性化

传统基于线性化的调度的缺点是局限于平衡点处。使用所谓的基于速度或者说是非平衡点线性化, 就有可能在每一点上进行线性化, 如下面的非线性系统

$$\dot{x} = f(x, u), y = h(x, u)$$

在点 (x_0, u_0) 的速度线性化为

$$\dot{x} = \zeta$$

$$\dot{\zeta} = \partial f_x \Big|_{(x_0, u_0)} \zeta + \partial f_u \Big|_{(x_0, u_0)} \dot{u}$$

$$\dot{y} = \partial h_x \Big|_{(x_0, u_0)} \zeta + \partial h_u \Big|_{(x_0, u_0)} \dot{u}$$

运用这种方法, 存在与原始非线性系统的每个工作点相关的, 基于速度的线

线性化方法和解决方案。而且,通过 ρ 参数化获得的基于速度的线性化模型族能在全局上近似非线性模型的轨迹到任意的精确度。速度线性化不受到平衡点的限制:如果没有平衡工作点的限制,同时远离平衡点的工作点的瞬态动态的线性近似也能够顺利得到。

基于速度线性化的线性控制器的插值能够以与传统增益调度类似的方法实行。然而由于速度线性化与标准线性化方法存在不同之处,在 LPV 描述中包含非线性系统的方法,使之更容易进行线性化。

2.2.3 模糊线性化

对于实现 LPV 的建模,增益调度的方法之一就是采用了模糊系统的概念。Takagi and Sugeno (1985) 描述了如下的非线性系统。这个被控对象的动态被描述为一个混合多模型的形式,如 Takagi - Sugeno 模型或它的局部模型网络。

$$\dot{x} = \sum_i f_i(x, u) \mu_i(\phi), y = \sum_i h_i(x, u) \mu_i(\phi)$$

其中函数 $\phi(x, u)$ 是调度变量,融合权值 $\mu_i \geq 0$, 且经常规一化为 $\sum_i \mu_i = 1$ 。

在对各部分进行线性化与融合后, LPV 模型的典型表现形式为

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ y \end{pmatrix} = S(\rho) \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$S(\rho) = S_0 + \sum_{i \in I} \rho_i S_i \quad (2.15)$$

其中, ρ_i 将是这个模型的调度变量

2.2.4 准线性变参数系统的线性化

准 LPV 调度尝试着去克服线性化只在局部位置有效的缺点。这个想法是将非线性模型转化为一个把非线性项隐藏在调度变量的 LPV 形式。由于这一过程是转化与变换而不是单纯的线性化,所以得到的 LPV 模型能够完全与原始的非线性模型保持一致。

通过如下形式的非线性系统的状态变换,系统能够得到一个 qLPV 模型。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + A_{11}(x_1)x_1 + A_{12}(x_1)x_2 + B_1(x_1)u \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1) + A_{21}(x_1)x_1 + A_{22}(x_1)x_2 + B_2(x_1)u \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

假设对于每个 x_1 都存在可微函数 x_2^{eq} 与 u^{eq} , 那么通过运用下面的状态与输入变换:

$$0 = f_1(x_1) + A_{11}(x_1)x_1 + A_{12}(x_1)x_2^{eq} + B_1(x_1)u^{eq}$$

$$0 = f_2(x_1) + A_{21}(x_1)x_1 + A_{22}(x_1)x_2^{eq} + B_2(x_1)u^{eq}$$

可得到相对应的 qLPV 系统, 如下:

$$\dot{\xi}_1 = \tilde{A}_{12}(\xi_1)\xi_2 + \tilde{B}_1(\xi_1)v \quad (2.16)$$

$$\dot{\xi}_2 = \tilde{A}_{22}(\xi_1)\xi_2 + \tilde{B}_2(\xi_1)v \quad (2.17)$$

$$y = \xi_1 \quad (2.18)$$

式 (2.16) ~ 式 (2.18) 中系统的表达式呈现出一个线性化的形式, 而它和工作点仍然能表示原始非线性系统的雅可比线性化法有着一些不同之处。因为实际上外生参数 ξ_1 是一个系统状态, 所以这个表示方式称为 qLPV。

如果系统内也同时依赖一个外生参数 p , 那么最终的 LPV 系统将会是如下的形式:

$$\dot{\xi}_1 = \tilde{A}_{12}(\xi_1, p)\xi_2 + \tilde{B}_1(\xi_1, p)v \quad (2.19)$$

$$\dot{\xi}_2 = \tilde{A}_{22}(\xi_1, p)\xi_2 + \tilde{B}_2(\xi_1, p)v + E_2(\xi_1, p)\dot{p} \quad (2.20)$$

$$y = \xi_1 \quad (2.21)$$

且

$$E_2(\xi_1, p) = -\frac{dx_2^{eq}}{dp} \Big|_{\xi_1}$$

如果信号 $\dot{p}$ 不能被测量, 那么它就会被看作一种必须被过滤的干扰信号。

在许多例子中, 可以通过在参数中隐藏非线性部分的方式来直接得到非线性系统的 qLPV 表达。作为一个简单的例子, 让非线性系统为 $\dot{x} = -\sin(x) + u$ 。这个系统可以表示为 qLPV 系统 $\dot{x} = -\rho x$ 且 $\rho = \sin(x)/x$ 。而且, 假定系统状态 x 可测量, 那么就可以得到与原始非线性系统全局匹配的 qLPV 系统。相同的方法也可应用于获得系统的局部模型, 如一个非线性系统 $\dot{x} = -x^3 + u$ 可表示为 qLPV 系统 $\dot{x} = -\rho x + u$, 在参数满足 $0 \leq \rho \leq M$ 前提下。明显可以看出, 当 $\rho = x^2$ 时, qLPV 模型与原始的非线性模型相等。在实际应用中, 则更有可能得到局部模型。例如, 合并上面提到的几个例子, 考虑如下非线性系统:

$$\dot{x}_1 = \sin x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_1^2 x_2 + u$$

$$y = x_1$$

使 $\rho_1 = \sin x_1 / x_1$, $\rho_2 = x_1^2$, 那么系统的 qLPV 表达为

$$\dot{x} = A(\rho)x + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

其中 $D=0$, $C=(1 \ 0)$, 且

$$A(\rho) = \begin{bmatrix} \rho_1 & 1 \\ 0 & \rho_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \rho_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \rho_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

关于书中多次提到的车辆动力学模型，其简化机理模型表示为

$$J(\rho)\ddot{x} + b(\rho)\dot{x} + k(\rho)x = T(\rho)u \quad (2.22)$$

且 ρ 仅依靠于测量获得，因此它们是作为 qLPV 模型的调度变量的最佳选择。这种模型的优点是全局有效的，或者至少其原始的机理模型在某一域内是有效的。其缺点为由于 ρ 所在域 Ω 的容积限制，当使用该模型做分析与设计时，系统有可能过于谨慎与保守。

我们通过呈现 LPV 模型/qLPV 模型的来龙去脉来结束本节介绍。该内容也是本书所关注的重要内容，并与控制问题表达式中不同权重滤波器的变参数选择有着重要的联系。

2.2.5 线性变参数模型的非唯一性

一个非线性模型的 LPV 表达式并不是唯一的：如下例子中的非线性系统

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \sin x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1 x_2 + u \\ y &= x\end{aligned}$$

使 $\rho_1 = \sin x_1 / x_1$ ， $\rho_2 = x_1^2$ ，那么系统的 LPV 表达式被描述为

$$A(\rho) = \begin{bmatrix} \rho_1 & 1 \\ 0 & \rho_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \rho_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \rho_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

但是，当选择 $\rho_1 = \sin x_1 / x_1$ ， $\rho_2 = x_1$ 时，我们得到：

$$A(\rho) = \begin{bmatrix} \rho_1 & 1 \\ \rho_2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \rho_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \rho_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

相同非线性系统的不同 LPV 表达也许能影响其基本的性质，如可控性、可观性，也就是会影响系统的稳定性。当参数变化与系统状态无关时，我们得到不同的稳定特性。

当非线性系统

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 - x_1^3 \\ \dot{x}_2 &= -x_2 - x_1^2 x_2\end{aligned}$$

也能表示为 LPV 系统

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1-\rho & 0 \\ 0 & -1-\rho \end{pmatrix} x \quad (2.23)$$

且 $\rho = x_1^2$ ，或者

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1-\rho_1^2+\rho_2 & -\rho_1 \\ \rho_2 & -1-\rho_1^2-\rho_1 \end{pmatrix} x \quad (2.24)$$

且 $\rho_1 = x_1$, $\rho_2 = x_2$ 。在第一个例子中, 当 M 是一个任意的固定的正标量时, 假设参数 ρ 在 $0 \leq \rho \leq M$ 范围内取值; 因此, 这个非线性系统就包含于 $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid -\sqrt{M} \leq x_1 \leq \sqrt{M}\}$ 域之内。在第二个例子中, 参数 ρ 在 $-M \leq \rho_i \leq M$ 范围内取值; 因此, 这个非线性系统就包含于 $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid -M \leq x_i \leq M, i=1, 2\}$ 域之内。

这些 LPV 模型有着不同的特性: 系统 (2.23) 对于所有参数值来说是 LTI 稳定的, 而如果选 $\rho_1 = 0$ 与 $\rho_2 > 1$, 系统 (2.24) 是 LTI 不稳定的。这个事实超出了常数矩阵李雅普诺夫技术用来分析系统稳定性的应用范围。

在这一点上, 现在应该回顾一下 LPV 建模的主要目标, 即获得面向控件的模型, 以便运用文中提到的工具来改善分析和设计过程。使用这些工具的前提是模型必须为凸性的, 即由参数 Ω 定义的模型集的凸度, 因此, 可以利用 LPV 建模的固有的非唯一性来选择具有该属性的那些模型。此外, 为了减少设计中可能存在的保守性, 我们推荐最紧凑的表达形式。

即使参数集 Ω 是凸的, 但其通常不容易处理, 因为它表示了无限多种条件。克服这个难题的一个方法是通过易于理解的一个集合来逼近准确的集合。通过选择适当的向内/外近似, 可以为某些性能 (例如稳定边缘) 形成可计算的下限/上限。

作为可能的解决方案, 研究人员已经提出了统一的并可自动执行的张量乘积 (TP) 模型变换方法, 它是基于近期开发的更高阶奇异值分解 (HOSVD) 概念而衍生出的一种方法, 请参见 Zabó 等 (2008 年, 2010 年)。所谓的 TP 模型转换提供统一、易于处理以及易于执行的数值方法和创造性的操作, 以产生 LPV 模型的凸 (多面体) 表达, 并且基于 LMI 设计技术可立即执行。TP 模型转换的结果是一种属于多元模型类的模型, 顶点系统的参数依赖权重是参数向量元素的一维函数。

这种形式提供了一种相对简单的方法来描述矩阵运算方面的各种凸包的生成。虽然所获得的结构不是唯一的, 但是其框架提供了一个有效的背景来引入一组规则、直觉和算法, 来为我们提供了一组备选模型结构, 可以进行进一步分析和最终的模型选择。

在应用前面部分中描绘的建模步骤之后, 最后以下面的参数变化状态空间模型例子作为本节的结束。

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = S(\rho(t)) \begin{pmatrix} x(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

其中, 参数变化系统矩阵为

$$S(\rho(t)) = \begin{pmatrix} A(\rho(t)) & B(\rho(t)) \\ C(\rho(t)) & D(\rho(t)) \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

这个时间变化 N 维参数向量 $\rho(t) \in \Omega$ 是闭环超立方体

$\Omega = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \cdots \times [a_N, b_N] \subset \mathbb{R}^N$ 中的一个元素。

由于实际原因,应用有限元 TP 建模,其使用由 $S(\rho(t))$ 的值定义的张量对 Ω (通常为网格) 进行适当离散化,即多变量图 $S(\rho(T))$ 的分段线性近似。基于该数据,TP 模型转换产生基于 HOSVD 的规范形式的 LPV 模型,即

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = (\mathcal{S} \otimes_{n=1}^N w_n(q_n(t))) \begin{pmatrix} x(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

其中, $\otimes_i$ 表示了第 i 个模式的张量积,由 Baranyi (2004) 以及 Baranyi 等 (2003) 定义。

这种模型转换的优点之一是在合理的时间内统一执行(无论模型是物理上的分析方程式的形式给出的,还是作为基于软计算的识别技术,如神经网络或基于模糊逻辑的方法的结果,或作为黑匣子识别的结果),无须考虑分析交互。所获得的结构可以直接用于 LFT 建模,而不需要任何进一步的预处理步骤。

根据由 $(I_1, I_2, \dots, I_N)$ 定义的多基数系统中的排序 $(i_1, i_2, \dots, i_N) \rightarrow r$ 定义,加权函数表示为 $w_r(\rho(t)) = \prod_k w_{k,i_k}(\rho_k(t)) \in [0,1]$,其中 $w_r(\rho(t)) \in [0,1]$ 是定义在 Ω 域内第 k 个维度上的第 j 个可变加权函数,而此时,相应的顶点系统为 $S_r = S_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ 。使用此指数变换可以将模型写成典型的多面体形式:

$$S(\rho(t)) = \sum_{r=1}^R w_r(\rho(t)) S_r \quad (2.28)$$

$S(\rho)$ 的凸壳也许不是多面体的。然而基于设计的目的,我们需要得到一种有限多面体(向外的)近似。通过以下条件确保凸度:

$$\forall n \in [1, N], i, \rho_n(t) : w_{n,i}(\rho_n(t)) \in [0,1] \quad (2.29)$$

$$\forall n \in [1, N], \rho_n(t) : \sum_{i=1}^{I_n} w_{n,i}(\rho_n(t)) = 1 \quad (2.30)$$

定义顶点系统有许多方法,由顶点系统确定的凸壳的类型可以通过加权函数来定义。TP 模型的应用规定了加权函数的特殊要求。

考虑 $S(\rho) = [\rho - \rho^2 \quad 2\rho]$, 其中 $\rho \in [-3, 3]$, 在图 2.2 (见彩插) 中, 可以看到系统 $S(\rho)$ (蓝色), 红色点画线表示 HOSVD 给出的方向, 而绿色表示包含 $S(\rho)$ 的凸壳 $\tilde{S}$ 的最小框。洋红色部分描绘了另一个凸壳, 这对应于 TP 模型。

通常, 在不同备选模型之间选择是一项非常简单的任务。那么一个重要的选择标准是与控制任务相关的设计问题的可解性属性。

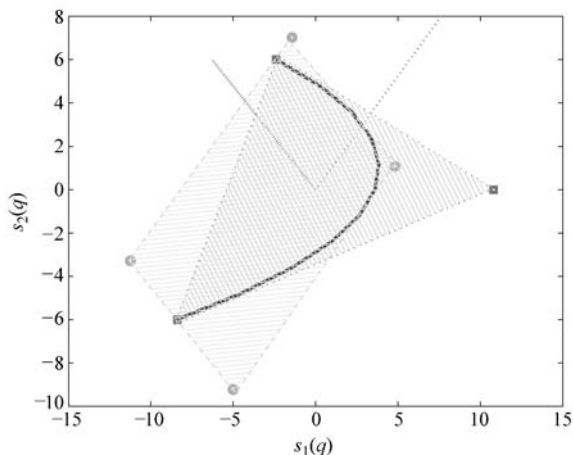


图 2.2 不同的凸近似

2.3 基于线性分式变换技术的线性化

基于 LFT（线性分式变换）的模型集被广泛认为是鲁棒控制器设计中最普遍采用的表示形式。从分析的角度来看，调度变量与不确定性发挥相同的作用，这一事实可以反映在模型结构中。雅可比线性化和 LPV 近似都导致了线性系统的一系列参数依赖。因此，LPV 系统中的参数依赖性可以用 LFT 表示。这种表示形式为 LPV 系统提供了一种特定的结构，也称为 $P-\Theta$ 结构，其中参数变化，不确定或非线性项位于 Θ 算子中，而 LTI 部分由 P 来描述。

考虑一个反馈系统，在 Θ 中，被控对象与控制器都具有线性分式依赖性，参见图 2.3 的左侧。在该表示中， P 和 K 是已知的 LTI 模型。被控对象和控制器的依赖性由具有输入/输出信号 e_δ 、 d_δ 和 $\tilde{e}_\delta$ 、 $\tilde{d}_\delta$ 的模块 Θ 表示。反映被控对象动力学特性的块对角线时变执算子表示为

$$\Theta = \text{diag}(\rho_1 I_{r_1}, \dots, \rho_k I_{r_k}), \text{ 其中 } r_i > 1$$

$$\rho_i \text{ 不断重复, 并且 } r = \sum_{i=1}^k r_i.$$

一个在 Θ 中存在线性分式依赖的 LPV 被控对象，就能够通过图 2.3 上面半部的 LFT 互联来表示：

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = F_u(P, \Theta) \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

增广的被控对象 P 的输入与输出表示为

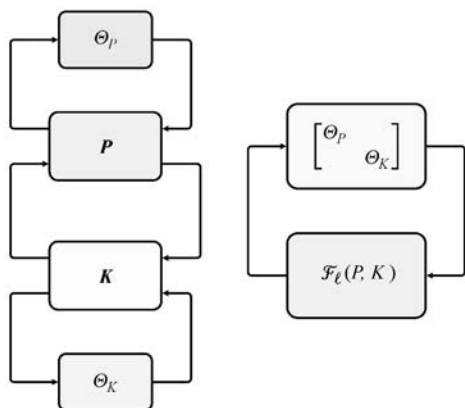


图 2.3 LPV 控制结构及其转换形式

$$\begin{bmatrix} e_\delta \\ z \\ y \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} P_{\theta\theta} & P_{\theta 1} & P_{\theta 2} \\ \hline P_{1\theta} & P_{11} & P_{12} \\ P_{2\theta} & P_{21} & P_{22} \end{array} \right] \begin{bmatrix} d_\delta \\ d \\ u \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

运用 d_δ 与 e_δ ($e_\delta = \Theta d_\delta$) 的联系, 上面提到的 LFT 互联结构表示为

$$F_u(P, \Theta) = \left[\begin{array}{c} P_{1\theta} \\ P_{2\theta} \end{array} \right] \Theta (I - P_{\theta\theta} \Theta)^{-1} [P_{\theta 1} \quad P_{\theta 2}] + \left[\begin{array}{cc} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{array} \right] \quad (2.33)$$

在 u 与 y 间的反馈关系为

$$u = F_l(K, \Theta)y \quad (2.34)$$

注意, 尽管在大多数情况下, 我们使用相同的模块 Θ 来调度被控对象和控制器, 但通常可以使用具有不同结构的模块。这一事实反映在图 2.3 中。为了简化公式, 我们使用相同的模块。

控制器的结构有如下关系:

$$\begin{bmatrix} u \\ \tilde{e}_\delta \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc} K_{11} & K_{1\theta} \\ K_{\theta 1} & K_{\theta\theta} \end{array} \right] \begin{bmatrix} y \\ \tilde{d}_\delta \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

其中 e_δ 与 d_δ 之间的关系为 $e_\delta = \Theta d_\delta$ 。

图 2.3 下半部的 LFT 互联结构如下:

$$F_l(K, \Theta) = K_{i\theta} \Theta (I - K_{\theta\theta} \Theta)^{-1} K_{\theta 1} + K_{11}$$

从干扰 d 到控制器输出 z 的闭环算子被给定为

$$T(P, K, \Theta) = F_l(F_u(P, \Theta), F_l(K, \Theta)) \quad (2.36)$$

LFT 结构可以被转换成一个改进的结构, 其中所有的参数相关分量被收集到一个不确定性块中, 参见图 2.3 的右侧。然后, 增广的被控对象形式如下:

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}_\delta \\ e_\delta \\ z \\ \frac{y}{\tilde{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_r \\ 0 & P & 0 \\ I_r & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{d}_\delta \\ d_\delta \\ d \\ \frac{u}{\tilde{u}} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

因为 $\tilde{y} = \tilde{d}_\delta$ 和 $\tilde{u} = \tilde{e}_\delta$, 这里的 P 写成公式 (2.32) 中的形式。

从外部输入 d 到控制输出 z 的闭环映射表示为

$$T(P, K, \Theta) = F_u \left(F_l(P_a, K), \begin{bmatrix} \Theta & 0 \\ 0 & \Theta \end{bmatrix} \right) \quad (2.38)$$

其中 P_a 写成公式 (2.37) 的形式。对于这个重复不确定性结构 $\text{diag}(\Theta, \Theta)$, 原始的 LPV 问题可以被看作是一个更经典的鲁棒性能问题。这个重复结构由 $\Delta \oplus \Delta$ 来表示。

基于 LFT 结构非线性系统的近似也可在 Packard 和 Wu (1993), Packard (1994), Apkarian 和 Gahinet (1995) 的研究内容中找到。

2.4 性能驱动线性变参数系统建模

在控制设计问题中, 必须为给定的系统制定一个控制律, 以达到指定要求的性能。经典方法是建立设备的数学模型, 并增加了反映不同性能规格的附加元素。在大多数情况下, 给定的性能是由一组合适的信号建模而得到的。这些信号(性能信号)与经过滤波的核心模型的信号有关。而这些滤波器被称为性能权重。

回顾基本的鲁棒控制: 控制器的设计从图 2.4 所示的典型互联结构开始。 Δm 模块包含系统的不确定性, 如未建模的动态和参数不确定性。在这个增广被控对象中, 未建模动态由加权函数 W_r 和模块 Δm 表示。加权函数 W_w 和 W_n 的目的是反映干扰和传感器噪声。

在这个框架中, 通过加权函数 W_p 的适当选择将性能要求施加到信号 z 中。与控制输入和不确定性相关的权重相比, 这些滤波器的作用不仅是缩放信号, 而且还确保了相互矛盾的性能指标之间的期望频率间隔, 例如跟踪性能和鲁棒性。因此, 在单纯的 LTI 传递函数中, 性能权重通常是一些动态系统。接下来, 我们首先列出在设计问题中遇到的一些典型控制目标和相关信号。

通过限制横向负载转移效应可以实现更好的横摆稳定性。然后, 控制设计的目的是最小化可作为性能指标的横向加速度 $z_a = a_y$ 。另一个控制任务是道路追踪, 即跟随道路几何结构, 其控制目的是最小化实际的横摆率与理想的横摆率之间的差异:

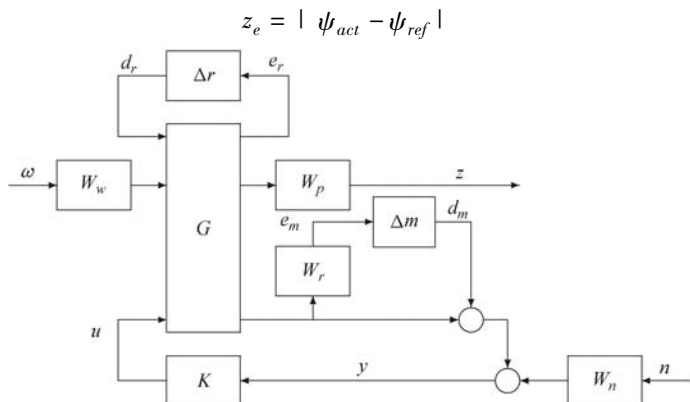


图 2.4 闭环内联结构

在各种车辆操纵过程中，将通过限制两轴上的横向载荷转移，使车轮始终接触地面来实现侧倾稳定性。横向载荷传递为 $\Delta F_{zi} = k_t \varphi_{ti}$ ，其中 φ_{ti} 是前后簧下质量侧倾角的测量值。归一化的横向负载转移为 $\rho_R = \Delta F_{zy} / (mg)$ ，并且控制设计的目的是如果超过预定的临界值，则降低归一化的横向负载转移的最大值。

簧上质量的俯仰角有可能在突然而剧烈的制动时显著增加。因此，可以引入俯仰稳定性需求，这可以通过将纵向负载转移限制在预定水平以下来实现。归一化的纵向负载转移可表示为归一化的俯仰角： $\rho_P = \theta / \theta_{\max}$ ，其中 θ 是俯仰角的测量值， $\theta_{\max}$ 是俯仰角的最大值。制动过程中控制设计的目的是为了减小正常的纵向载荷传递超过临界值时的俯仰动态。

最后，控制问题可以在一般的 $P-K-\Delta$ 结构中表示，其中 P 是广义被控对象， Δ 包含不确定性和调度变量。在局部控制器的设计中，二次 LPV 性能问题是如何选择参数变化控制器的问题，使得得到的闭环系统是二次稳定的，并使来自扰动和性能的 $\mathcal{L}_2$ 范数小于值 γ 。最小化任务如下（图 2.5）：

$$\inf_K \sup_{\Delta} \sup_{\|w\|_2 \neq 0, w \in \mathcal{L}_2} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \quad (2.39)$$

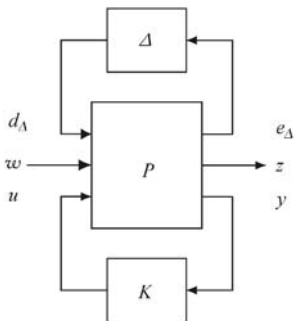


图 2.5 $P-K-\Delta$ 结构

现在，随着车辆效率、安全性和性能的提高，消费者对汽车的性能要求得到了保障。根据车辆行业的要求，一些性能指标作为研究的重点，例如改善车轮附着力、乘客舒适性，侧倾与俯仰稳定性，保证车辆部件的可靠性，降低燃料消耗和提出容错解决方案。通过选择各种性能指标，控制系统在设计过程中要考虑到控制系统对车辆其他功能的影响。

在集成控制系统的多层监控架构中, 管理系统通过监控组件和 FDI 过滤器, 来了解各种车辆操作和不同故障操作的信息。因此, 能够对车辆部件的必要干预做出决定, 并保证车辆的可重构和容错操作。管理系统的作用是在满足性能指标的同时, 避免组件之间的干扰和冲突。

集成车辆控制架构的优点是把复杂的车辆模型分为几个部分。在面向控制的模型形式中, 必须要考虑到管理系统的信息。因此, 监控组件和 FDI 过滤器的信号通过使用参数依赖加权, 内置在控制器的性能指标中。以这种方式, 局部控制器的操作增加了可重新配置和容错功能。

在监督分散控制中, LPV 方法的作用是至关重要的。在面向控制的模型形式中, 监控组件的选择与将监控组件添加到与性能要求相关的信号中, 是建模的关键点。所提出的方法通过相应加权函数的适当调度来实现对性能目标的重新配置。

为了说明这个想法: 考虑一个悬架系统设计, 其中用于垂向加速度和悬架动挠度的性能加权函数为

$$W_{p,az} = \phi_{az} W_{0,az}$$

$$W_{p,sd} = \phi_{sd} W_{0,sd}$$

式中, ϕ_{az} 和 ϕ_{sd} 是参数变化的增益。

较大的增益 ϕ_{az} 和较小的增益 ϕ_{sd} 对应于强调乘客舒适度的设计, 同时选择 ϕ_{az} 小, ϕ_{sd} 大, 对应于专注于悬架动挠度的设计。可能的建模选择为选择悬架动挠度作为调度这些增益的参数 ρ 。

为了描述这些调度变量的可能选择, 定义了两个参数: c_1 和 c_2 。当悬架动挠度 d 低于 c_1 时, 增益 ϕ_a 选择为常数, 增益 ϕ_d 为零。当悬架动挠度在 c_1 和 c_2 之间时, 增益线性变化。当悬架偏移量大于 c_2 时, 增益 ϕ_d 恒定, 增益 ϕ_a 为零, 如图 2.6 所示。

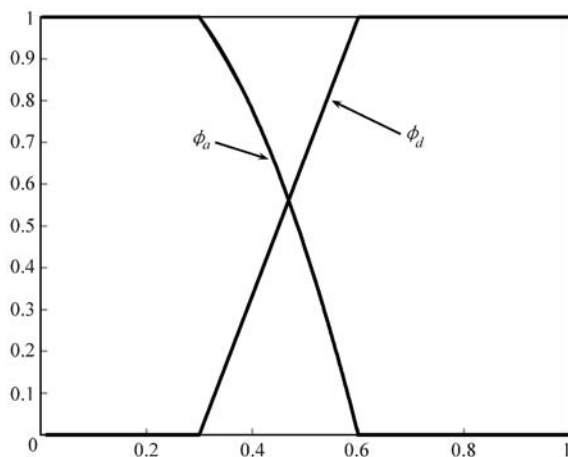


图 2.6 性能权重增益: ϕ_a 与 ϕ_d

以这种方式，我们获得一个 LPV 模型并将设计放在 LPV 框架中，原始被控对象可以被建模为 LTI 系统。

由于容错控制需要故障信息以保证性能并修改其操作，因此需要一个设计得当的 FDI 滤波器。然后，由 FDI 滤波器提供的故障信息可以被量化为 $\rho_D = f_{act}/f_{max}$ ，其中 f_{act} 是故障的估计（FDI 滤波器的输出），它代表主动部分的性能下降速率。 f_{max} 是潜在故障的最大值（致命错误）的估计。因此，可能发生故障的值被归一化到 $\rho_D = [0, 1]$ 之间。

执行器重新构建是基于两个执行器能够影响相同的车辆动态的事实。因此，无故障的执行机构能够替代已经发生故障或其性能已经下降的另一个执行器的运行。控制设计基于两个因素：已经检测到了故障或性能下降，以及故障信息 ρ_D ，而且必要的干预可能性已经内置于控制设计中。该目标通过对应的 W_p 性能和 W_a 执行器权重的适当调度来实现。

作为示例，考虑到制动系统的设计，指令信号是制动力的差异，而性能信号是横向加速度： $z_b = [a_y, u_r]^T$ 。横向加速度的加权函数为

$$W_{pa} = \phi_a W_{0,pa}$$

式中， ϕ_a 是增益，它反映横向加速度的相对重要性，并且它被选择为参数相关，例如归一化的横向负载转移 ρ_R 的函数。

当车辆不紧急时， ρ_R 小（ $|\rho_R| < R_b$ ），即 ϕ_a 较小，表示 LPV 控制不应该集中在最小化加速度上。另一方面，当 ρ_R 接近临界值时，即当 $|\rho_R| \geq R_b$ 时， ϕ_a 比较大，表示控制应集中在防止翻车上。

这里，固定的参数 R_b 定义为当车辆接近翻车情况时的临界状态，即所有车轮都在地面上，但内轮的侧向轮胎力趋于零。此外，还可以引入参数 R_a 来反映控制应该如何集中在最小化横向加速度上。这些参数保证了信号的平滑瞬变，例如以下选择：

$$\phi_a = \begin{cases} 1 & \text{若 } |\rho_R| > R_b \\ \frac{|\rho_R| - R_a}{R_b - R_a} & \text{若 } R_a \leq |\rho_R| \leq R_b \\ 0 & \text{若 } |\rho_R| < R_a \end{cases}$$

此外，在防侧倾杆系统中，如果在防倾杆的操作中检测到故障，制动系统将以比无故障情况更小的临界值被激活，比如当 $|\rho_{Da}| > 0$ 时。因此，制动器以修改后的方式被激活，并且制动力矩能够承担发生故障的防倾杆或悬架执行器的作用。修改后的临界值为

$$R_{a,new} = R_a - \alpha \cdot \rho_{Da}$$

式中， α 是预定义的常数因子。

2.5 两个子系统的线性变参数系统建模

2.5.1 垂向动力学建模

如图 2.7 所示的全车模型由五部分组成：1 个簧上质量和 4 个簧下质量。分别用 m_s 、 m_{uf} 和 m_{ur} 来表示簧上和簧下的质量。所有悬架由一个弹簧、一个阻尼器和一个执行器组成，在车身和车轴之间传递各种力。前后悬架刚度、前后轮胎刚度分别用 k_{sf} 、 k_{sr} 和 k_{lf} 、 k_{lr} 表示。前后悬架阻尼分别用 b_{sf} 、 b_{sr} 表示。设簧上质量前后左右 4 点的位移分别为 x_{1fl} 、 x_{1rl} 和 x_{1fr} 、 x_{1rr} 。设簧下质量位移分别为 x_{2fl} 、 x_{2rl} 和 x_{2fr} 、 x_{2rr} 。在全车模型中，干扰是由道路不平整引起的。控制力 F_{zfl} 、 F_{zrl} 、 F_{zfr} 和 F_{zrr} 由执行器产生。

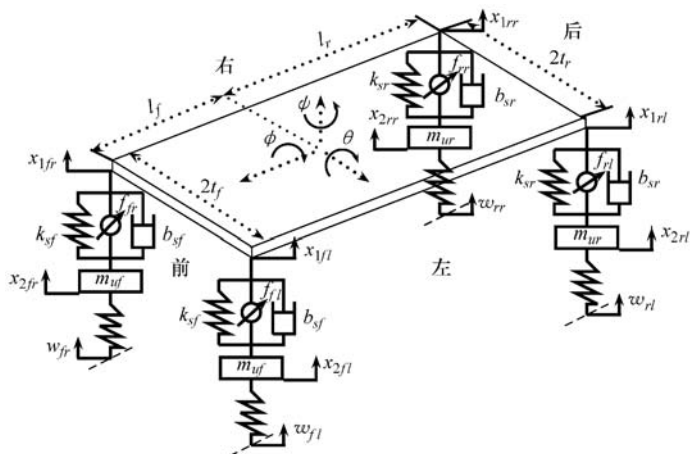


图 2.7 整车模型的垂向动力学

整车模型为 7 自由度系统。簧上质量被认为是一个刚体，并具有垂直、俯仰和侧倾方向的自由度。因此： x_1 是重心处的垂直位移， θ 是俯仰角， ϕ 是簧上质量的侧倾角。以下线性近似适用于簧上质量前后左右 4 点的位移：

$$x_{1fl} = x_1 + l_f \theta + t_f \phi$$

$$x_{1fr} = x_1 + l_f \theta + t_f \phi$$

$$x_{1rl} = x_1 - l_r \theta + t_r \phi$$

$$x_{1rr} = x_1 - l_r \theta - t_r \phi$$

在下文中，使用拉格朗日力学将基于第一定律的运动方程形式化。由于模型中存在 7 个自由度，所以将广义坐标定义为

$$q = [x_1 \quad \theta \quad \phi \quad x_{2fl} \quad x_{2fr} \quad x_{2rl} \quad x_{2rr}]^T \quad (2.40)$$

在计算运动刚体的动能时,既考虑了车身的运动,也考虑了非簧载质量的垂向运动。与转向运动相比,横摆运动可被忽略,并且侧倾角被认为是很小的,所以角速度以如下方式近似

$$\Omega_x = \dot{\theta} \sin \phi \approx 0,$$

$$\Omega_y = \dot{\theta} \cos \phi \approx \dot{\theta},$$

$$\Omega_z = \dot{\phi}$$

因此,由车身与簧下部件产生的动能为

$$T_B = \frac{1}{2} M_s \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} I_\theta \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_\phi \dot{\phi}^2 \quad (2.41)$$

$$T_U = \frac{1}{2} m_{uf} (\dot{x}_{2fl}^2 + \dot{x}_{2fr}^2) + \frac{1}{2} m_{ur} (\dot{x}_{2rl}^2 + \dot{x}_{2rr}^2) \quad (2.42)$$

并且总动能为 $T = T_B + T_U$ 。

势能包括振动过程中车辆的弹簧变形和轮胎变形。轮胎和悬架部件的变形表示如下:

$$d_{2fl} = x_{2fl} - w_{fl}, d_{2fr} = x_{2fr} - w_{fr}, d_{2rl} = x_{2rl} - w_{rl}, d_{2rr} = x_{2rr} - w_{rr}$$

与

$$d_{1fl} = x_{1fl} - x_{2fl}, d_{1fr} = x_{1fr} - x_{2fr}, d_{1rl} = x_{1rl} - x_{2rl}, d_{1rr} = x_{1rr} - x_{2rr}$$

势能表现为两部分的和: $U = U_S + U_T$, 其中 U_S 为存储于悬架系统中的势能, U_T 为存储于轮胎中的势能:

$$U_S = \frac{1}{2} k_{sf} (d_{1fl}^2 + d_{1fr}^2) + \frac{1}{2} k_{sr} (d_{1rl}^2 + d_{1rr}^2) \quad (2.43)$$

$$U_T = \frac{1}{2} k_{tf} (d_{2fl}^2 + d_{2fr}^2) + \frac{1}{2} k_{tr} (d_{2rl}^2 + d_{2rr}^2) \quad (2.44)$$

耗散能量考虑了减振器的作用。假设阻尼器产生的力随着变形率的变化而线性变化,则得到的耗散函数为

$$D = \frac{1}{2} b_{sf} (\dot{d}_{1fl}^2 + \dot{d}_{1fr}^2) + \frac{1}{2} b_{sr} (\dot{d}_{1rl}^2 + \dot{d}_{1rr}^2) \quad (2.45)$$

基于广义坐标,所受外力可写成:

$$f_1 = -F_{zfl} - F_{zfr} - F_{zrl} - F_{zrr}, f_2 = -l_f F_{zfl} - l_f F_{zfr} + l_r F_{zrl} + l_r F_{zrr}, f_4 = F_{zfl},$$

$$f_3 = -t_f F_{zfl} + t_f F_{zfr} - t_r F_{zrl} + t_r F_{zrr}, f_5 = F_{zfr}, f_6 = F_{zrl}, f_7 = F_{zrr}$$

然后,整车模型的拉格朗日公式可被写成:

$$M_s \ddot{q} = LB_s (\dot{x}_u - \dot{x}_s) + LK_s (x_u - x_s) - Lf \quad (2.46)$$

$$M_u \ddot{x}_u = B_s (\dot{x}_s - \dot{x}_u) + K_s (x_s - x_u) + K_t (w - x_u) + f \quad (2.47)$$

其中, $q = [x_1 \quad \theta \quad \phi]^T$ 、 $x_s = [x_{1fl} \quad x_{1fr} \quad x_{1rl} \quad x_{1rr}]^T$ 、 $x_u = [x_{2fl} \quad x_{2fr} \quad x_{2rl}$

$x_{2rr}]^T$ 、 $w = [w_{fl} \quad w_{fr} \quad w_{rl} \quad w_{rr}]^T$ 与 $f = [F_{zfl} \quad F_{zfr} \quad F_{zrl} \quad F_{zrr}]^T$ 。簧上质量 (M_s)，簧下质量 (M_u)，悬架刚度 (K_s)，轮胎刚度 (K_t)，悬架阻尼 (B_s)，几何结构 (L) 矩阵为

$$M_s = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 \\ 0 & I_\theta & 0 \\ 0 & 0 & I_\phi \end{bmatrix}, M_u = \begin{bmatrix} m_{uf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{uf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ur} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{ur} \end{bmatrix}, B_s = \begin{bmatrix} b_{sf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{sf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{sr} \end{bmatrix}$$

$$K_s = \begin{bmatrix} k_{sf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{sf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{sr} \end{bmatrix}, K_t = \begin{bmatrix} k_{tf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{tf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{tr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{tr} \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ l_f & l_f & -l_r & -l_r \\ t_f & -t_f & t_r & -t_r \end{bmatrix}$$

整车模型的标称参数见表 2.1。

运用 x_s 与 q 间的运动学关系：

$$x_s = L^T q \quad (2.48)$$

以及将式(2.48)代入方程(2.46)，则形成下面的微分方程：

$$M\ddot{z} + B\dot{z} + Kz = K_r w + L_a f \quad (2.49)$$

其中， $z = [q^T \quad x_u^T]^T$ ，其他矩阵表示为

$$M = \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & M_u \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} LB_s L^T & -LB_s \\ -B_s L^T & B_s \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} LK_s L^T & -LK_s \\ -K_s L^T & K_s + K_t \end{bmatrix}, K_r = \begin{bmatrix} 0 \\ K_t \end{bmatrix}, L_a = \begin{bmatrix} -L \\ I \end{bmatrix}$$

式(2.49)能够表示成状态空间形式：

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \quad (2.50)$$

其中， $x = [z^T \quad \dot{z}^T]^T$ ， $u = f$ ，且

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}K_r \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}L_a \end{bmatrix}$$

整车模型的标称参数见表 2.1。从干扰到性能信号，整车模型的开环频率响应，即垂向、俯仰、侧倾加速度和悬架偏移量如图 2.8 所示。

表 2.1 整车模型参数

参数 (符号)	值	单位
簧上质量 (m_s)	1400	kg
俯仰惯性矩 (I_θ)	2100	kg · m ²

(续)

参数 (符号)	值	单位
转动惯量 (I_ϕ)	460	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
簧下质量 (m_{uf}, m_{ur})	40, 40	kg
悬架刚度 (k_{sf}, k_{sr})	23500, 25500	N/m
前轮胎刚度 (k_{tf}, k_{tr})	190000, 190000	N/m
悬架阻尼 (b_{sf}, b_{sr})	1000, 1100	N/(m/s)
执行器参数 (α, β, γ)	4.515×10^{13} , 1, 4.969×10^{12}	
活塞面积 (A_p)	3.35×10^{-4}	m^2
供给压力 (P_s)	10342500	Pa
时间常数 (τ)	$\frac{1}{30}$	s

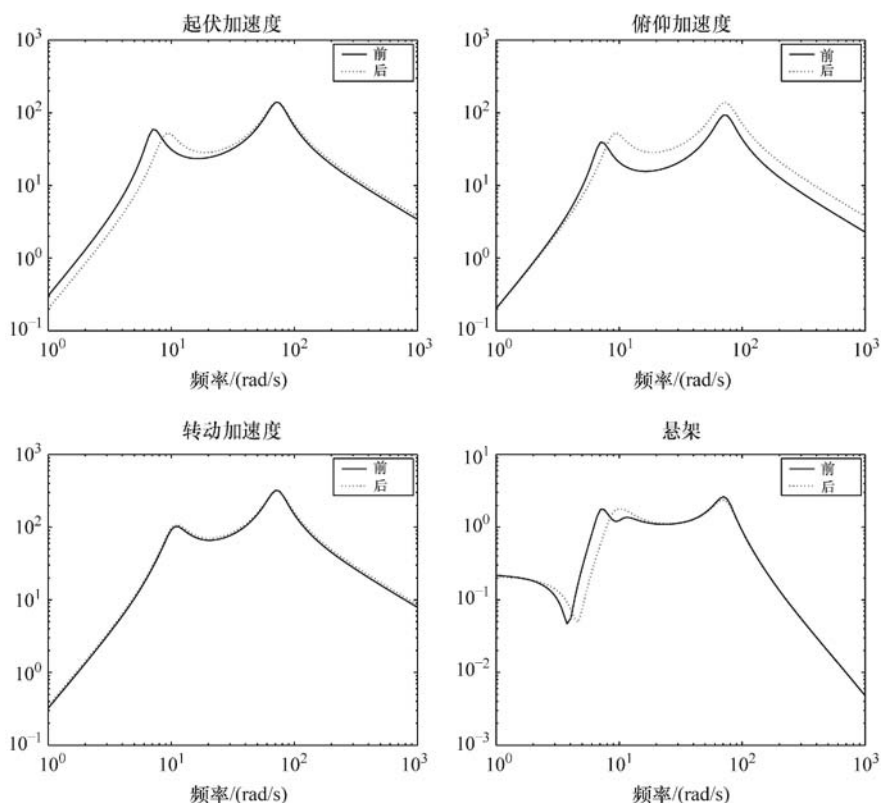


图 2.8 由于干扰所引起的整车模型频率响应

2.5.2 垂向动力学中的非线性部分

在上一节提出的整车模型中, 没有明确表达悬架刚度 (K_s)、轮胎刚度

(K_t) 和悬架阻尼 (B_s) 的非线性。此外, 执行器的非线性被完全忽略。在下文中, 我们通过推导相关子系统——四分之一车的模型来讨论这些非线性问题。

如图 2.9 所示的四分之一车辆模型是一个两自由度模型。 $x_1 = q_1$, $x_2 = q_2$ 分别表示簧上质量和非簧载质量的垂直位移。在悬架系统的建模中, 考虑了悬架部件的非线性行为和执行器动力学特性。悬架系统的垂向动力学特性通过以下方式表示:

$$m_s \ddot{x}_1 = F_{ks} + F_{bs} - F_{az} \quad (2.51)$$

$$m_u \ddot{x}_2 = -F_{ks} - F_{bs} - k_t (x_2 - w) + F_{az} \quad (2.52)$$

式中, F_{bs} 为悬架阻尼力; F_{ks} 为悬架弹簧力; F_{az} 为执行器输出的力。

悬架刚度产生的力的公式为

$$F_{ks} = k_s^l (x_2 - x_1) - k_s^{nl} (x_2 - x_1)^3 \quad (2.53)$$

其中, 非线性悬架刚度 (k_s) 的主要部分由线性参数 k_s^l 与非线性参数 k_s^{nl} 组成。悬架阻尼产生的力的公式为

$$F_{bs} = b_s^l (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - b_s^{sym} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \operatorname{sgn}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + b_s^{nl} \sqrt{|\dot{x}_2 - \dot{x}_1|} \operatorname{sgn}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (2.54)$$

式中, $\dot{x}_1$ 和 $\dot{x}_2$ 分别表示簧上质量和非簧载质量的垂向速度。这里, 非线性悬架阻尼 b_s 由一个线性系数 b_s^l 和两个非线性系数 b_s^{nl} 和 b_s^{sym} 组成。 b_s^{nl} 显示了对阻尼特性的非线性影响, 而 b_s^{sym} 描述了其非对称行为。

请注意, 在悬架系统的建模中, 经常使用线性模型而不是非线性模型。悬架系统的线性化公式为 $F_{ks} = k_s^l (x_2 - x_1)$ 与 $F_{bs} = b_s^l (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$ 。

液压执行器的运行是非线性的, 因此它的输出力应按照以下方式表达, 参见 Merritt (1967)。液压执行器由电液伺服阀控制, 并与被动悬架系统平行安装。考虑一个四通阀活塞系统, 其中活塞的力平衡给定为

$$F_{az} = A_p P_L \quad (2.55)$$

式中, A_p 为活塞面积; P_L 为活塞上的压降。 P_L 的微分为

$$\dot{P}_L = -\beta P_L + \alpha A_p (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \alpha Q \quad (2.56)$$

其中, $\alpha = \frac{4\beta_e}{V_t}$, $\beta = \alpha C_{tp}$, 以及

$$Q = \operatorname{sgn}[P_s - \operatorname{sgn}(x_v) P_L] C_d S x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} |P_s - \operatorname{sgn}(x_v) P_L|} \quad (2.57)$$

式中, V_t 是总执行器的体积; β_e 是系统的有效体积模量; Q 是液压负载流量; C_{tp}

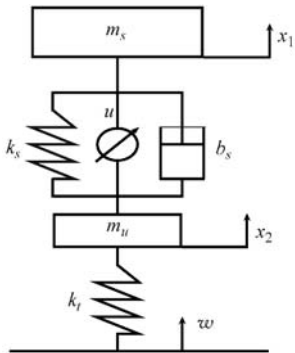


图 2.9 四分之一车的垂向动力学模型

是活塞的总泄漏系数； C_d 是流量系数； S 是滑阀面积梯度； x_v 是滑阀的位移； $\bar{\rho}$ 是液压流体密度； P_s 是供给压力。活塞缸速度为从活塞缸的位置输出到活塞上的压差的耦合。它被认为是反馈项，并已经由 Alleyne 和 Hedrick (1992) 以及 Alleyne 和 Liu (2000) 做了响应的分析。滑阀 x_v 的位移由伺服阀 u 的输入控制：

$$\dot{x}_v = \frac{1}{\tau}(-x_v + u) \quad (2.58)$$

这个非线性模型的状态空间表达为

$$\dot{x} = f(x) + gu + hw \quad (2.59)$$

其中，系统状态向量 x 为

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_P \quad x_v]^T \quad (2.60)$$

系统状态向量的分量为簧上质量 x_1 的垂直位移，簧下质量 x_2 的垂直位移，以及它们的导数 $x_3 = \dot{x}_1$ ， $x_4 = \dot{x}_2$ ，压降 $x_P (= P_L)$ ，伺服阀位移 x_v 。公式 (2.59) 的组成部分为

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{1}{m_s}(F_{ks} + F_{bs} - A_P x_P) \\ \frac{1}{m_u}(-F_{ks} - F_{bs} - k_t x_2 + A_P x_P) \\ -\beta x_P + \alpha A_P(x_4 - x_3) + \alpha Q \\ -\frac{1}{\tau}x_v \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}, h = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_u} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

下面，通过选择三个调度变量，即相对位移的平方、相对速度的符号和与执行器的负载压力相关的信号，来构造 LPV 模型。

$$\rho_{ks} = (x_2 - x_1)^2 \quad (2.61)$$

$$\rho_b = \text{sgn}(x_4 - x_3) \quad (2.62)$$

$$\rho_Q = \text{sgn}[P_s - \text{sgn}(x_v)P_L]C_d S \sqrt{\frac{1}{\rho}|P_s - \text{sgn}(x_v)P_L|} \quad (2.63)$$

将 ρ_Q 引入到执行器的公式 (2.56)，则微分方程为

$$\dot{x}_P(\rho_Q) = -\beta x_P + \alpha A_P(x_4 - x_3) + \alpha \rho_Q x_v \quad (2.64)$$

负荷压力微分方程的参数依赖关系是 ρ_Q 仿射的。由于仿射参数依赖性，在整个参数区域保证了二次稳定性和控制性能，仅需在 LMI 约束条件下参数区域的极值点处解决优化问题。

将非线性弹簧力按以下方式重新表达：

$$F_{ks}(\rho_{ks}) = k_s^l(x_2 - x_1) - k_s^{nl}\rho_{ks}(x_2 - x_1) \quad (2.65)$$

这个力通过状态的线性组合来表示, 允许力具有非线性 ρ_{ks} 依赖性。非线性阻尼力表示为

$$F_{bs}(\rho_b) = b_s^l(x_4 - x_3) - b_s^{sym}\rho_b(x_4 - x_3) + b_s^{nl}\rho_b\sqrt{\rho_b(x_4 - x_3)} \quad (2.66)$$

其中第一项和第二项是线性部分, 第三项是阻尼力的非线性部分。阻尼力的线性部分可以表示为状态的线性组合, 而非线性部分不能。因此, 必须引入一个虚拟信号函数 u_{fict} , 与此同时, 当形式化 LPV 模型时, 必须将非线性部分并入到扰动矩阵中。

在主动悬架系统的 LPV 模型中, 三个主要参数需要被选取。在实践中, 相对位移是一个测量信号。相对速度由所测量的相对位移的数值微分来确定。调度变量 ρ_Q 与执行机构的负载压力相关, 假定它可直接由式 (2.57) 计算。

LPV 模型的状态空间表示如下:

$$\dot{x} = A(\rho)x + gu + \tilde{h}w \quad (2.67)$$

其中 $\rho = [\rho_1 \ \rho_2 \ \rho_3]^T$, $\rho_1 = \rho_{ks}$, $\rho_2 = \rho_b$, $\rho_3 = \rho_Q$; $\tilde{w} = [w \ u_{fict}]^T$ 包括扰动信号和虚构信号。矩阵 A 以下面的形式表示:

$$A(\rho) = A_0 + \rho_1 A_1 + \rho_2 A_2 + \rho_3 A_3$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s^l}{m_s} & \frac{k_s^l}{m_s} & -\frac{b_s^l}{m_s} & \frac{b_s^l}{m_s} & -\frac{A_P}{m_s} & 0 \\ \frac{k_s^l}{m_u} & -\frac{k_s^l}{m_u} - \frac{k_t}{m_u} & \frac{b_s^l}{m_u} & -\frac{b_s^l}{m_n} & \frac{A_P}{m_u} & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha A_P & \alpha A_P & -\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} + \rho_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s^{nl}}{m_s} & \frac{k_s^{nl}}{m_s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_s^{nl}}{m_u} & -\frac{k_s^{nl}}{m_u} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \rho_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_s^{sym}}{m_s} & -\frac{b_s^{sym}}{m_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{b_s^{sym}}{m_u} & \frac{b_s^{sym}}{m_u} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \rho_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha \rho_Q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

g 与 $\tilde{h}$ 表示为:

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}, \tilde{h} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_s} b_s^{nl} \rho_b \sqrt{\rho_b (x_4 - x_3)} \\ \frac{k_t}{m_u} & -\frac{1}{m_u} b_s^{nl} \rho_b \sqrt{\rho_b (x_4 - x_3)} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

标称参数在表格 2.2 中给出。

表 2.2 四分之一车模型参数

参数 (符号)	值	单位
簧上质量 (m_s)	290	kg
簧下质量 (m_u)	40	kg
悬架刚度 (k_s^l, k_s^{nl})	$235 \times 10^2, 235 \times 10^4$	N/m
轮胎刚度 (k_t)	190×10^3	N/m
阻尼 ($b_s^l, b_s^{nl}, b_s^{sym}$)	700, 400, 400	N/(m/s)
时间常数 (τ)	$\frac{1}{30}$	s

通过两个例子，我们对悬架系统的性能指标进行了测试，即簧上质量的垂向加速度、悬架动行程、车轮质心偏移和控制力。激励信号是路面上的冲击和方波输入。

首先，通过使用冲击信号来测试悬架系统的性能指标。性能指标如图 2.10 所示。非线性情况下，起伏加速度的超调量大于线性加速度的 10%，但非线性情况下的瞬态持续时间比线性情况下的短。与此同时，非线性情况下的悬架动行程值比线性偏差值小。这些性质是由非线性阻尼特性引起的，这与平衡点附近的线性特性有很大不同。

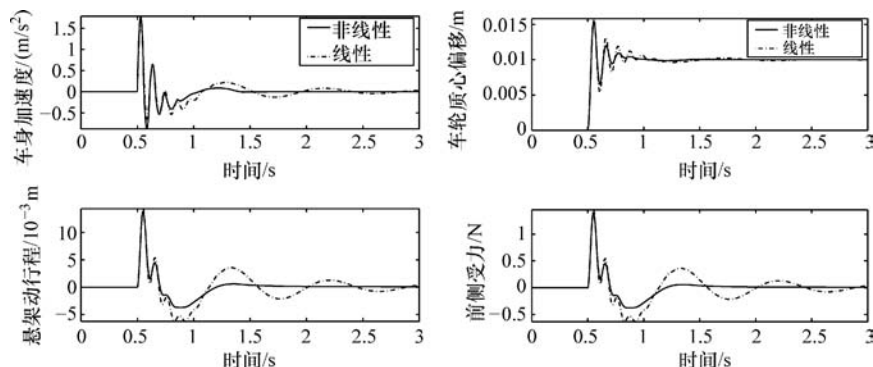


图 2.10 车身到缓冲块的时域响应

2.5.3 横摆－侧倾动力学线性变参数建模

运动微分方程，即簧上质量的横向动态、横摆力矩、侧倾力矩以及前后簧下质量的侧倾力矩将在接下来的部分逐一介绍。Sampson、Cebon (2003), Gáspáret 等 (2005C) 也介绍了上面提到的运动学方程。

图 2.11 说明了由三体系统模拟了经整合的横摆－侧倾车辆动态，其中 m_s 是簧上质量， $m_{u,f}$ 是包括前轮和车轴在内的车辆前部簧下质量， $m_{u,r}$ 是包括后轮和车轴的簧下质量， m 是车辆总质量。

I_{xx} , I_{xz} , I_{zz} 分别是簧上质量的侧倾、横摆－侧倾以及横摆运动的转动惯量。 h 是簧上质量的质心 (CG) 高度， $h_{u,f}$ 与 $h_{u,r}$ 是簧下质量的质心 (CG) 高度， r 是从地面到侧倾中心轴线的高度。总的轴载荷分别为 $F_{z,l}$ 和 $F_{z,r}$ 。

簧上质量的侧倾运动通过阻尼系数为 b_{sf} 、 b_{sr} 和刚度系数为 k_{sf} 、 k_{sr} 的悬架系统来衰减。轮胎刚度由 k_{yf} 和 k_{yr} 表示。信号变量为前进速度 v 、横向加速度 a_y 、簧上质量的侧滑角 β 、方位角 ψ 、横摆角速度 $\dot{\psi}$ 、侧倾角 ϕ 、侧倾角速度 $\dot{\phi}$ 、前轴侧倾角 $\phi_{l,f}$ 和后轴侧倾角 $\phi_{l,r}$ 。 δ_f 是前轮转向角， ΔF_b 是左侧和右侧车轮上的制动力偏差。

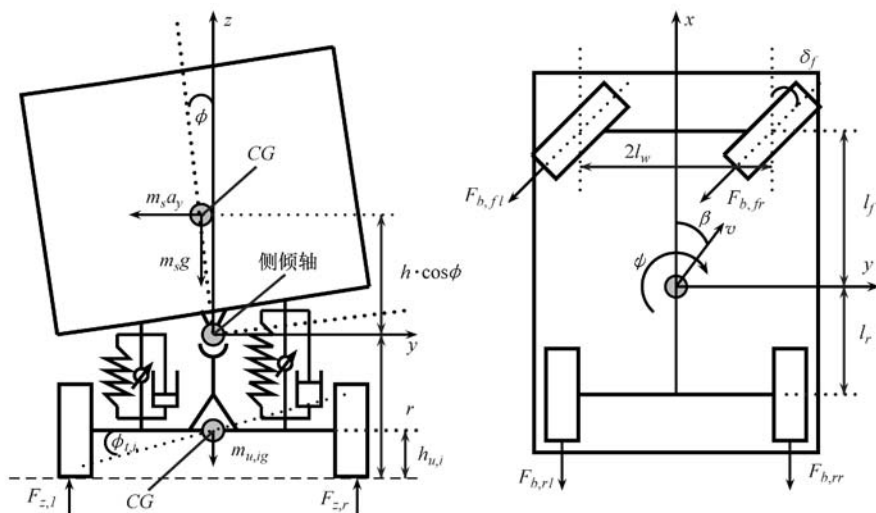


图 2.11 整车模型

假定由补偿器提供的制动力之间的差值 ΔF_b 被施加于后桥。这个假设并不限制补偿器的实现，因为控制动作可能分布到前轮和后轮的左右两侧车轮上。

在车辆建模中，单质量车辆的侧倾与横摆动力学微分方程被建立。车辆可以纵向和横向平移，也可以横摆。簧上质量可以围绕水平轴旋转。簧下质量也可以

侧倾，保证了轮胎的垂直顺应性。这些运动用固定在车辆上的坐标系进行描述：侧倾轴由平行于地面的 x 轴代替， z 轴向下穿过车辆的质心。悬架的弹簧、减振器和主动防侧倾杆在簧上和簧下质量之间产生力矩，以响应侧倾运动。除了现有的被动弹簧和减振器之外，每个轴上的主动侧倾控制系统还包括一对执行器和一系列机械连杆机构。轮胎则产生了与侧滑角度成线性变化的侧向力。

$$mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) - m_s h \ddot{\phi} = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.68)$$

$$-I_{xz} \ddot{\phi} + I_{zz} \ddot{\psi} = F_{yf} l_f - F_{yr} l_r + l_w \Delta F_b \quad (2.69)$$

$$(I_{xx} + m_s h^2) \ddot{\phi} - I_{xz} \ddot{\psi} = m_s g h \phi + m_s v h (\dot{\beta} + \dot{\psi}) - k_{f(r)} (\phi - \phi_{t,f}) - b_{f(r)} (\dot{\phi} - \dot{\phi}_{t,f}) - k_{r(r)} (\phi - \phi_{t,r}) + b_{r(r)} (\dot{\phi} - \dot{\phi}_{t,r}) \quad (2.70)$$

$$-r F_{yf} = m_{uf} v (r - h_{uf}) (\dot{\beta} + \dot{\psi}) - m_{uf} g h_{uf} \phi_{t,f} - k_{t,f(r)} \phi_{t,f} + k_{f(r)} (\phi - \phi_{t,f}) + b_{f(r)} (\dot{\phi} - \dot{\phi}_{t,f}) \quad (2.71)$$

$$-r F_{yr} = m_{ur} v (r - h_{ur}) (\dot{\beta} + \dot{\psi}) - m_{ur} g h_{ur} \phi_{t,r} - k_{t,r(r)} \phi_{t,r} + k_{r(r)} (\phi - \phi_{t,r}) + b_{r(r)} (\dot{\phi} - \dot{\phi}_{t,r}) \quad (2.72)$$

轮胎接地方向上的横向轮胎力 F_{yf} 和 F_{yr} 分别与轮胎侧偏角 α_f 和 α_r 成线性近似：

$$F_{yf} = \mu C_f \alpha_f, F_{yr} = \mu C_r \alpha_r \quad (2.73)$$

式中， μ 是侧向力系数； C_f 和 C_r 是轮胎侧向侧偏常数。

μ 也被称为摩擦系数或内聚力系数，根据定义，它是作用在车轮平面上的摩擦力与车轮接地力之比。

底盘和车轮在车轮接地点具有相同的速度。前后轮在横向和纵向上的速度方程如下：

$$v_{w,f} \sin(\delta_f - \alpha_f) = l_f \cdot \dot{\psi} + v \sin \beta \quad (2.74)$$

$$v_{w,r} \cos(\delta_f - \alpha_f) = v \cos \beta \quad (2.75)$$

$$v_{w,r} \sin \alpha_r = l_r \cdot \dot{\psi} - v \sin \beta \quad (2.76)$$

$$v_{w,r} \cos \alpha_r = v \cos \beta \quad (2.77)$$

在稳定的驾驶条件下，轮胎侧偏角 α_i 通常不大于 5° ，并且通过将 $\sin x \approx x$ 和 $\cos x \approx 1$ 代入，可以简化上述方程。因此，轮胎侧偏角的经典方程给定为

$$\alpha_f = -\beta + \delta_f - \frac{l_f \cdot \dot{\psi}}{v}, \alpha_r = -\beta + \frac{l_r \cdot \dot{\psi}}{v} \quad (2.78)$$

选择系统状态为簧上质量的侧偏角 β ，横摆角速度 $\dot{\psi}$ ，侧倾角 ϕ ，侧倾速率 $\dot{\phi}$ ，前悬架处的簧下质量的侧倾角 $\phi_{t,f}$ 和后桥侧倾角 $\phi_{t,r}$ ，即：

$$x = (\beta \quad \dot{\psi} \quad \phi \quad \dot{\phi} \quad \phi_{t,f} \quad \phi_{t,r})^T \quad (2.79)$$

微分代数模型可以转化为下面的状态空间表示形式：

$$E(v)\dot{x} = A_0(v)x + B_0\delta_f + B_1\Delta F_b \quad (2.80)$$

其中 $E(v)$ 为也包含质量和惯性的可逆矩阵。

系统矩阵如下：

$$E(v) = \begin{bmatrix} mv & 0 & 0 & -m_s h & 0 & 0 \\ 0 & I_{zz} & 0 & -I_{xz} & 0 & 0 \\ -m_s v h & -I_{xz} & 0 & I_{xx} + m_s h^2 & -b_{f(r)} & -b_{r(r)} \\ -m_{uf} v(r - h_{uf}) & 0 & 0 & 0 & +b_{f(r)} & 0 \\ -m_{ur} v(r - h_{ur}) & 0 & 0 & 0 & 0 & +b_{r(r)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_0(v) = \begin{bmatrix} -(C_f + C_r)\mu & \frac{(-l_f C_f + l_r C_r)\mu}{v} - mv & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (-C_f l_f + C_r l_r)\mu & -\frac{(l_f^2 C_f + l_r^2 C_r)\mu}{v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_s v h & m_s g h - k_{f(r)} - k_{r(r)} & -b_{f(r)} - b_{r(r)} & k_{f(r)} & k_{r(r)} \\ -r C_{f\mu} & m_{uf} v(r - h_{uf}) - \frac{l_f r C_{f\mu}}{v} & k_{f(r)} & b_{f(r)} & A_{0(4,5)} & 0 \\ -r C_{r\mu} & m_{ur} v(r + h_{ur}) + \frac{l_r r C_{r\mu}}{v} & k_{r(r)} & b_{r(r)} & 0 & A_{0(5,6)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{10} = \begin{bmatrix} C_{f\mu} \\ l_f C_{f\mu} \\ 0 \\ r C_{f\mu} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_{20} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_w \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其中, $A_{0(4,5)} = -k_{l,f(r)} - k_{f(r)} + m_{uf} g h_{uf}$, $A_{0(5,6)} = -k_{l,r(r)} - k_{r(r)} - m_{ur} g h_{ur}$ 。

将公式 (2.80) 左右两边同时乘以 $E^{-1}(v)$, 则它的状态空间表达式为

$$\dot{x} = A(v)x + B(v)\delta \quad (2.81)$$

其中, $\delta^T = [\delta_f \quad \Delta F_b]$ 。如果有主动防倾杆系统, 那么可以加入一个额外的控制输入 $u_c = [u_f \quad u_r]$, 使主动防倾杆在簧上质量与簧下质量之间产生侧倾转矩:

$$\dot{x} = A(v)x + B(v)\delta + B_{rb}(v)u_c \quad (2.82)$$

横向加速度、横摆角速度与侧倾角速度可选择作为系统的测量信号

$$y = [a_y \quad \dot{\psi} \quad \dot{\phi}]^T \quad (2.83)$$

其中横向加速度是

$$a_y = v \dot{\beta} + v \dot{\psi} - h \ddot{\phi}$$

在线性横摆-侧倾模型中,前进速度被认为是一个常数。然而,前进速度是一个重要的稳定性参数,所以它实际上是运动的一个变量。因此,由于方程(2.81)中的系统矩阵依赖于车辆非线性的前进速度和侧向力系数,所以车辆的横摆和侧倾动态的建模得到了一个非线性模型。

当侧偏角 β 较小时,前进速度近似等于纵向速度。可以认为在稳定的驾驶条件下侧偏角小。因此,在车辆侧向操纵时,认为加速踏板开度是恒定的,并且前进速度仅与制动力有关。前进速度假设是测量得到的,但是,侧向力系数通常不能直接测量。

如果选择 v 和 μ 作为调度变量,横摆-侧倾运动的微分方程在状态变量中是线性的:

$$\dot{x} = A(\rho)x + B_1(\rho)\delta_f + B_2(\rho)\Delta F_b \quad (2.84)$$

其中

$$A(\rho) = A_0 + \rho_1 A_1 + \rho_2 A_2 + \rho_3 A_3 + \rho_4 A_4 + \rho_5 A_5$$

$$B_1(\rho) = B_{10} + \rho_2 B_{11} + \rho_3 B_{12}$$

$$B_2(\rho) = B_{20} + \rho_1 B_{21}$$

$$\rho = (\rho_1 \ \rho_2 \ \rho_3 \ \rho_4 \ \rho_5)^T$$

$$\rho_1 = \frac{1}{v}, \rho_2 = \mu, \rho_3 = u/v,$$

$$\rho_4 = \mu/v^2, \rho_5 = v$$

模型的一些参数见表2.3。

表 2.3 横摆-侧倾车辆模型的参数

参数	值
m_s	12 487kg
m_{uf}, m_{ur}	706 1000kg
m	14 193kg
h	1.15m
h_{uf}, h_{ur}	0.53m, 0.53m
r	0.83m
C_f, C_r	$582 \times 10^3 \text{ kN/rad}$, $783 \times 10^3 \text{ kN/rad}$
k_f, k_r	$280 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$, $684 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$
b_f, b_r	$100 \times 10^3 \text{ kN/rad}$, $100 \times 10^3 \text{ kN/rad}$
$k_{i,f}, k_{i,r}$	$2060 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$, $3337 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$

(续)

参数	值
I_{xx}	24 201 kg · m ²
I_{xz}	4200 kg · m ²
I_{zz}	34 917 kg · m ²
l_f, l_r	1.95m, 1.54m
l_w	0.93m
μ	1

2.6 灰箱辨识与参数估计

LPV 模型包含了多种参数,其参数值不一定是预先知道的。因此,需要一种方法来估计标称模型的这些未知参数。下面我们考虑 (q) LPV 系统作为输入仿射非线性系统的一个子类,它可以表示为

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(p, \rho(t))x + B_u(p, \rho(t))u + B_\varphi(p)\varphi(\rho(t)) \\ y &= C(p, \rho(t))x\end{aligned}\quad (2.85)$$

式中, p 是参数向量; $\rho(t)$ 是时变调度参数的已知向量,其最终取决于所测量的输出,即 $\rho(t) = \rho(y)$, 并且 ϕ 是已知的,可能是其形参的非线性函数。

我们研究的目的是从输入-输出测量中计算系统 (2.85) 的未知参数 p , 换句话说就是解决一个灰箱识别问题。解决这种识别问题的被广泛使用的方法是设置二次输出误差辨识准则,即根据未知参数的函数使问题最小化。

这个非线性最小二乘问题的目标函数通常由下式给出:

$$J(p) = \frac{1}{2} \|y - y(p)\|^2 \quad (2.86)$$

式中, $y(p)$ 是对应于输入 u 和初始条件 x_0 的公式 (2.85) 的解。

出于实际的原因,由一个离散的标量积产生的标准型为

$$\|v\|^2 := \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |v(t_i)|^2 \quad (2.87)$$

式中, $v(t_i)$ 是在时刻 t_i 的信号 v 的样本。

在实际辨识实验中,采样是均匀的,采样时间是 τ , 即 $t_i = t_0 + (i-1)\tau$ 。通常,参数范围上的一些额外的框约束也是可用的,如下式 (2.88), 以允许设置非线性最小二乘问题的约束。

$$p_{i,l} \leq p_i \leq p_{i,u}, i = 1, \dots, n_p \quad (2.88)$$

在离散时间场合中,有几种专用于解决这个问题方法,参见例如 Bamieh

和 Giarre (2002), Hori 等人 (1992), Lee 和 Poola (1996, 1999), Ljung (2001), Verdult 和 Verhaegen (2002)。在这些方法中, 优化方案通常基于牛顿或准牛顿型迭代过程。经常被称为“自适应”或“递归”的其他方法, 例如扩展的卡尔曼滤波 (EKF) 方法, 主要被认为是这些类型算法的递归变体, 其中算法的主要益处是所需的模拟数量较少。这些类型的方法的一般收敛性, 即使在理论场合中, 也知之甚少。

在连续时间场合中, 也可以应用这些类型的方法, 所有这些方法都涉及公式 (2.85) 类型系统。这种整合带来了一些新的问题, 或者比离散时间遇到的困难更严峻。

第一个问题是由于初始条件 x_0 在实际环境中经常是未知的。除了可辨识性的一般理论问题之外, 我们必须解决评估函数 (2.86) 的问题, 并且还必须解决从与原始条件相同的初始条件开始整合包含参数 p 的系统的问题。在离散时间场合中, 至少在有足够长的数据记录可用的情况下, 可以通过从移位的初始时间开始仿真, 并通过使用先前的数据作为初始条件来解决该问题。为了克服这个困难, 我们建议提出一个改进的辨识问题。我们建议首先设计一个称为 Luenberger 型的观测器, 然后对观测器系统进行辨识过程。

仿真过程, 即计算 $y(p, t_i)$ 的方法包含一个数值算法, 该算法执行系统的隐式离散化。对于一类微分方程, 即刚度方程, 这些数值方法是相当复杂的, 其中包含具有可变步长迭代的隐式方案。用这个种方法进行更深入的分析在连续时间参数辨识过程中十分困难。

由于这个问题, 为了以可接受的精度计算解, 积分方案需要在中间时刻 t 中, 即在 $t_1 \leq t \leq t_{1+1}$ 时评估微分方程的右侧。问题是, 在模拟过程中值 $\rho(t)$ 、 $u(t)$ 和 $y(t)$ 是不可用的, 并且它们必须以某种方式被替换, 例如通过插值或零阶保持策略。因此, 输入 u 和调度变量 ρ 的量化产生了一个改进的微分方程。这个等式的解决方案可能与原来的方案有很大的不同。

2.6.1 基于观测器的辨识

如果系统 (2.85) 从不同的初始状态 $\hat{x}_0$ 开始, 相对应的解 $\hat{y}$ 通常不同。而且, 对于一个非线性系统来说, 这个误差不是一个指数衰减的外加项。由此可见, 目标函数值对于由标称参数 p 确定的系统的解而言不会消散为零。因此, 所使用的优化算法将无法提供正确的参数值。

如果初始条件 x_0 是未知的, 那么必须用未知参数扩展原始系统的状态, 并将 $\dot{p} = 0$ 加到状态方程组中。这个扩展系统的可观性保证了对 $(p, x_0(p))$ 对应解函数的唯一性。然而, 扩展系统通常是一个完全的非线性系统, 其可观性在实践中难以测试。下面假设在未知初始条件下的可辨识性是成立的。

为了解决初始条件未知的问题,我们提出为系统设计一个 Luenberger 型观测器,然后对观测器系统进行辨识处理。观测器的形式如下:

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= (A + KC)(\rho, p)\eta + (B_u + KD)(\rho, p)u + B_\varphi(\rho, p)\varphi - K(\rho, p)y \\ \varepsilon &= -C(\rho, p)\eta + y\end{aligned}\quad (2.89)$$

通过这种构造,对于 $p = p_0$, 系统 (2.89) 是一个观测器,即对于参数的标称值,有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$ 。这意味着实际上目标函数 (2.86) 可以被替换为以下函数:

$$\tilde{J}(p) = \frac{1}{2} \langle \varepsilon, \varepsilon \rangle_o, \langle \varepsilon, \varepsilon \rangle_o := \frac{1}{N-L} \sum_{i=L}^{N-1} |\varepsilon(t_i)|^2 \quad (2.90)$$

式 (2.90) 需要合理选择 L 的大小, L 的选择取决于观测器的收敛属性(时间常数),即观测器增益 K 的选择。关于稳定性的问题,让我们回顾一下,如果存在矩阵 $P = P^T > 0$, 那么 LPV 系统被认为是二次稳定的,如

$$A(\rho)^T P + PA(\rho) < 0 \quad (2.91)$$

其中,所有的参数 $\rho \in P$ 。一个系统是二次稳定的充要条件是方程 (2.91) 中的条件对于参数空间的所有角点都是成立的,也就是说,可以得到一个 LMI 的有限系统,这个系统必须满足 $A(\rho)$ 和一个合适的正定矩阵 P , 见 Gahinet 和 Apkarian (1996), Fen 等人 (1996)。

为了获得一个二次稳定的观测器, LMI:

$$(A(\rho) + K(\rho)C)^T P + P(A(\rho) + K(\rho)C) < 0 \quad (2.92)$$

必须保持合适的 $K(\rho)$ 和 $P = P^T > 0$ 。通过引入辅助变量 $G(\rho) = PK(\rho)$, 我们必须在参数空间的角点上求解以下 LMI 集合:

$$A(\rho)^T P + PA(\rho) + C^T G(\rho)^T + G(\rho)C < 0 \quad (2.93)$$

通过求解这些线性矩阵不等式,能够获得一个固定的,但 p 为任意值的观测器增益。

2.6.2 基于自适应观测器的辨识方法

自适应观测器主要用于在线工作的故障检测和隔离以及自适应控制。在我们的辨识场合中,观测器离线工作,并且必须在测量长度给定的时间内收敛到估计参数的可接受值。

我们的方法从一般非线性理论的观点出发,参见 Besancon (2000)。假设存在对称正定矩阵 P , 增益矩阵 $K(t)$, 矩阵 M 和 $\mu > 0$, 使得:

$$PA_o(t) + A_o^T(t)P \leq -\mu I, PB_p = C^T M \quad (2.94)$$

其中, $A_o(t) = A(t) + K(t)C$ 保持并且信号 ϕ 持续激励。

那么,用于辨识的自适应观测器可以定义为

$$\begin{aligned}\hat{\dot{x}} &= A(t)\hat{x} + B_u(t)u + B_p\varphi(t)\hat{p} + K(t)(y - C\hat{x}) \\ \hat{\dot{p}} &= -\gamma\varphi^T(t)M^T(y - C\hat{x})\end{aligned}$$

其中假设 M 满足条件 (2.94)。

在离线辨识场景中, 持续条件

$$\int_t^{t+T} \varphi^T(\tau)B_p^TB_p\varphi(\tau)d\tau \geq \alpha I \quad (2.95)$$

这意味着在由测量长度和 T 的值确定的有限时间窗中被实现。自适应观测器保证了指数收敛速度。知道对该时间常数的估计, 可以确定所需的测量长度, 以便能够以足够的精度估计参数。因此, 可通过考虑持久性要求和期望的收敛性这两个因素来设计辨识实验。

观测器的性能属性在很大程度上取决于增益 $K(t)$ 和参数 γ 的选择。通过选择适当的 γ 可以提高参数的收敛速度。进一步的研究是为了给这些参数一个在理论上合理的设计程序。

寻找未知参数需要某些微分方程的解, 相关内容参见 Polak (1997)。虽然我们可将系统嵌入到 (q) LPV 系统这一类别中, 但是通常我们不能在求解过程中利用线性结构, 而是必须使用一般的微分方程求解器。对于 LTI 系统的观测器的设计, 例如在 Sur 和 Paden (1998) 中, 量化的影响也被展示出来。

2.7 参数估计: 案例分析

2.7.1 悬架系统的辨识

基于模型的悬架设计依赖于车辆物理参数的知识。然而, 对于给定的车辆, 这些参数通常是未知的。此外, 该系统是非线性的, 包含不确定和时变的部分。因此, 通常的线性技术不适合处理这个估计问题。接下来, 一个非线性的准 LPV (q LPV) 模型结构被用作辨识的起点。假定簧上和簧下质量的加速度与相对位移可以直接测量。同时, 为了模型的完全辨识, 道路信息是必不可少的。

在找到确定的模型后, 提出了一种重建道路干扰的方法。由于模型的非线性本质, 我们还需要不可测量但可计算的相对速度信号。

在重构路面粗糙度信号之后, 后处理法可以自由选择为在线或离线, 其目的在于通过粗糙度对道路进行分类。在文献中有许多关于道路粗糙度估计方法的论文。路面信息可以从白噪声源中提取, 此类白噪声源可以通过运用适当的传递函数 (Hac (1987), Sayers (1986)) 进行估计。

一个四分之一车辆非线性模型的状态空间表达可写成:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_s^l}{m_s} & \frac{k_s^l}{m_s} & \frac{b_s^l}{m_s} & \frac{b_s^l}{m_s} \\ \frac{k_s^l}{m_u} & -\frac{k_s^l}{m_u} - \frac{k_t}{m_u} & \frac{b_s^l}{m_u} & \frac{b_s^l}{m_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_s^{nl}}{m_s} & -\frac{b_s^{sym}}{m_s} & \frac{b_s^{nl}}{m_s} \\ -\frac{k_s^{nl}}{m_u} & \frac{b_s^{sym}}{m_u} & -\frac{b_s^{nl}}{m_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_k^3 \\ |\rho_b| \\ \sqrt{|\rho_b|} \operatorname{sgn}(\rho_b) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_u} \end{bmatrix} w
\end{aligned} \quad (2.96)$$

其中 $\dot{x}_1 = x_3$, $\dot{x}_2 = x_4$ 。

假定加速度 $y_1 = \ddot{x}_1$ 和 $y_2 = \ddot{x}_2$ 以及相对位移 $\rho_k = x_2 - x_1$ 可以直接测量, 相对速度, 即 $x_4 - x_3$ 用测量信号的数值积分来计算。还假设 m_s 和 m_u 值也是已知的。因此, 在这个例子中, 可以选择相对速度和相对位移作为调度参数:

$$\rho_b = x_4 - x_3, \rho_k = x_2 - x_1 \quad (2.97)$$

我们用 $\phi(\rho_k, \rho_b)$ 表示列向量

$$\phi(\rho_k, \rho_b) = [\rho_k^3 \quad |\rho_b| \quad \sqrt{|\rho_b|} \quad \operatorname{sgn}(\rho_b)]^T \quad (2.98)$$

如果把 $\phi(\rho_k, \rho_b)$ 作为一个假设的输入, 那么这个准 LPV 模型的状态空间表达为

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -p_{11} & p_{11} & -p_{12} & p_{12} \\ p_{21} & -p_{21} - p_t & p_{22} & -p_{22} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ p_{13} & -p_{14} & p_{15} \\ -p_{23} & p_{24} & -p_{25} \end{bmatrix} \phi(\rho_k, \rho_b) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ p_t \end{bmatrix} w
\end{aligned} \quad (2.99)$$

其中

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_s^l}{m_s} & \frac{b_s^l}{m_s} & \frac{k_s^{nl}}{m_s} & \frac{b_s^{sym}}{m_s} & \frac{b_s^{nl}}{m_s} \\ \frac{k_s^l}{m_u} & \frac{b_s^l}{m_u} & \frac{k_s^{nl}}{m_u} & \frac{b_s^{sym}}{m_u} & \frac{b_s^{nl}}{m_u} \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

$$p_t = \frac{k_t}{m_u} \quad (2.101)$$

让我们使用下面的公式 $v(x_2, w) = p_t(x_2 - w)$, $\gamma = m_u/m_s$ 。从式 (2.99) 可以看出

$$\gamma y_1 + y_2 = -v(x_2, w) \quad (2.102)$$

其中

$$y_1 = p_{11}\rho_k + p_{12}\rho_b + [p_{13} \quad -p_{14} \quad p_{15}] \phi(\rho_k, \rho_b)$$

如果可以确定 ρ_b , 则可以通过使用最小二乘 (LS) 估计从公式 (2.99) 确定参数的值。 ρ_b 的值通过使用二阶方案来估计:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= \frac{y(t+\Delta) - y(t)}{\Delta} - \frac{\Delta}{2} \ddot{y}(t) \\ \rho_b(t) &= \frac{\rho_k(t+\Delta) - \rho_k(t)}{\Delta} - \frac{\Delta}{2} (y_2(t) - y_1(t)) \end{aligned} \quad (2.103)$$

式中, Δ 是采样时间。

为了确定公式 (2.102) 中的 p_t 的值, 需要得到簧下质量位移 x_2 的值。把公式 (2.99) 和式 (2.102) 组合, 可以得到 x_2 , 然后通过执行 LS 估计来获得 p_t 的值。运用两次连续积分, 信号 x_2 也可以由下式确定:

$$\ddot{x}_2 = -p_{21}\rho_k - p_{22}\rho_b + [-p_{23}, \quad p_{24}, \quad -p_{25}] \phi(\rho_k, \rho_b) - \gamma y_1 - y_2 \quad (2.104)$$

如果没有簧载激励, 则可以通过使用等式 (2.102) 来检测代表路面对悬架系统影响的信号:

$$w = \frac{\gamma y_1 + y_2}{p_t} + x_2 \quad (2.105)$$

如果四分之一车辆悬架系统的 q LPV 模型的 p_t 值已知, 并且簧下质量的位移 x_2 可以确定, 则可以确定道路信号 w 。通过对系统 (2.104) 进行积分来计算 x_2 的值。由于重建道路信号 $\hat{w}$ 中的未知初始值的影响, 则存在一个线性趋势的系统误差。

为了对不同的道路进行分类, Hac (1987) 提出了一种基于参数的方法。在这篇论文中, 对模型进行了一些细微的修改, 其中道路信号由以下连续时间模型给出:

$$\ddot{w} + (a_1 + a_3) \ddot{w} + (a_0 + a_1 a_3) \dot{w} + a_0 a_1 w = \xi \quad (2.106)$$

式中, ξ 表示为白噪声过程; 参数 a_1, a_2, a_3 取决于前进速度和道路类型, 给出如下:

$$\begin{aligned} a_0 &= (\alpha_2^2 + \beta^2)^2 v^2 + 4\alpha_2^2 \beta^2 v^4, a_1 = \alpha_1 v \\ a_2 &= 2(\alpha_2^2 - \beta^2) v^2, a_3 = (a_2 + 2a_0)^{1/2} \end{aligned}$$

例如, 对于铺装的道路, 这些参数的值由 $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.2$ 和 $\beta = 2.0$ 定义。

在辨识场景下，连续时间建模是不合适的，因此道路特性应该根据离散时间模型集的参数给出：

$$\omega_t + \delta_1 \omega_{t-1} + \delta_2 \omega_{t-2} + \delta_3 \omega_{t-3} = \xi_t \tag{2.107}$$

这些参数也取决于速度和道路类型。在图 2.12a 中，对于参数 δ_1 、 δ_2 和 δ_3 分别在沥青路面的情况下描述了这种依赖关系。图 2.12b 还显示了速度函数中的参数 δ_1 。如果速度的值是已知的话，可以通过估计系数 δ_i 来执行道路分类的任务。

上述方法通过使用基本的统计辨识过程给出了道路的全局特征。在这种情况下，道路参数估计的目的是对较长路段进行分类。如果需要关于道路质量的局部信息，则应使用其他方法，例如基于小波的技术，详情参见 Gáspár 等（2003 年 a）。

在第一个例子中，加速度 $y_1 = \ddot{x}_1$ ， $y_2 = \ddot{x}_2$ ，相对位移 $\rho_k = x_2 - x_1$ 和道路信号 w 由标称参数描述的模型给出：

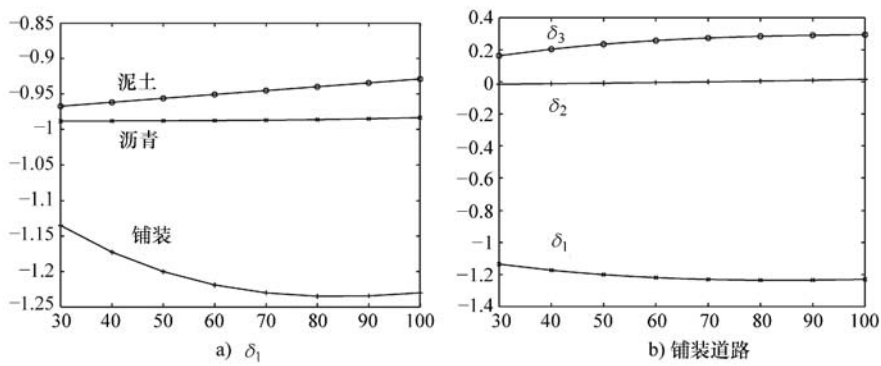


图 2.12 在不同路面上的参数

$$p = \begin{pmatrix} 57.97 & 2.41 & 0.68 & 0.34 & 810.34 \\ 284.94 & 11.86 & 3.38 & 1.69 & 3938.1 \end{pmatrix}$$

质量值为 $m_u = 59\text{kg}$ 和 $m_s = 290\text{kg}$ 。在仿真中使用不同的采样时间 Δ 。辨识的结果在 p_Δ 和 $p_{t,\Delta}$ 中给出，总结在表 2.4 和表 2.5 中，其中 r_Δ 表示相对误差。

表 2.4 重构后 p 的值

p	57.97	2.41	0.68	0.34	810.34	284.94	11.86	3.38	1.69	3983.1
$p_{0.001}$	57.97	2.41	0.68	0.34	810.65	284.95	11.85	3.38	1.70	3984.6
$r_{0.001}$	0	0	0	0	0.04	0	0.08	0	0.59	0.04
$p_{0.005}$	58.11	2.37	0.69	0.37	797.03	285.62	11.69	3.43	1.82	3917.6
$r_{0.005}$	0.24	1.66	1.47	8.82	1.64	0.24	1.43	1.48	7.69	1.64
$p_{0.01}$	58.39	2.38	0.70	0.36	755.6933	287.02	11.70	3.44	1.79	3714.4
$r_{0.01}$	0.72	1.24	2.94	5.88	6.74	0.73	1.35	1.78	5.92	6.75

表 2.5 重构后 p_i 的值

p_i	$p_{i,0.001}$	$p_{i,0.005}$	$p_{i,0.01}$
3220.3	3284.3	3363.1	2723.3
r_i	1.98	4.43	15.43

当采样时间选择为 $\Delta = 0.01\text{s}$ 时, p_1 到 p_5 估计的相对误差低于 7%, p_i 估计的误差低于 16%。如果我们选择较小的采样时间 ($\Delta = 0.005\text{s}$), 则相对误差在 5% 以下。如果采样时间为 $\Delta = 0.001\text{s}$, 则相对误差低于 2%。采样时间的适当选择在充分估计中是非常重要的, 然而, 实际的情况会限制采样时间的选择。

就道路信号重建而言, p_i 的估计值是决定性的。仿真结果表明了选择抽样时间的重要性。对所需采样时间的估计可以通过香农定理来进行, 香农定理仅应用于在辨识过程中使用的模型的线性部分,

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -p_{11} & p_{11} & -p_{12} & p_{12} \\ p_{21} & -p_{21} & p_{22} & -p_{22} \end{bmatrix}$$

图 2.13 显示了采样时间对重建簧下质量位移 x_2 的影响, 这也是重建道路信号的核心。

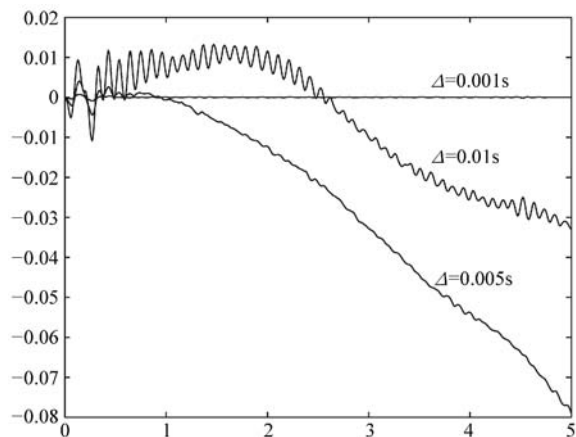


图 2.13 不同采样率下 x_2 的绝对误差

在第二个示例中, 模拟了对应于沥青路面和不同行驶速度的三种情况。采样时间设置为 0.001s 。在重构道路信号之后, 估计离散模型 (2.107) 的参数 δ_i 。结果见表 2.6。

表 2.6 辨识结果

$v/(km/h)$	参数	δ_1	δ_2	δ_3
40	名义	-0.988	-0.007151	0.00213
	辨识	-0.9878	0.007174	0.001743
60	名义	-0.9882	-0.006993	0.00618
	辨识	-0.9881	-0.006993	0.005798
80	名义	-0.9858	-0.007205	0.008486
	辨识	-0.9878	-0.007242	0.009956

2.7.2 横摆-侧倾系统的辨识

在基于对横摆-侧倾动力学的建模的防侧翻方法控制设计中,对重心的估计十分重要。在本节中,通过一个例子来介绍了针对重心的位置与高度估计的过程。实际问题体现在:①物理模型是非线性连续时间;②未知参数必须用灰箱辨识方法进行估计。由于模型的非线性特性,对初始条件的选择或估计是另一个困难之处。

图 2.11 介绍了车辆的整合的横摆-侧倾动态。准 LPV 模型能够转化成下面的状态空间表达形式:

$$\dot{x} = A(v)x + B(v)\delta, x = [\beta \quad \dot{\psi} \quad \phi \quad \dot{\phi} \quad \phi_{t,f} \quad \phi_{t,r}]^T, \delta^T = [\delta_f \quad \delta_b],$$

并且

$$A(v) = E^{-1}A_0(v), B_v = E^{-1} [B_0 \quad B_1]$$

其中

$$E(v) = \begin{bmatrix} mv & 0 & 0 & -m_s h & 0 & 0 \\ 0 & I_{zz} & 0 & -I_{xz} & 0 & 0 \\ -m_s v h & -I_{xz} & 0 & I_{xx} + m_s h^2 & -b_f & -b_r \\ m_f v(r - h_f) & 0 & 0 & 0 & -b_f & 0 \\ m_r v(r - h_r) & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_r \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_0(v) = \begin{bmatrix} Y_\beta & Y_{\dot{\psi}} - mv & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_\beta & N_{\dot{\psi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_s h v & a_{33} & -b_f - b_r & k_f & k_r \\ -r Y_\beta & r Y_f - m_f v h_f & -k_f & -b_f & k_{tf} & 0 \\ -r Y_\beta & -r Y_r - m_r v h_r & -k_r & -b_r & 0 & k_{tr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = [Y_\delta \quad N_\delta \quad 0 \quad rY_\delta \quad 0 \quad 0]^T$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -\delta_f & -d_1 - d_2\delta_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\delta_f & d_1 - d_2\delta_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{l_w}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l_w}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

可测量的信号为横向加速度、横摆角速度以及侧倾角速度等。

$$y = [a_y \quad \dot{\psi} \quad \dot{\phi}]^T \quad (2.108)$$

其中, 横向加速度为 $a_y = v\ddot{\beta} + v\ddot{\psi} - h\ddot{\phi}$ 。在辨识中, 由于重心的参数对车辆侧倾动态的影响要比其他动态大, 所以对侧倾角速度的测量是显而易见的: $y = \dot{\phi}$ 。未知参数是簧上质量 m_s 和重心的高度 h 。仿真中使用的这些参数的实际值是 $m_s = 12.48$ 和 $h = 1.15$ 。

系统不依赖于未知的参数。因此, 有必要整理原始的系统方程, 以便从辨识的角度获得可能有用的系统。引入新变量 $\zeta = I_{zz}\dot{\psi} - I_{xz}\dot{\phi}$, 并考虑未知参数 $\nu = 1/(m - m_s)$, 可以得到系统

$$\dot{x}_1 = A_{s,1}(\nu, v)x_1 + B_{s,1}(\nu, v)w \quad (2.109)$$

其中, $x_1 = [\beta \quad \zeta]^T$, $w = [\delta_f \quad \delta_{b,r} \quad \dot{\psi} \quad \dot{\phi} \quad a_y]^T$ 。式 (2.109) 中的矩阵如下:

$$A_{s,1}(\nu, v) = \begin{bmatrix} \nu \frac{Y_\beta}{v} & 0 \\ N_\beta & \frac{N_\psi}{I_{zz}} \end{bmatrix}, B_{s,1}(\nu, v) = \begin{bmatrix} \nu \frac{Y_\beta}{v} & 0 & \nu \frac{Y_\psi}{v} - 1 & 0 & -\nu \frac{m}{v} + \frac{1}{v} \\ N_\delta & -\frac{l_w}{2} & 0 & I_{xz} \frac{N_\psi}{I_{zz}} & 0 \end{bmatrix}$$

考虑未知参数 $\alpha = m_s h$, 公式能写成:

$$\dot{x} = A_{s,2}(v)x + B_{s,2}(v)\delta + \alpha B_{a,2}(v)\omega \quad (2.110)$$

其中, $A_{s,2} = E_2^{-1}A_2$, $B_{s,2} = E_2^{-1}B_s$ 与 $B_{a,2} = E_2^{-1}B_a$, 且

$$E_2(v) = \begin{bmatrix} mv & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{zz} & 0 & -I_{xz} & 0 & 0 \\ 0 & -I_{xz} & 0 & I_{xx} & -b_f & -b_r \\ m_f v(r - h_f) & 0 & 0 & 0 & -b_f & 0 \\ m_r v(r - h_r) & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_r \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2(v) = \begin{bmatrix} Y_\beta & Y_{\dot{\psi}} - mv & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_\beta & N_{\dot{\psi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_f - k_r & -b_f - b_r & k_f & k_r \\ -rY_\beta & rY_f - m_f v h_f & -k_f & -b_f & k_{if} & 0 \\ -rY_\beta & -rY_r - m_r v h_r & -k_r & -b_r & 0 & k_{ir} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_s = [B_0 \quad B_1]^T, \text{ 以及 } \omega = [\phi \quad \ddot{\phi} \quad a_y]^T$$

因此, 我们得到两个依赖于未知参数的 q LPV 系统, 然而对应于式 (2.85) 中 ϕ 的表达式, 也包含未测量的信号。在一般情况下构造一个自适应观测器是很困难的, 而且这也是一个没有解决的问题。因此需要估计未测量的信号 β 、 ϕ 和 $\ddot{\phi}$ 。信号 ϕ 通过对测量信号 $\dot{\phi}$ 进行积分来获得。引入未知积分常数 $\phi(0)$ 作为必须确定的附加参数。为了简化, 在我们的仿真例子中, 这个值被设置为零。

信号 β 由以下公式估算

$$\dot{\zeta} = \frac{N_{\dot{\psi}}}{I_{zz}} \zeta + N_\beta \beta + \left[N_\delta - \frac{l_w}{2} \quad 0 \quad I_{xz} \frac{N_{\dot{\psi}}}{I_{zz}} \quad 0 \right] w \quad (2.111)$$

其中 $\dot{\zeta}$ 是对 ζ 的微分估算得到的。信号 $\ddot{\phi}$ 也是由对 $\dot{\phi}$ 的微分估算得到的。

通过使用从式 (2.111) 开始的、未知输入的估计算法来改进对 β 的估计的准确度:

$$\hat{\zeta} = \frac{N_{\dot{\psi}}}{I_{zz}} \hat{\zeta} + N_\beta \hat{\beta} + \left[N_\delta - \frac{l_w}{2} \quad 0 \quad I_{xz} \frac{N_{\dot{\psi}}}{I_{zz}} \quad 0 \right] w - k(\hat{\zeta} - \zeta) \quad (2.112)$$

$$\hat{\beta} = \beta_0 - \delta(\hat{\zeta} - \zeta) \quad (2.113)$$

其中 β_0 是我们的初始估计。在我们的例子中, 使用值 $\delta = 500$ 和 $k = 700$ 。

为了满足持续激励的条件, 该辨识方法基于在转弯工况下收集的信号。转弯从 1s 开始, 在仿真中应用的转向角是一个斜坡信号。它在 0.5s 内达到最大值, 并以 4rad/s 进行滤波, 以表示驾驶人输入信号是有限带宽的。在模拟实验中, 由于制动力的作用, 重型车辆的前进速度在 40 ~ 65km/h 之间变化。采用两个采样时间, 即 $T_{s1} = 0.01s$, $T_{s2} = 0.001s$ 。输入和测量的输出信号如图 2.14 所示。表 2.7 总结了辨识的结果。

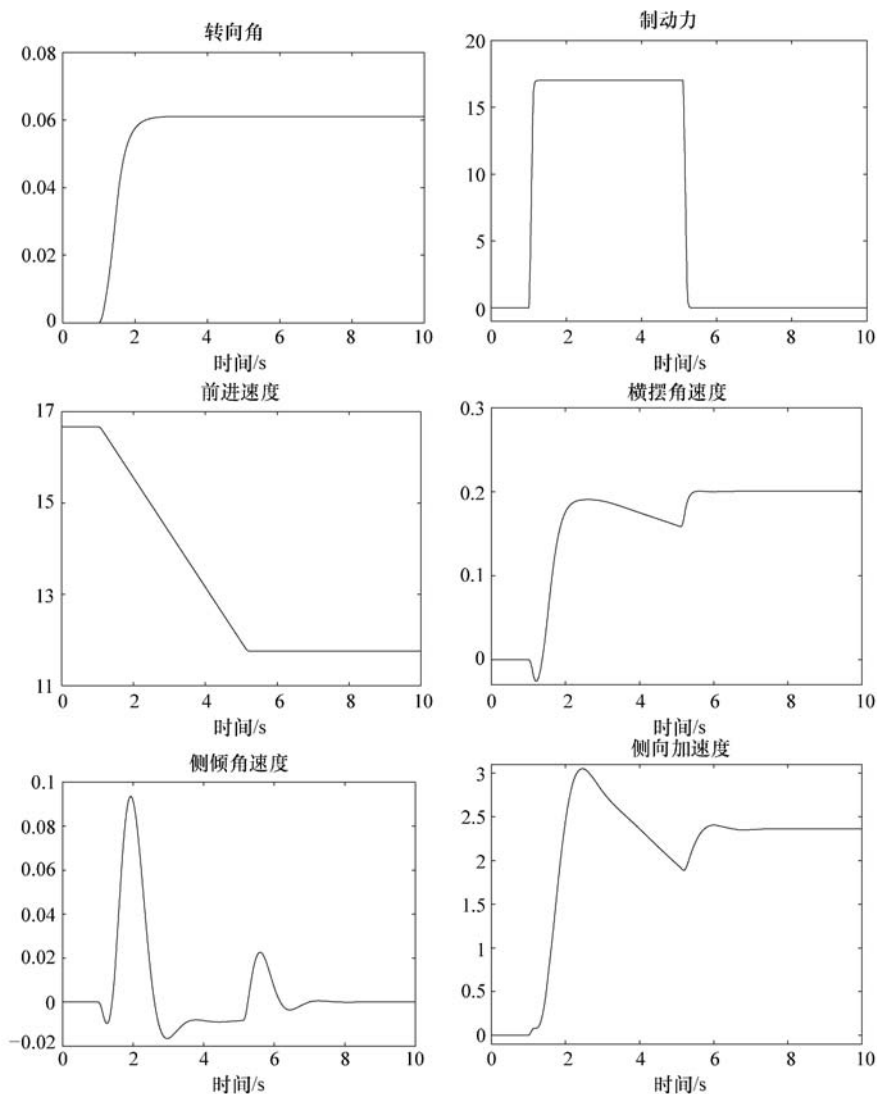


图 2.14 仿真例子中的信号变化

表 2.7 辨识的结果 (实际值: $m_s = 12.487$ 与 $h = 1.15$)

T_s	$\hat{\alpha}$	$\hat{v}$	$\hat{m}_s$	$\hat{h}$
0.01	0.5807	14.3601	12.4709	1.1515
0.001	0.5822	14.3601	12.4754	1.1511

图 2.15 显示了对于给定的采样时间, 我们实验中估计参数的收敛。如预期的那样, 当采样时间较小时, 收敛更平滑更快。然而, 在实际应用中, 使用采样

时间的最高值, 即 $T_s = 0.01\text{s}$, 并且结果显示该值仍然是可接受的, 以保持所估计参数的所需精度。

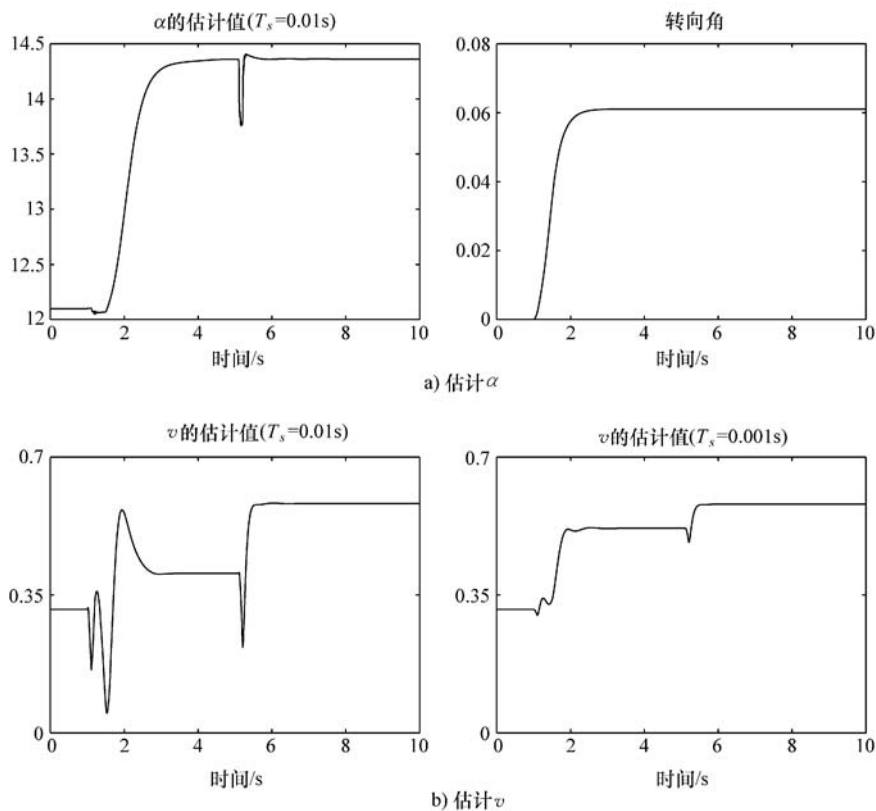


图 2.15 估计的参数

下面我们将使用第 2.5.3 小节和图 2.11 中的那些符号。回想一下, 模型的方程可以表示为状态空间形式, 其状态向量为

$$x = [\beta \quad \dot{\psi} \quad \phi \quad \dot{\phi} \quad \phi_{t,f} \quad \phi_{t,r}]^T \quad (2.114)$$

$$\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u \quad (2.115)$$

且

$$A(\rho) = A_0 + \rho_1 A_1 + \rho_2 A_2 + \rho_3 A_3, B(\rho) = B_0 + \rho_1 B_1 + \rho_2 B_2 + \rho_4 B_4$$

其中, 调度向量 ρ 表示为

$$\rho_1 = \mu, \rho_2 = \frac{\mu}{v}, \rho_3 = \frac{\mu}{v^2}, \rho_4 = \frac{1}{v}$$

系统矩阵的组成如下:

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{(C_f + C_r)I_{xz}}{(m_s - m)hI_{zz}} & \frac{C_r l_r^2 - C_f l_f^2}{I_{zz}} \end{bmatrix} \\
 A_2 &= \begin{bmatrix} \frac{C_f + C_r}{m_s - m} & 0 \\ \frac{C_r l_r - C_f l_f}{I_{zz}} & \frac{(C_r l_r - C_f l_f)I_{xz}}{(m - m_s)hI_{zz}} \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{C_r l_r - C_f l_f}{m - m_s} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 B_0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{m_s I_{xz}}{(m_s - m)hI_{zz}} & 0 & \frac{l_w}{I_{zz}} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_f I_{xz}}{(m - m_s)hI_{zz}} + \frac{C_f l_f}{I_{zz}} & 0 \end{bmatrix} \\
 B_2 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{C_f}{m - m_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_4 = \begin{bmatrix} \frac{m}{m - m_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

测得的信号包括横向加速度 $a_y = v\dot{\beta} + v\ddot{\psi} - h\ddot{\phi}$ ，侧倾角速度和横摆角速度，而控制输入信号是转向角和制动力的差值。之后，横向加速度也被选为虚拟输入。还假定前进速度是可用的。

模型中未知参数的估计是基于车辆的横向和横摆动力学方程，参见方程 (2.68) 和方程 (2.69)。由于 β 和 $\dot{\beta}$ 是未知的而没有被测量，所以直接估计算法不能被应用。因此，为了获得从估计的角度上来说可能有用的系统，有必要整理原始的系统方程。

首先要考虑到，横向加速度是一个与 $\dot{\beta}$ 直接相关的测量信号。通过消除 β 和 $\dot{\beta}$ ，我们得到：

$$a_1 \ddot{\phi} + a_2 \ddot{\psi} = \mu(a_3 \dot{\psi} + a_4 \delta_f) + (a_5 a_y + a_6 \Delta F_b) \quad (2.116)$$

其中，

$$\begin{aligned}
 a_1 &= (m - m_s)h(l_r C_r - l_f C_f) - I_{xz}(C_f + C_r) \\
 a_2 &= I_{zz}(C_f + C_r) \\
 a_3 &= -\frac{1}{v}C_f C_r l^2 \\
 a_4 &= C_f C_r l \\
 a_5 &= -m(l_r C_r - l_f C_f) \\
 a_6 &= l_w(C_f + C_r)
 \end{aligned}$$

式 (2.116) 被转换成下面的形式：

$$\dot{v} = \mu u_1 + u_2 \quad (2.117)$$

其中

$$\begin{aligned}v &= a_1 \dot{\phi} + a_2 \dot{\psi} \\u_1 &= a_3 \dot{\psi} + a_4 \delta_f \\u_2 &= a_5 a_y + a_6 \Delta F_b\end{aligned}$$

假设信号 $\dot{\psi}$ 、 $\dot{\phi}$ 、 a_y 、 δ_f 、 ΔF_b 、 v 可测量或计算, 则可以计算 v 、 u_1 、 u_2 的值。由于 $\dot{v}$ 值不可用, 因此最小二乘法 (LS) 不能直接应用于此问题。接下来, 提出一种可能的方法来估计来自方程 (2.117) 的参数 μ , 其中 v 、 u_1 和 u_2 是已知的。

式 (2.117) 的两边乘以 $e^{\alpha t}$, 然后进行部分积分。使用偏积分形式, $v(t)$ 可以用下面的方式表示:

$$v(t) = e^{-\alpha t} v(0) + \alpha e^{-\alpha t} \int_0^t e^{\alpha \tau} v(\tau) d\tau + \mu e^{-\alpha t} \int_0^t e^{\alpha \tau} u_1(\tau) d\tau + e^{-\alpha t} \int_0^t e^{\alpha \tau} u_2(\tau) d\tau \quad (2.118)$$

众所周知, 下面系统

$$\dot{w}(t) = -\alpha w(t) + v(t) \quad (2.119)$$

式 (2.119) 的解为 $w(t) = e^{-\alpha t} w(0) + e^{-\alpha t} \int_0^t e^{\alpha \tau} v(\tau) d\tau$ 。选择 $w=0$, 系统

(2.119) 经滤波的输出为 $v^f(t) = e^{-\alpha t} \int_0^t e^{\alpha \tau} v(\tau) d\tau$ 。然后得到下面的关系:

$$\mu u_1^f(t) = v(t) - e^{-\alpha t} v(0) - \alpha v^f(t) - u_2^f(t) \quad (2.120)$$

式中, v^f 、 u_1^f 、 u_2^f 分别是输入为 v 、 u_1 、 u_2 的系统经滤波的输出。

根据公式 (2.120), 可以构造出不同的实用算法来估计 μ 。请注意, 选择 $\alpha=0$ 对应于简单积分的情况。

作为辨识基础的公式如下:

$$\ddot{\psi} = \alpha_1 \ddot{\phi} + \alpha_2 u_f + \alpha_3 a_y + \alpha_4 \Delta F_b \quad (2.121)$$

其中, 虚拟的信号为 $u_f = \delta_f - \frac{l}{v} \dot{\psi}$ 与 $\alpha_1 = -\frac{a_1}{a_2}$, $\alpha_2 = \mu \frac{a_4}{a_2}$, $\alpha_3 = \frac{a_5}{a_2}$, $\alpha_4 = \frac{a_6}{a_2}$ 。

注意, 用于参数估计和控制设计的模型不包含附着系数, 但它包含轮胎侧滑常数和附着系数的乘积, $\tilde{C}_f = \mu C_f$ 与 $\tilde{C}_r = \mu C_r$ 。因此, 代替附着系数, 将会估计这个乘积。对式 (2.121) 应用辨识方法, 估计系数 α_i 。这些系数与未知参数 I_{zz} 、 I_{xz} 、 $\tilde{C}_f$ 和 $\tilde{C}_r$ 有关, 因此可以用估计值表示:

$$I_{zz} = \frac{l_w}{\frac{\lambda}{\alpha_4}} \quad (2.122)$$

$$I_{xz} = I_{zz}(\hat{\alpha}_1 - \frac{m - m_s}{m} h \hat{\alpha}_3) \quad (2.123)$$

$$\tilde{C}_f = \frac{I_{zz} \hat{\alpha}_2 m}{l_f m - I_{zz} \hat{\alpha}_3} \quad (2.124)$$

$$\tilde{C}_r = \frac{I_{zz} \hat{\alpha}_2 m}{l_r m - \hat{\alpha}_3 I_{zz}} \quad (2.125)$$

在下文中,为了简单起见,假定 I_{xx} 的值是已知的。基于本节概述的方法,也可以对它的值进行估计。

用于估计侧滑角的模型包含附着系数,该附着系数是时变信号。这些信号不能同时估计,因为基于观测器的方法假定 LPV 模型中的参数是已知的,并且调度变量可用于估计侧滑角。因此,可能需要图 2.16 所示的三步估算过程。在初始化步骤中,根据等式 (2.122) 和式 (2.124) 估计未知参数。在实践中,只有当车辆已经起动并且已经行驶了一定的距离时才足以进行计算。附着系数的估计值是自适应算法 $\tilde{C}_{f0}$ 和 $\tilde{C}_{r0}$ 的初始量。对于其他参数,如惯性在长时间内可以被认为是恒定的,因此很少进行模型初始化,例如当系统维护之后该值会发生变化或者根据所行驶的距离周期性的变化。

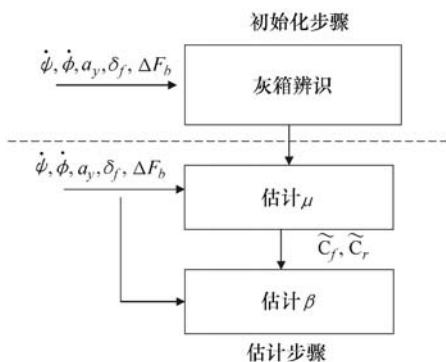


图 2.16 三步估计过程

在第二步中,采用式 (2.117) 的自适应观测器方案,对附着系数 $\tilde{C}_f$ 和 $\tilde{C}_r$ 的变化进行自适应辨识。该过程要求车辆一直处于转向操纵状态,例如,必须有非零转向角或非零横摆率,使得信号 u_1 不等于零。在第三步中,为了估计侧滑角,运用基于自适应观测器的方法。该方法还对簧下质量的侧倾角进行了估计,这对于俯仰动态的监测是非常重要的。

下面通过一个仿真例子演示三步过程。车辆模型中的未知参数的初步估计是在车辆已经起动,并且已经行驶一定距离的车辆操纵中执行的。假设对车辆的操纵持续时间短,附着系数恒定,使用测量的信号估计车辆模型的未知参数。显然,当模型参数已知时,不需要执行该步骤。

图 2.17 给出了辨识过程的输入和输出信号,即转向角、横向加速度、横摆率以及制动力之间的差异。在仿真实例中,噪声信号被添加到测量的信号,这导致 2% ~ 3% 的相对误差。在辨识方法中,假设制动力之间的差异是可用的。使用 LS 方法根据方程 (2.122) 和方程 (2.124) 辨识四个参数,然后计算物理参

数。表 2.8 显示了估计值及其相对误差。实际上，制动力之间的差异并不总是可用的。但是，假定如果左右两边制动力以对称方式产生，则 ΔFb 近似为零。在这种情况下，估计的参数之一必须是已知的，例如参数 I_{zz} 。

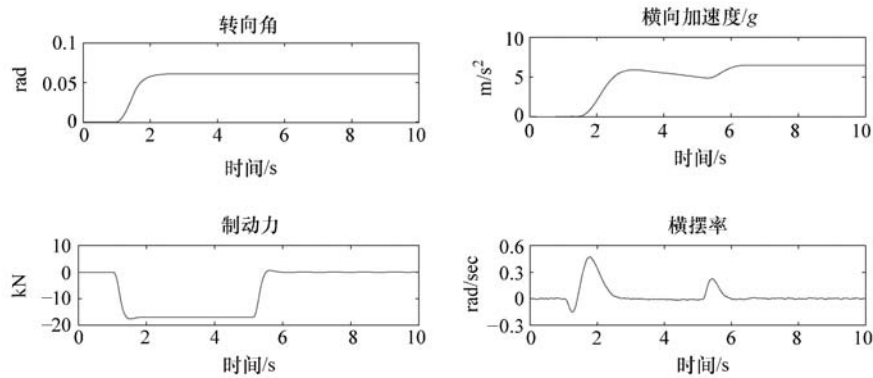


图 2.17 辨识过程中输入输出信号

表 2.8 辨识结果

值	α_1	α_2	α_3	α_4
实际值	0.1174	26.6950	-0.0211	0.0266
估计值	0.1116	26.6090	-0.0210	0.0266
相对误差	I_{zz}	I_{xz}	μC_f	μC_r
实际值	34.9170	4.2	465.6	626.4
估计值	34.9867	4.0062	465.0597	625.5661
相对误差	0.0020	0.0461	0.0012	0.0013

然后，进行侧滑角和附着系数的估计。仿真过程中，所估计的信号展示于图 2.18 中。测量所得的信号包括转向角、偏航率、侧倾率、制动力之差和横向加速度。在图 2.18 中还显示了侧滑角和附着系数。然而，这些信号用于验证目的，并且假定它们在辨识过程中不可用。辨识过程以在线方式执行，即在车辆操纵期间执行附着系数和侧滑角的辨识。

然后进行两个辨识步骤：第一，运用于附着系数估计的部分积分法的自适应方法；第二，关于侧滑角的自适应观测器方法。侧向力系数的估计结果近似于实际侧向力系数的变化，低于可接受的极限。为了滤除估计信号中的噪声，还执行了滤波过程，侧滑角与图 2.19a 中的相对误差一起示出。图 2.19b 显示了估计侧滑角的结果。侧向力系数的估计趋向于在预定的可接受限度内的实际侧向力系数。

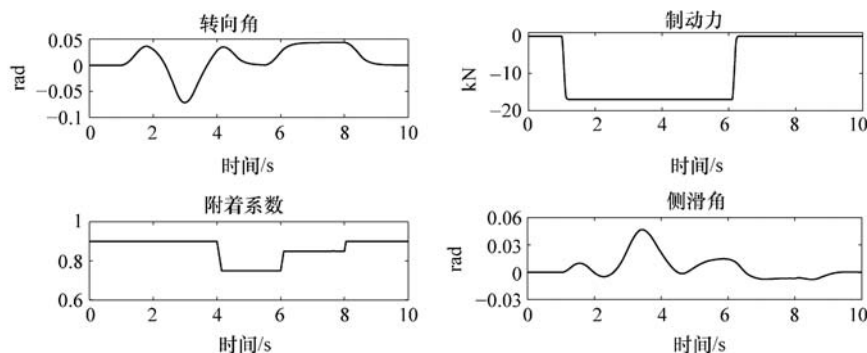


图 2.18 参数估计算法的输入输出信号

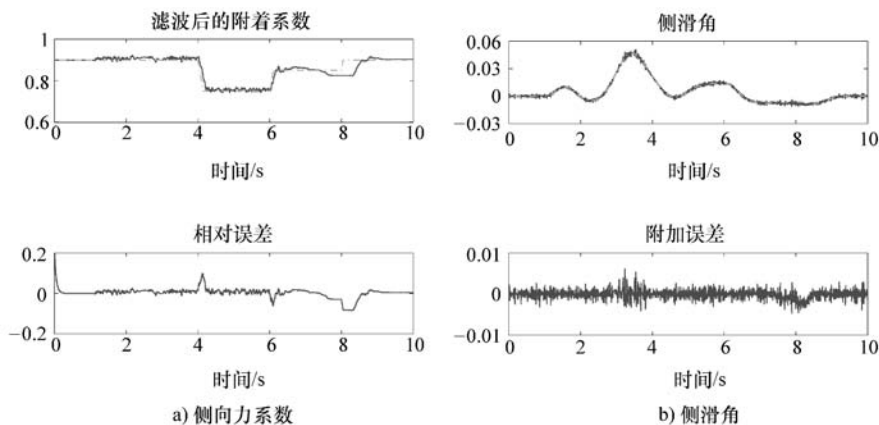


图 2.19 仿真估计信号

2.7.3 线性变参数系统中的故障估计

任何重构方案都依赖于合适的 FDI 成分。现已有许多方法来设计检测滤波器，例如参见 Chen 和 Patton (1999)。但是由于 LPV 模型形式的限制，缩小了可用工具的范围。

与 LPV 框架中的 LTI 情况相反，代数项不能保证稳定性，例如需要使“冻结的”LTI 系统稳定。除了设计过程潜在的技术难题外，这个事实意味着经典的 LTI FDI 滤波器设计的代数方法，参见 Gertler (1998)，Varga (2008)，不适用于 LPV 模型形式。在 LPV 框架中唯一可行的解决方案是需要二次稳定性，使其可作为一组 LMI 可行性问题来解决。所谓的 FDI 几何方法可满足这些要求，可成功地进行检测滤波器设计，详见 Balas 等 (2003)，Bokor 和 Balas (2004)，

Edelmayer 等 (2004 年)。

作为一个高水平的方法, FDI 过滤器设计问题往往可以运用一种图 2.20 所示的匹配框架模型。LPV 范例可以将非线性系统看成线性时变系统 (LTV), 其残差可以表示为

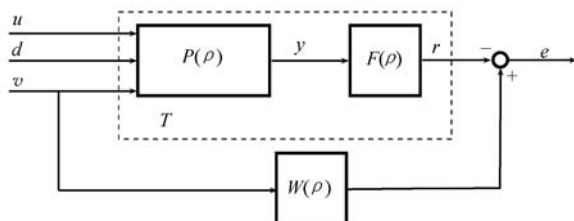


图 2.20 基于范数的检测器设计问题

$$r = T_{ru}u + T_{rd}d + T_{rv}v \quad (2.126)$$

因此, 为了在存在干扰和不确定性的情况下实现鲁棒性, 提出基于多目标优化的 FDI 方案, 其中必须选择适当的性能指标以提高对故障的敏感度, 并同时衰减干扰。鲁棒干扰抑制条件为

$$\|T_{rd}\|_{\infty} = \sup_{\|v\|_2=1, \rho \in \mathcal{S}} \|r\|_2 \quad (2.127)$$

并使其最小化。

这是一个通常的最坏情况滤波问题, 相对应的设计标准可以用 LMI 来表示为凸优化问题。其主要问题表现为灵敏度和鲁棒性条件是相互矛盾的。在 LTI 框架中, 这意味着无法在相同的频率上实现对故障的敏感性以及对未知输入的不敏感性。那么与干扰信号的频率特性类似的故障也许不能被发现。虽然设计问题是非凸的, 但 Henry 和 Zolghadri (2004) 提出了一个可以用 LMI 技术处理问题的方案。

基于范数方法的并包含加权开环系统 (横摆-侧倾模型 $G(\rho)$ 、参数依赖的 FDI 滤波器 $F(\rho)$ 以及与性能目标相关联的元素) 的特殊结构被描绘在图 2.21 中。在图中, u 是控制输入, δ_f 和 F_b 表示干扰信号, 而 y 是测量输出。FDI 滤波器采用测量输出和控制输入, 因此控制输入的影响在剩余输出上被减弱。在图中, f_a 表示执行器故障, f_s 表示传感器故障。 e_a 和 e_s 表示与故障相关的加权故障估计误差。

W_{pf} 是故障检测性能的权重, 它反映了不同频域的相对重要性。也就是说, 加权函数 W_{pf} 可以被认为是一种惩罚函数, 即在希望误差较小的频率范围内, 权重应该大, 而在可以容忍更大的误差的频率范围内, 权重应该小。为了实现故障估计的积分作用, 权重 W_{pf} 的频率响应的大小应该在低频率范围内较宽。权重

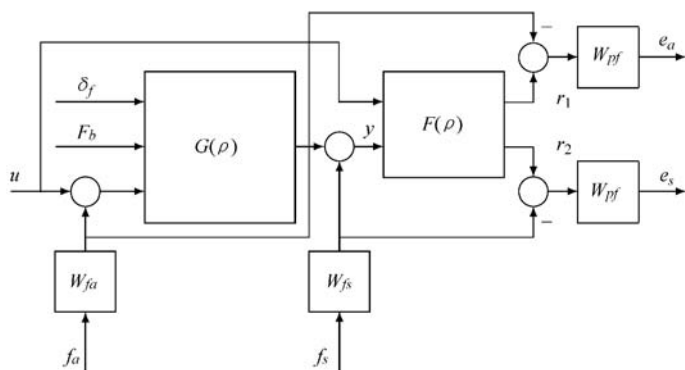


图 2.21 FDI 滤波器的开环内联结构

W_{fa} 表示执行器通道中可能出现故障的大小。权重 W_{fs} 在 FDI 滤波器设计中考虑传感器故障。

滤波问题的增广模型将 $w = [\delta_f \ F_b \ f_a \ f_s \ u]^T$ 作为干扰输入，并且 $e = [e_a \ e_s]^T$ 是用于评估估计质量的性能输出。对于 H_∞ 残余代，要求最大化故障对残差的影响，同时最小化外部信号 ($\delta_f \ F_b \ u$) 对残差的影响。有关设计的更多细节可以在 Grenaille 等人 (2008 年) 的文献中找到。

为了说明故障估计的目的，让我们考虑悬架系统的 FDI 设计，其中执行器可能发生的故障（失效）可以通过重构实际的悬架力来检测。测量了信号 $y_1 = \dot{x}_3$ 、 $y_2 = \dot{x}_4$ 与 $y_3 = x_2 - x_1$ ，一种基于反演的检测滤波器可被设计出来。

回想一下，四分之一车辆模型的状态空间可以用状态向量 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ 来表示，其中 x_1 和 x_2 分别表示簧上质量和非簧上质量的垂直位移， x_3 、 x_4 表示它们的微分。

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{m_s} (r_k(x_2 - x_1) + r_b(x_4 - x_3) + b_s^{nl} \rho_b \sqrt{\rho_b(x_4 - x_3)} - F) \quad (2.128)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{m_u} (-r_k(x_2 - x_1) - r_b(x_4 - x_3) - k_t(x_2 - d) - b_s^{nl} \rho_b \sqrt{\rho_b(x_4 - x_3)} + F) \quad (2.129)$$

其中， $r_b = b_s^l - b_s^{sym} \rho_b$ ， $r_k = k_s^l + k_s^{nl} \rho_k$ ，而调度变量分别为 $\rho_b = \text{sgn}(x_4 - x_3)$ 与 $\rho_k = (x_2 - x_1)^2$ 。

构建过滤器的第一步是表示式 (2.128) 中的 F ，并在这些表达式中插入已知值 y_i ：

$$F = |z| + b_s^{nl} \rho_b \sqrt{|z|} + r_k y_3 - m_s y_1 \quad (2.130)$$

在这个表达式中，相对速度 z 的值不被测量。但从方程 (2.128) 和方程

(2.129) 可看出, 道路干扰是一个未知的输入信号。可得到:

$$m_s \dot{x}_3 + m_u \dot{x}_4 = -k^l(x_2 - d) \quad (2.131)$$

通过回溯在原方程中得到的表达式, 可以得到系统:

$$\dot{x}_3 = \frac{r_k}{m_s}(x_2 - x_1) - \frac{r_k}{m_s}y_3 + y_1 \text{ 与 } \dot{x}_4 = -\frac{r_k}{m_u}(x_2 - x_1) + \frac{r_k}{m_u}y_3 + y_2$$

其中, 相对速度不能被测量。由此产生的 LPV 系统为

$$\dot{z} = -r_k m_e z + r_k m_e y_3 + y_2 - y_1 \quad (2.132)$$

其中, $m_e = \frac{m_u + m_s}{m_u m_s}$ 将是可观测的。

对于半主动式执行器, 可以比较重建力的值和实际阻尼力的标称值。如果这两个值差别很大, 则必须发出故障事件。然而, 对于主动执行机构来说, 由于实际的执行机构可能会出现饱和效应, 因此有必要另外检查, 而如果实际力低于执行机构的饱和水平, 则不需要比较重引力与鲁棒 LPV 控制器提供的力。

为了获得最终的故障检查滤波器, 执行器动力学公式可给定为

$$\dot{\hat{x}}_5 = -\tilde{\beta} \hat{x}_5 + \alpha \hat{A}_{p,z} + \gamma Q_{0,nom}(\hat{F}) \hat{x}_6 \quad (2.133)$$

$$\dot{\hat{x}}_6 = -\frac{1}{\tau_{nom}} \hat{x}_6 + \frac{1}{\tau_{nom}} u_a \quad (2.134)$$

式中, $\hat{z}$ 和 $\hat{F}$ 分别是估计的阻尼器速度和阻尼器力值。可能发生的执行器故障分别通过修改的 P_s 值和时间常数 τ 来影响 Q_0 项。这些参数的标称值 (即无故障情况) 由下标 nom 表示。

对于无故障情况, 应分别有 $e_5 = x_5 - \hat{x}_5 \approx 0$ 与 $e_6 = x_6 - \hat{x}_6 \approx 0$ 。如果 $e = \|e_5\|_2 + \|e_6\|_2$ 大于给定阈值, 则系统中必然存在故障, 并将故障信号发送到控制器重新配置过程中使用的更高级别控制器。由于初始条件未知, 因此需要为式 (2.132)、式 (2.133) 与式 (2.134) 构造 (LPV) 观测器。对于依赖于调度变量的 LPV 系统, 可以使用 LMI 技术来设计 LPV 观测器: 让我们回想一下, 如果存在矩阵 $P = P^T > 0$, 则 LPV 系统被认为是二次稳定的, 使得对所有参数 ρ , $A(\rho)^T P + P A(\rho) < 0$ 。一个系统是二次稳定的充要条件是这个条件对于参数空间内的所有角点都是成立的, 也就是说, 可以得到一个线性矩阵不等式 (LMI) 的有限系统, 这个系统必须满足一个带有合适的正定矩阵 P 的 $A(\rho)$ 。

为了得到一个二次稳定的观察者, 则 LMI

$$A_o^T(\rho)P + P A_o(\rho) < 0 \quad (2.135)$$

必须满足合适的 $K(\rho)$ 和 $P = P^T > 0$, 其中包含 $A_o = A + KC$ 。通过引入辅助变量 $L(\rho) = PK(\rho)$, 必须求解下面一组 LMI 参数空间点:

$$A(\rho)^T P + P A(\rho) - C^T L(\rho)^T - L(\rho) C < 0 \quad (2.136)$$

通过求解这些线性矩阵不等式, 一个合适的观测器增益可得到:

$$K(\rho) = P^{-1}L(\rho) \quad (2.137)$$

在仿真实例结果中, 重构的力由图 2.22 (见彩插) 上半部分的蓝色实线表示。

该力与无故障的悬架系统 (虚线) 产生的力相比较。FDI 滤波器在图 2.22 底部给出了蓝色的信号, 而红色信号是以理想的所需力百分比来表示所选阈值水平。由于所获得的误差水平将大于该阈值, 故发出故障信号, 指示执行器故障。

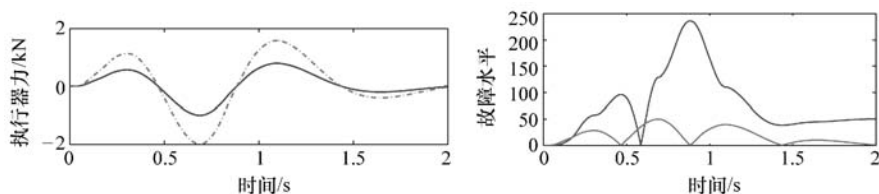


图 2.22 FDI 过程结果

阈值水平直接影响故障检测延迟, 即高阈值水平对应于延迟增加。然而, 由于干扰、传感器噪声和模型的不确定性, 这个水平不能过小, 并可运用一些工程知识来确定。

第3章 线性变参数系统的鲁棒控制

介绍

LPV 控制综合是基于 LPV 或 LPV - LFT 模型的控制器设计方法,运用该方法能够得到一种参数依赖的控制器,并具有预先保证稳定性和性能要求的作用。控制综合方法将会用到参数变化的实时信息,因此,与传统的增益调度方法的不同之处在于:该方法将 LPV 模型时变特性整合到了 LPV 控制结构中,并且取消了经过大量的仿真之后验证系统稳定性和性能特征的环节。

LPV 控制综合的主要优点之一在于,对于在相应的范围和变化率内的所有参数,有扎实的理论基础来保证它们的预先稳定性和性能要求。此外,与增益调度方法相反,控制器是直接综合得到的,而不是由一系列局部线性控制器构造的。因此,在参数化操作范围内,该控制器为全局性的控制器。尽管 LPV 控制综合关注于被控对象的线性模型而不是非线性模型,但是由此产生的控制器是非线性的。由于 LPV 控制综合采用 L_2 诱导范数作为性能度量,所以控制综合直接与线性 H_∞ 问题相关。不过,LPV 控制综合的缺点则表现为控制器综合更为复杂,通常需要引入保守性的设计来将其转化为一个可行的、凸的问题。

3.1 性能建模

控制系统被设计用来将系统输出保持在期望值上。输出为系统状态量和输入量间的线性组合。许多因素都影响了控制系统维持期望输出的能力,例如初始条件或外部干扰输入。我们用定量的性能指标来评估控制系统性能和相对于其他控制系统设计的优点。这些指标可包括闭环系统参数、特定测试条件下的闭环系统的响应或闭环系统的增益。包含模型反馈结构 P 和控制器 K 的闭环互联结构如图 3.1 所示。在图中, d 、 u 、 y 和 z 分别是干扰、控制输入、测量输出以及性能输出。

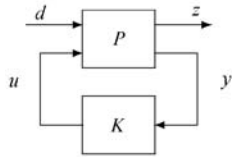


图 3.1 控制系统设计中的一般 $P-K$ 结构

主要的性能需求可以很容易地制定。灵敏度函数 $S = (I + PK)^{-1}$ 必须很小，以至于系统扰动和模型误差对输出影响不大。互补灵敏度函数 $T = PK(I + PK)^{-1}$ 也必须很小，这样测量噪声对输出影响也就很小。但是，在这个规则中也有一些限制和冲突。例如， S 和 T 不能在同一频率上都小。一些对性能的限制体现在：控制输入能力的限制、非最小相位系统、灵敏度与互补灵敏度。可添加加权函数来选择关注的频率范围和时间。输入加权函数通常选择为与干扰输入的幅度谱相等。输出加权函数通常选择为与输出量的倒数相等。

一个标准的加权策略如图 3.2 所示。在图中， u 是控制输入， y 是测量输出， z_p 是性能输出， z_u 和 z_y 是输入和输出的性能， w 是干扰， n 是测量噪声。加权函数 W_p 的目的是定义性能指标。可以认为它们是惩罚函数，即在期望小信号的频率范围内权重应该大，在允许高性能输出的情况下权重应该小。 W_u 和 W_y 可以用来反映在执行器和输出信号上的一些限制。加权函数 W_w 和 W_n 的目的是反映干扰和传感器噪声。一般 $P - K$ 结构中的扰动和性能为 $d = [w \ n]^T$ 与 $z = [z_u \ z_y \ z_p]^T$ 。

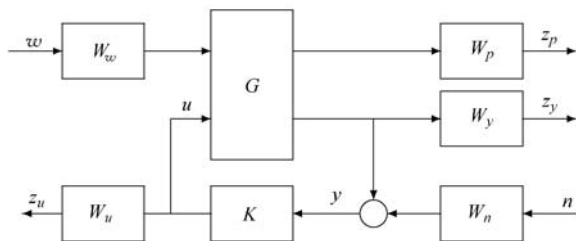


图 3.2 包含权重的标准反馈结构

接下来，给出混合灵敏度问题的推导过程。开环系统 P 给出为

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

运用 u 与 y 间的反馈关系，即 $u = -Ky$ ，则从 d 到 z 的闭环关系为

$$T_{zd} = P_{11} - P_{12}(I + KP_{22})^{-1}KP_{21} \quad (3.2)$$

运用加权函数，传递函数 T_{zd} 可以按下面的形式表示：

$$\begin{bmatrix} z_p \\ z_u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & W_p G \\ 0 & W_u \\ I & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

运用公式 (3.2)， T_{zd} 如下所示：

$$T_{zd} = \left\| \begin{bmatrix} W_p T \\ v W_u K S \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (3.4)$$

运用公式 (3.4) 来表达系统的 H_2 与 H_∞ 性能。 H_2 的准则为最小化由于干扰 d 引起的期望性能 z_p 与控制信号 z_u 的能量, 通过合理地选择惩罚函数和标量 v 的大小, 其可以表达为

$$\|z_p\|_2^2 + v^2 \|z_u\|_2^2 = \left\| \begin{bmatrix} W_p T \\ v W_u KS \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (3.5)$$

第一项是考虑系统性能而制定出的惩罚函数。第二项的目的是为了避免执行器的饱和。参数 v 决定了在性能输出和控制输入之间的权衡。使用 H_2 准则, 干扰对性能的影响被最小化。它解决了扰动抑制问题。 H_2 性能的主要局限是缺乏对系统不确定性的正规处理方法。

H_∞ 的准则是找到一个稳定的控制器来最小化 $\|T_{zd}\|_\infty$, 如最小化 $\sup_{\|d\|_2 \leq 1} \|z_p\|_2$, 使之满足控制能量 $\sup_{\|d\|_2 \leq 1} \|z_u\|_2$ 的一些限制。包含参数 v 的混合准则如下:

$$\sup_{\|d\|_2 \leq 1} \{ \|z_p\|_2^2 + v^2 \|z_u\|_2^2 \} = \left\| \begin{bmatrix} W_p T \\ v W_u KS \end{bmatrix} \right\|_\infty \quad (3.6)$$

如果 H_∞ 范数有界, 例如存在满足 $\|T_{zd}\|_\infty < \gamma$, 则

$$\left\| \begin{bmatrix} W_p T \\ v W_u KS \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (3.7)$$

其中, γ 为正数。

因此, 频率依赖权重 W_p 和 W_u 可以用来给出实现高频和低频增益所需项 T 和 KS 的范围。实际上 W_u 必须是低通滤波器, 而 W_p 需要是高通滤波器。在选择加权函数来限定 T 和 KS 之后, 这些权重将系统扩展成增广形式。在 H_∞ 范数最小化的情况下, 对这个增广的系统进行控制器综合。较小的 γ 意味着鲁棒性更好的设计。

H_∞ 性能的主要优点之一是保证了最大的鲁棒性, 以抵抗不稳定的不确定性。一般来说, 次优的 H_∞ 控制器的性能应该优于最优的控制器。

混合 H_2/H_∞ 控制综合在统一的状态空间框架下处理 H_2 和 H_∞ 问题。这种方法提供了一种补偿器, 它结合了用于干扰抑制的 H_2 二次性能准则与用于最大限度抵抗不稳定不确定性的 H_∞ 性能准则。

次优 H_∞ 控制器选择的自由度可用于最小化 H_2 的性能指数。因此, 用来最小化 H_2 性能指标的控制器可从适当的次优 H_∞ 控制器中选出。性能量 $z_{p\infty}$ 与 H_∞ 的约束相关, 性能量 z_{p2} 与 H_2 的准则相关。

如图 3.3 所示, 一个标准的加权策略包括了模型 G 与控制器 K 的反馈结构。加权函数 W_{p2} 应用于性能量 z_{p2} , $W_{p\infty}$ 应用于性能量 $z_{p\infty}$ 。图 3.1 中的一般 $P-K$ 结构的扰动和性能量为 $d = [w \quad n]^T$ 和 $z = [z_{p2} \quad z_{p\infty} \quad z_y \quad z_u]^T$ 。

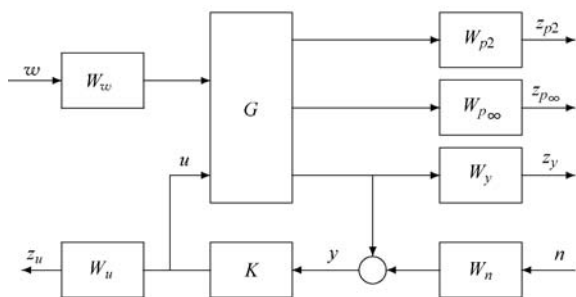


图 3.3 包含混合性能与权重的反馈重构

3.2 不确定性部分的建模

通常，在控制设计中应用了两种类型的不确定性结构，包括非结构化不确定性和结构化的不确定性。非结构化不确定性是通过一个未知但有界的扰动与系统建立关联来建模的。这种类型的不确定性结构只需要很少的信息，仅需要不确定性的范围和关联类型。扰动是一个有界的传递函数，其边界是根据系统的无穷范数来定义的。非结构化扰动可以以多种方式关联到系统，例如，以加法、输出乘法、输入乘法、互质因子不确定性方式等。

控制设计是基于如图 3.4 所示的闭环互联结构。在这个结构中，未建模动态的不确定性由模块 Δ_m 和加权函数 W_r 表示。假定传递函数 W_r 是已知的，它反映了模型中的不确定性。假定传递函数 Δ_m 是稳定且未知的，同时满足 $\|\Delta_m\|_\infty < 1$ 的范数条件。 W_p 、 W_w 和 W_n 分别是针对性能指标、干扰和传感器噪声的加权函数。

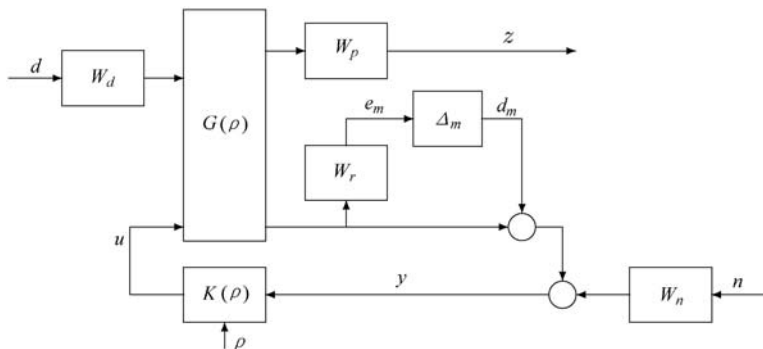


图 3.4 具有性能和不确定性的标准反馈重构系统

当模型中的扰动有界时: $\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) \leq \Delta_{\max}(j\omega)$, 就可以对系统稳定鲁棒性进行评估。其中 $\bar{\sigma}$ 是最大奇异值, Δ 可以是任何扰动。对于扰动给出的界限通常是频率依赖的, 允许系统不确定性的参数随着频率变化。例如, 在实践中, 系统模型在低频时是准确的, 但在高频时不太准确。非结构化不确定性结构的标准形式如图 3.5 所示。小增益定理提供了关于有界扰动的鲁棒稳定性的测试。

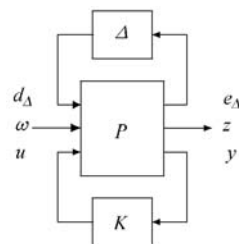


图 3.5 控制器设计中的一般 $P-K-\Delta$ 结构

定理 3.1 (小增益定理) 假设一般反馈系统 M_Δ 是一个 H_∞ 的实有理子空间, 且 $\gamma > 0$, 那么对于 H_∞ 中的所有可能的扰动, M_Δ 是适定的且内部稳定的, 其中扰动有界 $\|\Delta\|_\infty \leq 1/\gamma$, 当且仅当

$$\|M_\Delta(s)\|_\infty < \gamma \quad (3.8)$$

见 Zhou 等 (1996)。

小增益定理意味着稳定传递矩阵 $M_\Delta(s)$ 的无穷范数越小, 互联系统 (M, Δ) 不稳定的最小稳定干扰 Δ 的无穷范数就越大。当系统模型用一组可加的扰动来描述 (即 $G = G_{nom} + W_{r2}\Delta W_{r1}$), 且 $\|W_{r2}KSW_{r1}\|_\infty < \gamma$, 那么闭环系统对于所有 $\|\Delta\|_\infty \leq 1/\gamma$ 都是鲁棒稳定的。当系统模型用一组输出乘法干扰 [即 $G = (I + W_{r2}\Delta W_{r1})G_{nom}$] 来描述, 且 $\|W_{r2}TW_{r1}\|_\infty < \gamma$, 闭环系统是鲁棒稳定的。这些结论都可以通过使用小增益定理得出。

3.3 基于线性变参数模型的控制系统设计

在 LPV 控制系统设计框架中有下面的基本形式, 假设系统的状态空间表达为

$$\dot{x} = A(\rho)x + B_1(\rho)w + B_2(\rho)u \quad (3.9)$$

$$z = C_1(\rho)x + D_{11}(\rho)w + D_{12}(\rho)u \quad (3.10)$$

$$\dot{y} = C_2(\rho)x + D_{21}(\rho)w \quad (3.11)$$

其中, 控制器的表示如下:

$$\dot{x}_c = A_c(\rho)x_c + B_c(\rho)y \quad (3.12)$$

$$u = C_c(\rho)x_c + D_c(\rho)y \quad (3.13)$$

在 L_2 LPV 控制器综合中, 目标是找到一个 LPV 控制器, 使闭环系统的 L_2 增益最小化。这对应于在 LTI 框架下得到的鲁棒 H_∞ 控制公式。

LPV 系统被认为是线性微分包含 (LDI), 在 LPV 控制器合成步骤中, 忽略了系统状态 (或输出) 与参数之间的关系。因此, 即使调度变量在运行时间中

是已知的，但在分析/设计阶段，其基本上仅表现为不确定性。在实现阶段，它的信息作为设计中的一个线性化条件：与不确定的情况相反，可以把全阶 LPV 设计作为一个凸问题来解决。

在基本场合中，LPV 情况下的增益根据集合 $\rho \in \Omega$ 内的参数（通常是边界框条件）允许的所有可能的轨迹来解释。这种方法对应于单李雅普诺夫函数（SLF）的选择，其中调度变量的变化可以是任意快的。

在之后的应用中运用了参数依赖李雅普诺夫函数（PDLF）。其中的原因是当忽略执行器或信号的带宽时，会导致在 ρ 上无速率限制，这是不切实际的。如果将 ρ 上的速率边界假设为一个较不保守的值的的话，那么这个系统的类别就产生了。此外，多个例子表明，如果系统是以 SLF 方式定义的，则 LPV 系统不能通过应用任何控制器来稳定。

在 LPV 综合中使用的工具是有界实引理的鲁棒扩展，参见例如 Fen 等人（1996）。在上述方程中，参数的导数 $\dot{\rho}$ 也被考虑在内。因此，有必要获得关于参数变化率的信息，即参数导数必须以 $\dot{\rho} \in \bar{\Omega}$ 为界。

3.3.1 非线性控制器的方程

当 LPV 控制器设计出来后，系统状态（或输出）与参数 $\rho = \rho(x)$ 间的关系被用于 LPV 控制器中，最终获得一个非线性控制器如下：

$$\dot{x}_c = A_c(\rho(x))x_c + B_c(\rho(x))y \quad (3.14)$$

$$u = C_c(\rho(x))x_c + D_c(\rho(x))y \quad (3.15)$$

这是一个重要的假设， $\rho(x)$ 是可测量的或仅取决于可测量的信号的。根据建模假设的性质，对于位于边界框 $\rho \in \Omega$ 与 $\dot{\rho} \in \tilde{\Omega}$ 中的所有参数和参数导数，LPV 系统等于或至少接近于非线性模型。与增益调度方法相反，LPV 控制框架保证即使在瞬态下也能满足有效域的闭环系统性能指标。

这直观地表明闭环 LPV 系统性能指标也适用于具有非线性控制器和非线性模型的非线性闭环系统。但是，由于潜在的鲁棒性样式，一般来说，系统设计是趋于保守的。这是由于 Ω 与 $\bar{\Omega}$ 比包含实际参数轨迹的集合大得多。

3.3.2 基于单李雅普诺夫函数方法的控制器设计

从常数李雅普诺夫函数开始，基于李雅普诺夫理论和耗散理论，针对稳定性和 L_2 性能的条件分析是相当简单的。

关于稳定性问题，如果存在一个矩阵 $X = X^T > 0$ ，则对所有参数 $\rho \in P$ 有：

$$A(\rho)^T X + X A(\rho) < 0 \quad (3.16)$$

那么，这个 LPV 系统被认为是二次稳定的。基于这个概念，这一有界实引

理的改写引出了：如果存在一个矩阵 $X = X^T > 0$ ，满足以下条件

$$\begin{bmatrix} A(\rho)^T X + X A(\rho) & X B(\rho) & C^T(\rho) \\ B^T(\rho) X & -\gamma I & D^T(\rho) \\ C^T(\rho) & D(\rho) & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \rho \in P \quad (3.17)$$

然后，系统

$$\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)w$$

$$z = C(\rho)x + D(\rho)w$$

的 L_2 增益小于 γ ，也就是说，对于初始条件 $x(0) = 0$ ，它保证了：

$$\sup_{\rho \in P} \sup_{\|w\|_2 \neq 0, w \in L_2} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} < \gamma < \infty \quad (3.18)$$

3.3.3 多面体方法

让我们考虑一个多面体形式的 LPV 系统 $S(\rho)$ ，如

$$S(\rho) = \sum_{i=1}^p \rho_i S_i, \rho_i \geq 0, \sum_{i=1}^p \rho_i = 1 \quad (3.19)$$

且

$$S \sim \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \text{ 与凸系统 } S_i \sim \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}$$

让我们假设设计如下形式的控制器 $K(\rho)$ ：

$$\begin{bmatrix} A_K(\rho) & B_K(\rho) \\ C_K(\rho) & D_K(\rho) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^p \rho_i \begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix}$$

其闭环系统为

$$\dot{x} = A_{cl}(\rho)x + B_{cl}(\rho)w$$

$$z = C_{cl}(\rho)x + D_{cl}(\rho)w$$

考虑一个多面体 LPV 模型，系统二次稳定的一个充要条件为：方程 (3.16) 中的条件对于参数空间的所有角点都成立。也就是说，可以得到 LMI 的有限系统，必须满足 $A(\rho)$ 可以找到一个合适的正定矩阵 P ，Gahinet and Apkarian (1996)，Fen 等 (1996)。

首先我们将这个想法应用于状态反馈设计。为了获得一个二次稳定状态反馈，这个 LMI

$$(A(\rho) + B(\rho)K(\rho))^T X + X(A(\rho) + B(\rho)K(\rho)) < 0 \quad (3.20)$$

或

$$Y(A(\rho) + B(\rho)K(\rho))^T + (A(\rho) + B(\rho)K(\rho))Y < 0 \quad (3.21)$$

对于合适的 $K(\rho)$ 与 $X = Y^{-1} > 0$ 必须成立。通过引入辅助变量 $M(\rho) =$

$K(\rho)Y$, 必须在参数空间的角点上解出下列一组 LMI:

$$YA^T(\rho) + A(\rho)Y + M^T(\rho)B^T(\rho) + B(\rho)M(\rho) < 0 \quad (3.22)$$

如果 B 是参数独立的, 那么对于参数空间的角点, 有以下的设计条件:

$$YA_i^T + A_iY + M_i^TB^T + BM_i < 0, i = 1, \dots, p \quad (3.23)$$

通过解上述 LMI, 可以获得针对一个固定、但为任意值 p 的合适的观测器增益。控制器如下所示:

$$K(\rho) = \sum_{i=1}^p \rho_i M_i Y^{-1}$$

观察到, 如果 B 不是参数独立的, 则式 (3.22) 在 ρ 中不是线性的。因此, 为了对其进行线性化, 需要进行再参数化, 通常在设计中会引入一定程度的保守性。

关于动态输出反馈的性能问题, 其出发点是有界实引理的多面体重构。

定理 3.2 (多面体边界有界实引理) 假设有一个矩阵 $X_{cl} = X_{cl}^T > 0$, 使得在每个顶点上, LMI 满足以下条件

$$\begin{bmatrix} A_{cl}(\rho_i)^T X_{cl} + X_{cl} A_{cl}(\rho_i) & X_{cl} B_{cl}(\rho_i) & C_{cl}^T(\rho_i) \\ B_{cl}^T(\rho_i) X_{cl} & -\gamma I & D_{cl}^T(\rho_i) \\ C_{cl}^T(\rho_i) & D_{cl}(\rho_i) & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, i = 1, \dots, p \quad (3.24)$$

那么, 二次李雅普诺夫函数 $V(x_{cl}) = x_{cl}^T X_{cl} x_{cl}$ 保证了闭环系统的稳定性。此外, 系统控制性能水平由 γ 的大小进行调节, 且 $\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2$ 。

如在状态反馈情况下, 为了直接获得有限的 LMI 集合, 需要假设矩阵 B_2 、 C_2 、 D_{12} 和 D_{21} 是恒定的, 即与参数无关, 参见式 (3.9) ~ 式 (3.11)。如果这个条件成立, 那么控制器可以基于以下结果进行设计, 参见 Apkarian 和 Gahinet (1995)。

定理 3.3 (多面体 H_∞ 条件) 让我们用 N_X 和 N_Y 分别表示零空间 (B_2^T, D_{12}^T) 和 (C_2, D_{21}) 的正交基。多面体 H_∞ 控制问题是可解的, 当且仅当在每个顶点 $i = 1, \dots, p$ 中存在满足下列 LMI 系统的对称矩阵 X, Y 。

$$N_X^T \begin{bmatrix} A_i X + X A_i^T & X C_{1i}^T & B_{1i} \\ C_{1i} X & -\gamma I & D_{11i} \\ B_{1i}^T & D_{11i}^T & -\gamma I \end{bmatrix} N_X < 0 \quad (3.25)$$

$$N_Y^T \begin{bmatrix} A_i^T Y + Y A_i & Y B_{1i} & C_{1i}^T \\ B_{1i}^T Y & -\gamma I & D_{11i}^T \\ C_{1i} & D_{11i} & -\gamma I \end{bmatrix} N_Y < 0 \quad (3.26)$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} < 0 \quad (3.27)$$

此外, 这个问题可用 k 次 LPV 控制器解决, 当且仅当

$$\text{rank}(I - XY) \leq k$$

这一控制器能够运用标准 H_∞ 技术进行综合, 参见 Apkarian and Gahinet (1995) and Scherer and Weiland (2000)。

3.3.4 一种基于线性分式变换的控制器设计

给定一个 LPV 系统 P , 其中包含外部输入 d 和控制输入 u , 以及受控输出 z 和测量输出 y 。系统 P 的状态空间表示如下:

$$\dot{x} = Ax + B_1 d + B_2 u \quad (3.28)$$

$$z = C_1 x + D_{12} u \quad (3.29)$$

$$y = C_2 x + D_{12} d \quad (3.30)$$

控制设计的假设与经典的 H_∞ 控制设计相同。主要问题是找到一个 LPV 控制结构 K , 使得闭环系统对于满足 $\gamma^2 \Theta^T \Theta \leq 1$ 的所有参数轨迹是内部稳定的, 且能使得算子 $T(P, K, \Theta)$ 的诱导 L_2 范数 [见公式 (2.36)] 满足下列关系:

$$\max_{\|\Theta\|_\infty} \leq 1/\gamma \quad \|T(P, K, \Theta)\|_\infty < \gamma \quad (3.31)$$

式中, γ 是指定的性能水平。LPV 问题可以被解释为面对范数有界不确定性 $\Delta \oplus \Delta$ 的标称线性时不变 (LTI) 系统 P_a 的鲁棒性能问题。

不确定性的结构如下: $\Delta = \text{diag}(\rho_1 I_{r_1}, \dots, \rho_k I_{r_k})$, 每当参数 θ_i 重复时, $r_i > 1$ 。考虑与 Δ 相关的正定相似性尺度的集合:

$$L_\Delta = \{L > 0 : L\Theta = \Theta L, \forall \Theta \in \Delta\} \quad (3.32)$$

给定 L_Δ , 容易推断出重复结构 $\Delta \oplus \Delta$ 的一组尺度为

$$L_{\Delta \oplus \Delta} = \left\{ \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \\ L_2^T & L_3 \end{bmatrix} > 0 : L_1, L_3 \in L_\Delta, L_2 \Theta = \Theta L_2, \forall \Theta \in \Delta \right\} \quad (3.33)$$

从小增益理论来看, 在面对不确定性 $\Delta \oplus \Delta$ 的情况下具有鲁棒性, 或等价的增益调度控制器存在性的充分条件如下:

定理 3.4 (γ 次优 LPV H_∞ 控制器) 考虑一个不确定性结构 Δ 和式 (3.33) 中定义的相关的一组相似性尺度 $L_{\Delta \oplus \Delta}$, 如果存在尺度矩阵 $L \in L_{\Delta \oplus \Delta}$ 和 LTI 控制结构 K , 使得标称闭环系统 $F_l(P_a, K)$ 在内部是稳定的并且满足以下不等式:

$$\left\| \begin{bmatrix} L^{1/2} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} F_l(P_a, K) \begin{bmatrix} L^{-1/2} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (3.34)$$

那么 $F_l(K, \Theta)$ 是一个 γ 次优增益调度 H_∞ 控制器, 见 Apkarian 和 Gahinet (1995)。

应用于增益调度 H_∞ 控制器的 LMI 方法是基于尺度有界实引理的, 其定义如下:

定理 3.5 (尺度有界实引理) 考虑一个参数结构 Δ , 在式 (3.32) 中定义的关联尺度集合 L_Δ 和一个闭环控制系统。以下陈述是等价的。

A 是稳定的, 并存在 $L \in L_\Delta$, 使

$$\|L^{1/2}[D+C(sI-A)^{-1}B]L^{-1/2}\|_\infty < \lambda \quad (3.35)$$

存在正定解 P 以及 $L \in L_\Delta$ 的矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} A^TP+PA & PB & C^T \\ B^TP & -\gamma L & D^T \\ C & D & -\gamma L^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.36)$$

参见 Apkarian and Gahinet (1995)。

利用定理 3.4 可得到尺度 H_∞ 控制器问题的解。在下一个定理中, 尺度 H_∞ 问题被认为是具有任意不确定结构 Δ 的 LTI 系统。尺度 H_∞ 问题的一般表述如下, 给定 $\gamma > 0$ 、不确定性结构 Δ , 以及关联的尺度集合 L_Δ , 找到 $L \in L_\Delta$ 与一个 LTI 控制器 K , 使得闭环系统内部稳定, 以及

$$\|L^{1/2}F_\ell(G,K)L^{-1/2}\|_\infty < \gamma \quad (3.37)$$

定理 3.6 考虑具有不确定性结构 Δ 和相关尺度集 L_Δ 的系统 G , 令 N_X 和 N_Y 分别表示零空间 $(B_2^T, D_{12}^T, 0)$ 和 $(C_2, D_{21}, 0)$ 的正交基。当且仅当存在一对对称矩阵 $X, Y \in R^{n \times n}$ 和 $L, J \in R^{r \times r}$, 且 $L \in L_\Delta, J \in J_\Delta$ 满足下列 LMI 系统时, 次优的尺度 H_∞ 问题是可解的。

$$N_X^T \begin{bmatrix} AX+XA^T & XC_1^T & B_1 \\ C_1X & -\gamma I & 0 \\ B_1^T & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} N_X < 0 \quad (3.38)$$

$$N_Y^T \begin{bmatrix} A^TY+YA & YB_1 & C_1^T \\ B_1^TY & -\gamma I & 0 \\ C_1 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} N_Y < 0 \quad (3.39)$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.40)$$

$$LJ = I \quad (3.41)$$

参见 Apkarian and Gahinet (1995)。

不等式 (3.38) ~ 式 (3.40) 是在 R, S, L, J 中的 LMI, 并且结构约束 $L \in L_\Delta$ 和 $J \in J_\Delta$ 为凸约束。然而, 约束式 (3.41) 具有强非凸性, 因此其数字易处理性尚不清楚。幸运的是, 在增益调度的 H_∞ 控制问题中, 非凸约束 $LJ = I$ 消失了。

因此, 可以获得一个充分条件: 系统为纯 LMI, 则是易处理的。在增益调度控制设计中使用的定理如下。

定理 3.7 (尺度 H_∞ 控制器问题的解) 考虑一个由 LFT 互联结构给出的 LPV 系统, 其中 P 是适当的 LTI 系统, 而 θ 是参数运算符。令 Δ 表示与 Θ 相关的结构集合, 并且 L_Δ 表示相对应的一组尺度矩阵。令 N_X 和 N_Y 分别表示零空间 $(B_2^T \ D_{\theta 2}^T \ D_{12}^T \ 0)$ 和 $(C_2 \ D_{2\theta} \ D_{21} \ 0)$ 的正交基。增益调度 H_∞ 控制问题可解, 当且仅当存在一对对称矩阵 $X, Y \in R^{n \times n}$ 和 $L, J \in R^{r \times r}$, 且 $L \in L_\Delta, J \in J_\Delta$ 满足以下 LMI 系统:

$$N_X^T \begin{bmatrix} AX + XA^T & [XC_\theta \ XC_1] & [B_\theta \ B_1] \\ \begin{bmatrix} C_\theta X \\ C_1 X \end{bmatrix} & -\gamma \begin{bmatrix} J & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} B_\theta \\ B_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & -\gamma \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{bmatrix} N_X < 0 \quad (3.42)$$

$$N_Y^T \begin{bmatrix} A^T Y + YA & [YB_\theta \ YB_1] & [C_\theta \ C_1] \\ \begin{bmatrix} B_\theta Y \\ B_1 Y \end{bmatrix} & -\gamma \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_\theta \\ C_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & -\gamma \begin{bmatrix} J & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{bmatrix} N_Y < 0 \quad (3.43)$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.44)$$

$$\begin{bmatrix} L & I \\ I & J \end{bmatrix} \geq I \quad (3.45)$$

参见 Apkarian and Gahinet (1995)。

定理 3.7 为增益调度 H_∞ 控制器的存在提供了充分的条件。Apkarian 和 Gahinet (1995) 提出了一种控制器组件的计算算法。增益调度 H_∞ 控制器的设计方法可参见 Apkarian 等 (1995), Gahinet 和 Apkarian (1996), Apkarian 和 Adams (1998), Apkarian 和 Tuan (2000)。这对对称矩阵 (X, Y) 相对于 LMI 系统来说是可行的, 计算这对矩阵是一个凸优化问题。有效多项式时间算法可以解决这个问题 LMI 可行性问题, 见 Nesterov 和 Nemirovsky (1993), Nemirovsky 和 Gahinet (1994)。

3.4 基于参数依赖李雅普诺夫函数方法的控制器设计

3.4.1 线性变参数系统的分析

在下面,我们将要应用参数变化李雅普诺夫函数。因此,也将涉及参数变化率的内容,并且应该引入下面的参数 ν 变化集合(ν -variation):令紧凑集 $P \subset R^S$,并且给定一组有限的非负数 $\{v_i\}_{i=1}^s$,其中 $\nu = [v_1, \dots, v_s]^T$ 。参数 ν 变化集合 F_p^ν 表示如下:

$$\mathcal{F}_\mathcal{P}^\nu = \{\rho \in C^1(R, R^S) : \rho(t) \in \mathcal{P}, |\dot{\rho}_i| \leq v_i, i=1, \dots, s\} \quad (3.46)$$

式中, C^1 代表了连续分段可微类型的函数。

因此,我们考虑一个包含了有界的参数变化率的 n 阶LPV系统 $G(\rho)$,即:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\rho(t), \dot{\rho}(t)) & B(\rho(t), \dot{\rho}(t)) \\ C(\rho(t), \dot{\rho}(t)) & D(\rho(t), \dot{\rho}(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

其中 $\rho \in F_p^\nu$, $\dot{\rho} \in \bar{F}$, $x \in R^n$, $d \in R^{n_d}$ 且 $z \in R^{n_z}$,而 $A: R^S \rightarrow R^{n \times n}$, $B: R^S \rightarrow R^{n \times n_u}$, $C: R^S \rightarrow R^{n_y \times n}$ 以及 $D: R^S \rightarrow R^{n_y \times n_u}$ 是给定的连续函数。

首先,定义了参数依赖的稳定性,即二次稳定性的一般化概括。

定义 3.1 (参数依赖的稳定性) 给定紧凑集 $P \subset R^S$ 、有限的非负数 $\{v_i\}_{i=1}^s$,以及函数 $A: R^S \times R^S \rightarrow R^{n \times n}$,如果存在一个连续可微函数 $P: R^S \rightarrow S^{n \times n}$,满足 $P(\rho) > 0$ 和以下公式,那么函数 A 在参数上依赖于 P 的稳定性。

$$A^T(\rho, \beta)P(\rho) + P(\rho)A(\rho, \beta) + \sum_{i=1}^s (\beta_i \frac{\partial P}{\partial \rho_i}) < 0 \quad (3.48)$$

对于所有 $\rho \in P$, 以及 $|\beta_i| \leq v_i, i=1, 2, \dots, s$ 。

通过将 P 限制为一个常数矩阵,如果不存在参数变化的界限,即 $v_i \rightarrow \infty, i=1, \dots, s$,那么参数依赖稳定性将降为二次稳定性。在公式(3.48)中,不等式的左边必须严格小于零。

定理 3.8 给定一个紧凑集 P 和LPV系统

$$\dot{x}(t) = A(\rho(t), \dot{\rho}(t))x(t) \quad (3.49)$$

其中, $\rho \in F_p^\nu$ 。如果函数 A 在参数上依赖于 P 的稳定性,那么存在 $\delta > 0$,使得

$$A^T(\rho, \dot{\rho})P(\rho) + P(\rho)A(\rho, \dot{\rho}) + \frac{dP}{dt} < -\delta I_n \quad (3.50)$$

对于所有轨迹 $\rho \in F_p^\nu$ 。

对于LPV系统,如果函数 A 是参数依赖稳定的,那么系统就是一个参数依

赖稳定的 LPV 系统。

下面将分析诱导 L_2 范数性能。对于零初始条件 $x(0) = 0$ 的参数依赖稳定的 LPV 系统，诱导 L_2 范数定义如下：

$$\|G_{F_P}\|_{i,2} = \sup_{\rho \in F_P} \sup_{\|d\|_2 \neq 0, d \in L_2} \frac{\|z\|_2}{\|d\|_2} \quad (3.51)$$

LPV 系统的 L_2 范数水平代表 LPV 系统所描述的所有因果线性算子集合中扰动范数与性能范数的最大比例。下面的定理给出了一个充分条件来检验 LPV 系统的诱导 L_2 范数是否小于规定的性能水平 $\gamma > 0$ 。

定理 3.9 给定一个紧凑集 $P \subset R^S$ 、有限非负数 $\{\nu_i\}_{i=1}^s$ 与 LPV 系统。如果存在函数 $P: R^S \rightarrow R^{n \times n}$ ，使得 $P(\rho) > 0$ 与

$$\begin{bmatrix} A^T(\rho, \beta)P(\rho) + P(\rho)A(\rho, \beta) + \sum_{i=1}^s (\beta_i \frac{\partial P}{\partial \rho_i}) & P(\rho)B(\rho, \beta) & \gamma^{-1}C^T(\rho, \beta) \\ B^T(\rho, \beta)P(\rho) & -I_{n_d} & \gamma^{-1}D^T(\rho, \beta) \\ \gamma^{-1}C(\rho, \beta) & \gamma^{-1}D(\rho, \beta) & -I_{n_c} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.52)$$

对于所有的 $\rho \in P$ 和 $|\beta_i| \leq \nu_i, i = 1, 2, \dots, s$ ，那么函数 A 在 P 上是参数依赖稳定的，并且存在一个标量 $\delta, 0 \leq \delta < \gamma$ ，使得 $\|G_{F_P}\|_{i,2} \leq \delta$ 。

这个定理是对尺度有界实引理的一般化概括。当常数矩阵 P 受限制时，这个定理得到了 Becker 等人的结果 (1993)，这是对含有任意快速变化参数的 LPV 系统的分析测试。由 Wu (1995) 给出的这一定理，由于利用参数变化率信息而变得不那么保守。

定理 3.9 的条件是一个无限维凸问题。通过用有限基函数逼近函数空间，可以将条件简化为有限维凸问题，并利用有效的凸优化技术求解分析问题。下面的测试包括一些正定函数的 2^s LMI，只需要对参数空间进行网格化，因此它比以前的定理更容易计算。

定理 3.10 给定一个 LPV 系统，并且状态空间不依赖于参数的导数。如果存在函数 $P: R^S \rightarrow S^{n \times n}$ ，使得 $P(\rho) > 0$ 和

$$\begin{bmatrix} A^T(\rho)P(\rho) + P(\rho)A(\rho) + \sum_{i=1}^s \pm (\nu_i \frac{\partial P}{\partial \rho_i}) & P(\rho)B(\rho) & \gamma^{-1}C^T(\rho) \\ B^T(\rho)P(\rho) & -I_{n_d} & \gamma^{-1}D^T(\rho) \\ \gamma^{-1}C(\rho) & \gamma^{-1}D(\rho) & -I_{n_z} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.53)$$

对所有 $\rho \in P$, 那么函数 A 在参数上依赖于 P 的稳定性, 以及存在一个标量 δ , 且 $0 \leq \delta < \gamma$ 的, 使得 $\|G_{F_p}\|_{i,2} \leq \delta$ 。

值得注意的是: 式 (3.53) 中的符号 $\sum_{i=1}^s \pm(\cdot)$ 表示不等式中包含了 $+(\cdot)$ 和 $-(\cdot)$ 的所有组合。

3.4.2 考虑 L_2 诱导范数性能的线性变参数系统控制

针对有限参数变化率的 LPV 系统, 本节主要研究了参数依赖输出反馈控制问题。这个问题决定了参数依赖稳定闭环 LPV 系统中参数依赖控制器的存在, 并保证该闭环系统的诱导 L_2 范数小于 γ 。假设参数的导数是实时可得的 (或可测量的), 以用来构造上述控制器。

对于一个给定的紧集 $P \subset R^S$, 让我们考虑下面的开环 LPV 系统:

$$\dot{x} = A(\rho)x + B_1(\rho)d + B_2(\rho)u \quad (3.54)$$

$$z = C_1(\rho)x + D_{11}(\rho)d + D_{12}(\rho)u \quad (3.55)$$

$$y = C_2(\rho)x + D_{21}(\rho)d + D_{22}(\rho)u \quad (3.56)$$

其中, $\rho \in F_p^v$, $x \in R^n$, $d \in R^{n_d}$, $z \in R^{n_z}$, $u \in R^{n_u}$, $y \in R^{n_y}$ 。

然后给出连续函数 $A_k: R^S \rightarrow R^{n \times n}$, $B_k: R^S \rightarrow R^{n \times n_y}$, $C: R^S \rightarrow R^{n_u \times m}$, $D: R^S \rightarrow R^{n_u \times n_y}$ 的参数依赖 m 维线性反馈控制器。依据以下公式, 控制器依赖于参数及它的导数:

$$\dot{x}_k = A_k(\rho, \dot{\rho})x_k + B_k(\rho, \dot{\rho})y \quad (3.57)$$

$$u_k = C_k(\rho, \dot{\rho})x_k + D_k(\rho, \dot{\rho})y \quad (3.58)$$

其中, $\rho \in F_p^v$, x_k 是 m 维控制器的状态量。

对一般的系统做出如下假设:

- $D_{22}(\rho) = 0$ 。可以通过在改进系统的控制器中添加一个馈通项, 使这个假设能够放宽。

- 对于所有 $\rho \in P$, $D_{12}(\rho)$ 列满秩, 且 $D_{21}(\rho)$ 是行满秩。这些假设条件的放宽导致了 H_∞ 问题奇异。

下面介绍与参数依赖的输出反馈控制器的综合。为了得到简单的公式, 假定 $D_{11} = 0$ 。但是, 这个结果可以推广到 $D_{11} \neq 0$ 的情况。还进行了以下简化: $D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_{z_2}} \end{bmatrix}$ 和 $D_{21} = \begin{bmatrix} I_{n_{d_2}} & 0 \end{bmatrix}$ 。

开环系统的改进形式如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z_1(t) \\ z_2(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\rho(t)) & B_{11} & B_{12} & B_2 \\ C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & 0 & 0 & I_{n_{z_2}} \\ C_2 & 0 & I_{n_{d_2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ d_1(t) \\ d_2(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

其中, $\rho \in F_p$, $d_1 \in R^{n_{d1}}$, $d_2 \in R^{n_{d2}}$, $z_1 \in R^{n_{e1}}$, $z_2 \in R^{n_{e2}}$

包含 $\dot{x}_c^T(t) = [x^T(t) \ x_k^T(t)]$, $z^T(t) = [z_1^T(t) \ z_2^T(t)]$, $d^T(t) = [d_1^T(t) \ d_2^T(t)]$ 的闭环系统给定为

$$\dot{x} = A_c(\rho, \dot{\rho})x_c + B_c(\rho, \dot{\rho})d \quad (3.60)$$

$$z = C_c(\rho, \dot{\rho})x_c + D_c(\rho, \dot{\rho})d \quad (3.61)$$

其中,

$$A_c(\rho, \dot{\rho}) = \begin{bmatrix} A(\rho) + B_2(\rho)D_K(\rho, \dot{\rho})C_2(\rho) & B_2(\rho)C_K(\rho, \dot{\rho}) \\ B_K(\rho, \dot{\rho})C_2(\rho) & A_K(\rho, \dot{\rho}) \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$B_c(\rho, \dot{\rho}) = \begin{bmatrix} B_{11}(\rho) & B_{12}(\rho) + B_2(\rho)D_K(\rho, \dot{\rho}) \\ 0 & B_K(\rho, \dot{\rho}) \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

$$C_c(\rho, \dot{\rho}) = \begin{bmatrix} C_{11}(\rho) & 0 \\ C_{12}(\rho) + D_K(\rho, \dot{\rho})C_2(\rho) & C_K(\rho, \dot{\rho}) \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$D_c(\rho, \dot{\rho}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_K(\rho, \dot{\rho}) \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

对于给定的性能水平 $\gamma > 0$, 如果存在整数 $m \geq 0$ 、函数 $P: R^S \rightarrow S^{(n+m) \times (m+n)}$ 以及连续矩阵函数 $A_k: R^S \rightarrow R^{m \times m}$, $B_k: R^S \rightarrow R^{m \times n_y}$, $C: R^S \rightarrow R^{n_u \times m}$, $D: R^S \rightarrow R^{n_u \times n_y}$, 使得 $P(\rho) > 0$ 和

$$\begin{bmatrix} A_c^T(\rho, \beta)P(\rho) + P(\rho)A_c(\rho, \beta) + \sum_{i=1}^s (\beta_i \frac{\partial P}{\partial \rho_i}) & P(\rho)B_c(\rho, \beta) & \gamma^{-1}C_c^T(\rho, \beta) \\ B_c^T(\rho, \beta)P(\rho) & -I_{n_d} & \gamma^{-1}D_c^T(\rho, \beta) \\ \gamma^{-1}C_c^T(\rho, \beta) & \gamma^{-1}D_c^T(\rho, \beta) & -I_{n_z} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.66)$$

对于所有 $\rho \in P$ 和 $|\beta_i| \leq \nu_i$, $i = 1, 2, \dots, s$, 则参数依赖 γ 性能问题可解。公式 (3.62) 中定义了闭环矩阵。

这个问题是标准次优 H_∞ 控制问题的一般化概括。输出反馈控制器的综合基于以下定理:

定理 3.11 给定一个紧凑集 P 、性能水平 $\gamma > 0$ 和 LPV 系统。当且仅当存在矩阵函数 $X: R^S \rightarrow R^{n \times n}$ 和 $Y: R^S \rightarrow R^{n \times n}$, 对于所有的 $\rho \in P$, $X(\rho) > 0$, $Y(\rho) > 0$ 满足下述关系, 则参数依赖 γ 性能问题可解:

$$\begin{bmatrix} R_{ic}(X, \rho, \dot{\rho}) & X(\rho) C_{11}^T(\rho) & \gamma^{-1} B_1(\rho) \\ C_{11}(\rho) X(\rho) & -I_{n_{z1}} & 0 \\ \gamma^{-1} B_1^T(\rho) & 0 & -I_{n_d} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.67)$$

$$\begin{bmatrix} R_{ic}(Y, \rho, \dot{\rho}) & Y(\rho) B_{11}(\rho) & \gamma^{-1} C_1^T(\rho) \\ B_{11}^T(\rho) Y(\rho) & -I_{n_{d1}} & 0 \\ \gamma^{-1} C_1(\rho) & 0 & -I_{n_z} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.68)$$

$$\begin{bmatrix} X(\rho) & \gamma^{-1} I_n \\ \gamma^{-1} I_n & Y(\rho) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.69)$$

其中,

$$R_{ic}(X, \rho, \dot{\rho}) = X(\rho) \hat{A}^T(\rho) + \hat{A}(\rho) X(\rho) - \sum_{i=1}^s \pm \left(v_i \frac{\partial X}{\partial \rho_i} \right) - B_2(\rho) B_2^T(\rho) \quad (3.70)$$

$$R_{ic}(Y, \rho, \dot{\rho}) = \tilde{A}^T(\rho) Y(\rho) + Y(\rho) \tilde{A}(\rho) + \sum_{i=1}^s \pm \left(v_i \frac{\partial Y}{\partial \rho_i} \right) - C_2^T(\rho) C_2(\rho) \quad (3.71)$$

且

$$\hat{A}(\rho) = A(\rho) - B_2(\rho) C_{12}(\rho) \quad (3.72)$$

$$\tilde{A}(\rho) = A(\rho) - B_{12}(\rho) C_2(\rho) \quad (3.73)$$

如果条件满足, 则可以通过连续性和紧致性来扰动 $X(\rho)$, 使得两个 LMI 式 (3.67) 和式 (3.68) 仍然保持成立, 并且 $Q(\rho) = Y(\rho) - \gamma^{-2} X^{-1}(\rho) > 0$ 。现在定义下列变量:

$$F(\rho) = -[B_2(\rho) X^{-1}(\rho) + D_{12}^T C_1(\rho)] \quad (3.74)$$

$$L(\rho) = -[Y^{-1}(\rho) C_2^T(\rho) + B_1(\rho) D_{21}^T] \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} H(\rho, \dot{\rho}) = & -[X^{-1}(\rho) A_F(\rho) + A_F^T(\rho) X^{-1}(\rho) + \sum_{i=1}^s (\dot{\rho}_i \frac{\partial X^{-1}}{\partial \rho_i}) + \\ & C_F^T(\rho) C_F(\rho) + \gamma^{-2} X^{-1}(\rho) B_1(\rho) B_1^T(\rho) X^{-1}(\rho)] \end{aligned} \quad (3.76)$$

其中,

$$A_F(\rho) = A(\rho) + B_2(\rho) F(\rho) \quad (3.77)$$

$$C_F(\rho) = C_1(\rho) + D_{12}(\rho) F(\rho) \quad (3.78)$$

此外,

$$M(\rho, \dot{\rho}) = H(\rho, \dot{\rho}) + \gamma^2 Q(\rho) [-Q^{-1}(\rho) Y(\rho) L(\rho) D_{21} - B_1(\rho)] B_1^T(\rho) X^{-1}(\rho) \quad (3.79)$$

解反馈问题的严格合理控制器由下式给出：

$$A_k(\rho, \dot{\rho}) = A(\rho) + B_2(\rho)F(\rho) + Q^{-1}(\rho)Y(\rho)L(\rho)C_2(\rho) - \gamma^{-2}Q^{-1}(\rho)M(\rho, \dot{\rho}) \quad (3.80)$$

$$B_k(\rho) = -Q^{-1}Y(\rho)L(\rho) \quad (3.81)$$

$$C_k(\rho) = F(\rho) \quad (3.82)$$

$$D_k(\rho) = 0 \quad (3.83)$$

这个定理的证明和关于一般情况 $D_{11}(\rho) = 0$ 的讨论也在 Wu (1995) 中出现。公式 (3.67) 是状态反馈，式 (3.68) 是输出估计，式 (3.69) 是耦合条件。定理 3.11 中的 LMI 导致无限维凸可行性问题。

请注意，控制器动态矩阵 $A_k(\rho, \dot{\rho})$ 依赖于 $\dot{\rho}$ 。为了构建一个参数依赖的控制器， ρ 和 $\dot{\rho}$ 必须可被测量或可直接使用。在单个调度变量的示例中，即当 $\dot{\rho}$ 不可测量时，可以执行变量的 ρ 依赖变化来消除 $\dot{\rho}$ 的依赖性。

在标量参数示例中，定理 3.11 的控制器动态形式表现为

$$\dot{x}_k = A_1(\rho)x_k + \dot{\rho}A_2(\rho)x_k + B_k(\rho) \quad (3.84)$$

现在，让我们考虑变量的改变

$$x_{k, \text{new}} = T(\rho)x_k + \dot{\rho}A_2(\rho)x_k + B_k(\rho) \quad (3.85)$$

其中， $T(\rho)$ 是可逆的。很容易证明如果 $T(\rho)$ 满足线性矩阵微分方程：

$$\frac{dT(\rho)}{d\rho} = -T(\rho)A_2(\rho) \quad (3.86)$$

那么新的坐标 $x_{k, \text{new}}$ 中所得到的控制器动态将不受 $\dot{\rho}$ 约束。在多个调度变量的情况下，可以应用类似的方法。然而，得到解析解的难度非常大。欲了解更多细节，请参阅 Balas 等 (1997 年)。

另一种解决方案是简单地限制选择 X ，使之不受公式 (3.76) 中的 $\dot{\rho}$ 的限制。然而，这种方法可能是保守的，因为参数的变化率是不受限制的。另一个可能的解决方案是应用合适的外推算法来实现对参数 $\dot{\rho}$ 的估计。这种方法的缺点是调度变量的来源是受到限制的。

下面将定理 3.11 中的无穷凸可行条件转化为有限维 LMI。在这个解决方案中选择有限数量的基函数来参数化无限维函数空间。

定理 3.12 给出一个有限数量的标量，连续可微函数 $\{f_i\}_{i=1}^N$ 与 $\{g_i\}_{i=1}^N$ 包含参数化部分：

$$X(\rho) = \sum_{i=1}^N f_i(\rho)X_i \quad (3.87)$$

$$Y(\rho) = \sum_{i=1}^N g_i(\rho)Y_i \quad (3.88)$$

如果存在矩阵 $\{X_i\}_{i=1}^N$ ， $X_i \in S^{n \times n}$ ， $\{Y_i\}_{i=1}^N$ 与 $Y_i \in S^{n \times n}$ ，则对于所有的 $\rho \in$

P , $X(\rho) > 0$, $Y(\rho) > 0$, 且满足以下关系, 那么参数依赖的 γ 性能是可解的。

$$\begin{bmatrix} R_{ic}(X(\rho)) & \sum_{i=1}^N f_i(\rho) X_i C_{11}^T(\rho) & \gamma^{-1} B_1(\rho) \\ C_{11}(\rho) \sum_{i=1}^N f_i(\rho) X_i & -I_{n_{z1}} & 0 \\ \gamma^{-1} B_1^T(\rho) & 0 & -I_{n_d} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.89)$$

$$\begin{bmatrix} R_{ic}(Y(\rho)) & \sum_{i=1}^N g_i(\rho) Y_i B_{11}(\rho) & \gamma^{-1} C_1^T(\rho) \\ B_{11}(\rho) \sum_{i=1}^N g_i(\rho) Y_i & -I_{n_{d1}} & 0 \\ \gamma^{-1} C_1(\rho) & 0 & -I_{n_z} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.90)$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N f_i(\rho) X_i & \gamma^{-1} I_n \\ \gamma^{-1} I_n & \sum_{i=1}^N g_i(\rho) Y_i \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.91)$$

其中,

$$R_{ic}(X(\rho)) = \sum_{i=1}^N f_i(\rho) (X_i \hat{A}^T(\rho) + \hat{A}(\rho) X_i) - \sum_{j=1}^s \pm \left(v_j \sum_{i=1}^N \frac{\partial f_i}{\partial \rho_i} X_i \right) - B_2(\rho) B_2^T(\rho) \quad (3.92)$$

$$R_{ic}(Y(\rho)) = \sum_{i=1}^N g_i(\rho) (\tilde{A}^T(\rho) Y_i + Y_i \hat{A}(\rho)) + \sum_{j=1}^s \pm \left(v_j \sum_{i=1}^N \frac{\partial g_i}{\partial \rho_i} Y_i \right) - C_2^T(\rho) C_2(\rho) \quad (3.93)$$

矩阵 $\hat{A}(\rho)$ 与 $\tilde{A}(\rho)$ 见公式 (3.72)。

另一个问题是不等式必须适用于所有的 $\rho \in P$, 这就意味着必须检查无限多的约束条件。为了解决这个无限的约束凸问题, 紧凑集 P 必须进行网格化。例如, 如果一个超矩形 $P \in \mathbb{R}^S$ 在每个维上都有 L 个点的网格, 那么确定合适的 $\{X_i\}_{i=1}^N$ 与 $\{Y_i\}_{i=1}^N$ 的凸问题包括大约 $L^s (2^{s+1} + 1)$ 个 LMI。另一个问题是完全不能通过以上理论所提供指导来挖掘基函数, 即 f_i 和 g_i 。因此, 通常使用基函数更直观的解决方案。

3.4.3 不精确的线性变参数系统控制设计

我们在本章的结尾部分给出了一个多面体 LPV 系统的设计实例, 请参阅

Daafouz 等 (2008)。在这个例子中, 被控对象和理想的控制器具备以下形式:

$$\dot{x} = A(\rho)x + B_1w + B_2u \quad (3.94)$$

$$z = C_1x + D_{12}u \quad (3.95)$$

$$y = C_2x + D_{21}w \quad (3.96)$$

其中

$$A(\rho) = \sum_{i=1}^p \rho_i A_i, \rho_i \geq 0, \sum_{i=1}^p \rho_i = 1$$

且

$$\dot{x}_c = A_c(\hat{\rho})x + B_cy, A_c(\hat{\rho}) = \sum_{i=1}^p \rho_i A_{ci} \quad (3.97)$$

$$u = C_cx \quad (3.98)$$

我们假设 $\hat{\rho} \in \Omega(\rho)$ 且

$$\Omega(\rho) = \{\hat{\rho} \mid |\rho_i - \hat{\rho}_i| \leq \theta \rho_i\} \quad (3.99)$$

其中, $\theta \geq 0$ 是一个给定的标量。

定理 3.13 让我们引入下列 LMI

$$\begin{bmatrix} W & B_1^T & B_1^T X + D_{21}^T F^T \\ B_1 & Y & I \\ XB_1 + FD_{21} & I & X \end{bmatrix} > 0 \quad (3.100)$$

$$\begin{bmatrix} L_i^T + L_i + \theta R_i & A_i + M_i & YC_1^T + L^T D_{12}^T \\ A_i^T + M_i^T & H_i^T + H_i + \theta Q_i & C_1^T \\ C_1 Y + D_{12} L & C_1 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.101)$$

$$\begin{bmatrix} -R_i & M_i & Y A_i^T \\ M_i^T & -Q_i & -X \\ A_i Y & -X & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.102)$$

其中

$$L_i = A_i Y + B_2 L, H_i = X A_i + F C_2$$

那么, 当 $XY + UV = I$ 时, 对于所有 $\hat{\rho} \in \Omega(\rho)$, 以下控制器能够保证性能指标 $\gamma < tr(W)$:

$$A_{ci} = U^{-1}(M_i^T - X A_i Y - X B_2 L - F C_2 Y) V^{-1} \quad (3.103)$$

$$B_c = U^{-1} F, C_c = L V^{-1} \quad (3.104)$$

第 2 部分 垂向与纵向控制

第4章 垂向动力学中的悬架系统

介绍

本部分内容涉及车辆悬架系统的动力学特性设计，其宗旨是为了提升整车的动力学特性。悬架系统的性能可以通过以下四个参数定量地进行评价：乘客舒适度、悬架挠度、轮胎载荷变化以及能量消耗，Gillespie（1992），Cole（2001）。路面的不平整所致的车辆振动可能会使驾驶人与乘客产生疲劳，同时对车辆及车内货物造成损坏。一般认为，乘客舒适度（或者乘坐舒适度）与簧上质量的垂直、俯仰、侧倾方向加速度具有关联。这要求悬架工作空间必须要尽可能小，同时，悬架系统必须保证车辆在操纵范围内都要保持循迹性能。悬架的工作空间，被定义为簧上与簧下质量之间的相对位移，也被称为悬架的挠度，并可能会由于特定的悬架几何对相应的稳定性造成影响。车辆轮荷分为由重力导致的静载荷与由路面不平整导致的动载荷两部分。为了在操纵车辆时减少侧向力的变化，保持轮胎的动态载荷部分尽可能小是十分必要的。为了避免悬架系统的控制力过大，需要在设计流程中对控制力加以限制。

为了改善乘客舒适度，要尽可能减小路面的干扰 w 对于垂向加速度 z_{az} 、纵倾加速度 z_θ 和侧倾加速度 z_ϕ 的影响。但是，车辆的结构特征限制了可用的悬架伸缩量。因此，减小干扰对于悬架伸缩量 z_s 的影响也非常重要。同时，为了减少轮胎动态载荷变化，也需要将路面干扰对于轮胎变形量的影响保持在较小的水平。

控制设计过程中的难点之一，便是不同的控制目标通常会相互冲突，因此不得不在不同性能间进行一定的权衡。车身加速度减小，悬架或者轮胎伸缩量会随之增加。因此，最小的车身加速度意味着悬架与轮胎伸缩量达到了允许的最大值。这一结果同时表明，在一般情况下，对于悬架伸缩量的约束也会同时影响轮胎的变形量的极限，反之亦然，参见 Hac（1987）。

4.1 基于垂向性能的系统建模

4.1.1 性能指标

众所周知,在轮胎跳动频率为 $\omega_{1i} = \sqrt{k_{ti}/m_{ui}}$, $i=f, r$ 时,垂向、俯仰和侧倾加速度传递函数具有恒定点。从控制设计的角度出发,这意味着从路面干扰到垂向运动的传递函数在 ω_{1i} 处为0。以此类推,在 $\omega_{2i} = \sqrt{k_{ti}/(m_{ui} + m_s)}$ 时,悬架挠度的传递函数也具有恒定点。这意味着从干扰到悬架挠度的传递函数在 ω_{2i} 处为0。图4.1展示了垂向、俯仰、侧倾加速度以及悬架挠度对于控制力的频率响应。在乘客舒适度与悬架挠度之间的必要取舍是因为无法在轮胎跳动频率附近与低频区域内保证上述两个传递函数同时取得较小值。在低频区域以及轮胎跳动频率周围小幅减小垂向加速度、俯仰与侧倾加速度,将会大幅增加在这些频域内的悬架伸缩量,反之亦然。

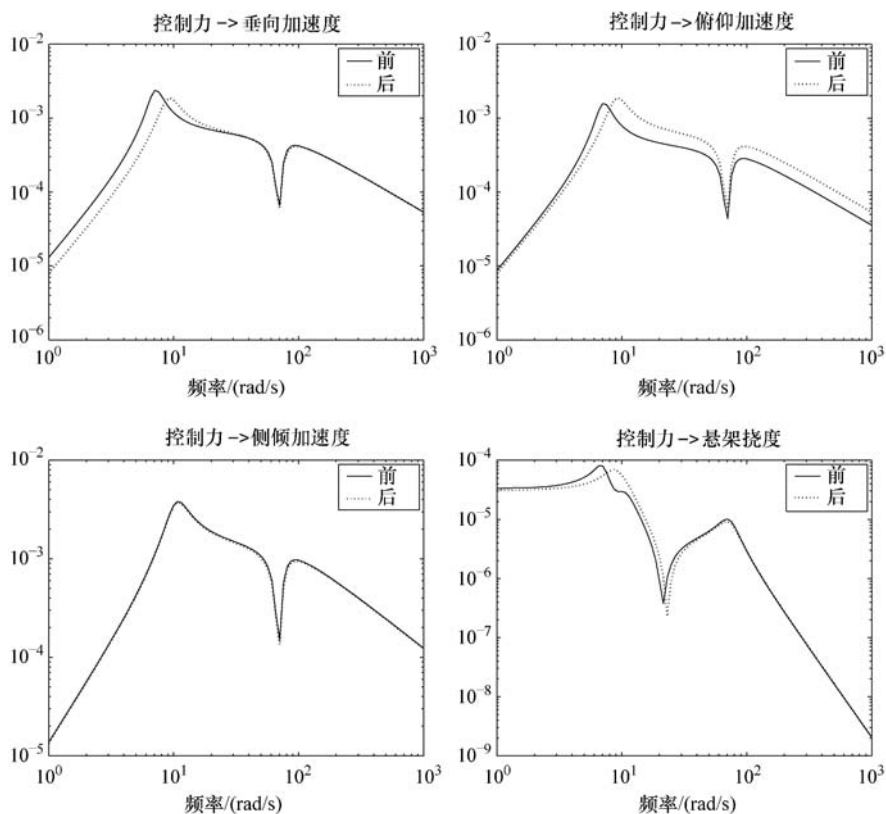


图4.1 全车模型中对于控制力的频率响应

4.1.2 控制系统设计中的加权函数

关于性能参数 W_p 的加权函数包含了若干个性能参数的权重。加权函数 $W_{p,az}$ 、 $W_{p\theta}$ 与 $W_{p\Phi}$ 的目标,是在理想的频率区间内,令垂向、俯仰与侧倾加速度保持在较小的水平。而加权函数 $W_{p,sd}$ 与 $W_{p,td}$ 的目标是令悬架与轮胎挠度尽可能小。与此同时,控制力的大小则受到加权函数 $W_{p,us}$ 的约束。其中,车身垂向加速度的加权函数可以通过以下公式表述:

$$W_{p,az} = 0.5 \frac{\frac{s}{350} + 1}{\frac{s}{10} + 1} \quad (4.1)$$

在设计中,垂向、俯仰以及侧倾加速度选用同样的权重,即 $W_{p,az} = W_{p\theta} = W_{p\Phi}$ 。悬架与轮胎挠度的加权函数如下:

$$W_{p,sd} = \frac{\frac{s}{350} + 1}{\frac{s}{10} + 1} \quad (4.2)$$

$$W_{p,td} = 1 \quad (4.3)$$

前后悬架也采用相同的性能权重。假设,在低频域内,车身的垂向、俯仰与侧倾加速度扰动的权重因数不能为 0.5,而悬架与轮胎挠度的权重因数不能为 1。加权函数如图 4.2 所示,控制力的加权函数因数为 $W_{p,us} = 4 \times 10^{-3}$ 。而干扰的加权函数要与路面干扰的幅值成一定比例关系,也就是说假设路面干扰的最大幅值为 10cm,

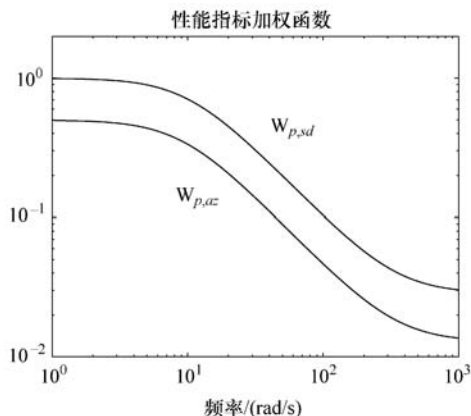


图 4.2 性能指标的加权函数

则选 $W_w = 0.1$ 。对于传感器噪声所选择的加权函数为 $W_n = 0.001$,因此,在左右两侧的车身前部与后部的加速度传感器噪声在整个频域内均被假设为 0.001m/s^2 。

为了保证在乘客舒适性与悬架挠度之间的平衡,LPV 架构可被用于解决这一问题。增益 ϕ_{az} 与 ϕ_{sd} 分别反映加速度与悬架挠度增益间的相对重要性,并被应

用于加权函数中。

$$W_{p,az}(\rho_k) = \phi_{az}(\rho_k) \times 0.5 \frac{\frac{s}{350} + 1}{\frac{s}{10} + 1} \quad (4.4)$$

$$W_{p,sd}(\rho_k) = \phi_{sd}(\rho_k) \times \frac{\frac{s}{350} + 1}{\frac{s}{10} + 1} \quad (4.5)$$

数值较大的 ϕ_{az} 与数值较小的 ϕ_{sd} 反映了更注重乘客舒适性的设计。反之, 较小的 ϕ_{az} 与较大的 ϕ_{sd} 反映了注重悬架伸缩范围的设计。在 LPV 控制器中, ρ_k 为簧上与簧下质量之间的相对位移, 即 $\rho_k = x_1 - x_2$ 。 ρ_k 的作用在于以悬架垂向伸缩量的幅度变化为依据, 最小化垂向加速度或者悬架伸缩量的响应。为了实现设计重心在垂向加速度到悬架伸缩量间转移, 权重因数需要与一些参数关联, 比如 ϕ_{az} 与 ϕ_{sd} , 也就是说它们是 ρ_k 的函数。

参数依赖的增益 ϕ_{az} 与 ϕ_{sd} , 能够反映加速度与挠度响应之间的相对重要性。在 ρ_k 较小时, 也就是当悬架伸缩量远低于极限值时, $\phi_{az}(\rho_k)$ 较大而 $\phi_{sd}(\rho_k)$ 较小。这意味着 LPV 控制器需要注重加速度的最小化, 而不需要考虑悬架伸缩量。反之, 在 ρ_k 趋近于其极限值的时候, $\phi_{sd}(\rho_k)$ 较大而 $\phi_{az}(\rho_k)$ 较小, 表明控制器需要避免悬架伸缩量达到极限。两个增益的参数依赖可通过常数 ρ_1 与 ρ_2 描述。相比于公式 (4.4) 得出的常数 ϕ_{az} 与 ϕ_{sd} , 参数依赖的增益通过如下方式选取:

$$\phi_{az}(\rho_k) = \begin{cases} 1 & \text{若 } |\rho_k| < \rho_1 \\ \frac{1}{\rho_1 - \rho_2} (|\rho_k| - \rho_2) & \text{若 } \rho_1 \leq |\rho_k| \leq \rho_2 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (4.6)$$

$$\phi_{sd}(\rho_k) = \begin{cases} 0 & \text{若 } |\rho_k| < \rho_1 \\ \frac{1}{\rho_2 - \rho_1} (|\rho_k| - \rho_1) & \text{若 } \rho_1 \leq |\rho_k| \leq \rho_2 \\ 1 & \text{否则} \end{cases} \quad (4.7)$$

对于这些增益值，与相对位移有关的调度变量用来确保在乘客舒适度与悬架挠度之间的平衡。参数依赖的增益展示于图 4.3 中。此处， ρ_1 与 ρ_2 分别设为 0.05 和 0.07，这对应了 LPV 控制器在悬架行程为 5cm 之内时仅仅最小化垂向加速度，而悬架行程超过 5cm 时控制器开始将重心向悬架挠度转移。而行程超过 7cm 时，LPV 控制器仅最小化悬架伸缩量。

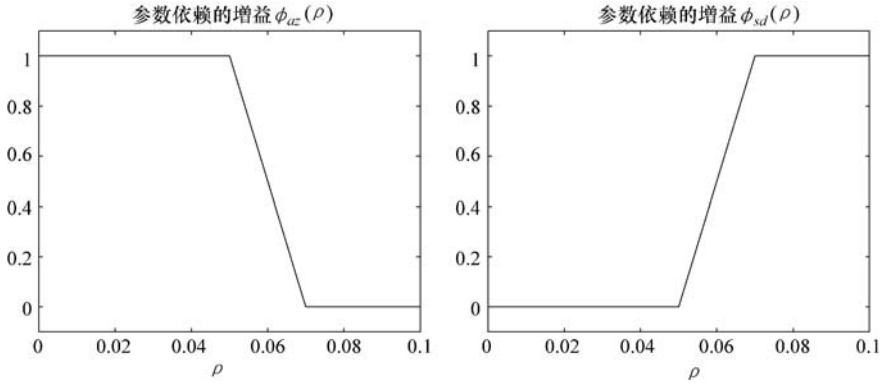


图 4.3 性能指标中的参数依赖增益

4.2 考虑不确定性影响的垂向动力学建模

4.2.1 参数不确定性

本部分内容介绍了车辆垂向动力学中不确定部分的建模。假设某些参数为不确定值，并包含一个标称值和一个可能的变化范围，如 $m_s = \bar{m}_s (1 + d_{ms} \delta_{ms})$ ， $k_i = \bar{k}_i (1 + d_{ki} \delta_{ki})$ ， $b_j = \bar{b}_j (1 + d_{bj} \delta_{bj})$ ，其中 d_{ms} 、 d_{ki} 、 d_{bj} 为标量，且 $-1 \leq \delta_{ms}$ ， δ_{ki} ， $\delta_{bj} \leq 1$ ， $i \in (sf, sr, tf, tr)$ 以及 $j \in (sf, sr)$ 。标量 d 描述了一个特定参数在标称值上下变化的百分比。参数 δ 在 $[-1, 1]$ 区间的变化决定着实际参数的变化。所有的不确定性因素改写为线性分式变换 (LFT) 的形式。参数 m_s 作为分母出现在悬架动力学的微分方程中，而其他不确定性因素，比如 k_i 与 b_j 则作为分子。它们的 LFT 表达式为

$$\frac{1}{m_s} = \frac{1}{\bar{m}_s} - \frac{d_{ms}}{\bar{m}_s} \delta_{ms} (1 + d_{ms} \delta_{ms})^{-1} = \mathcal{F}_l \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{m}_s} & -\frac{d_{ms}}{\bar{m}_s} \\ 1 & -d_{ms} \end{bmatrix}, \delta_{ms} \right) = \mathcal{F}_l(M_{ms}, \delta_{ms}) \quad (4.8)$$

$$k_i = \bar{k}_i + \bar{k}_i d_{ki} \delta_{ki} = \mathcal{F}_l \left(\begin{bmatrix} \bar{k}_i & 1 \\ d_{ki} \bar{k}_i & 0 \end{bmatrix}, \delta_{ki} \right) = \mathcal{F}_l(M_{ki}, \delta_{ki}), i \in (sf, sr, tf, tr) \quad (4.9)$$

$$b_j = \bar{b}_j + \bar{b}_j d_{bj} \delta_{bj} = \mathcal{F}_l \left(\begin{bmatrix} \bar{b}_j & 1 \\ d_{bj} \bar{b}_j & 0 \end{bmatrix}, \delta_{bj} \right) = \mathcal{F}_l(M_{bj}, \delta_{bj}), j \in (sf, sr) \quad (4.10)$$

参数 δ 的不确定性模块必须从运动方程中分离。因此让 δ_{ms} 的输入与输出分别为 y_{ms} 与 u_{ms} ，并且 δ_{bj} 的输入与输出为 y_{bj} 与 u_{bj} 。不确定性参数的 LFT 结构如图 4.4 所示。 M_{ms} 、 M_{ki} 和 M_{bj} 的输出分别表示为如下形式：

$$\tilde{y}_{ms} = \frac{1}{m_s} (\tilde{u}_{ms} - d_{ms} u_{ms})$$

$$\tilde{y}_{ki} = \tilde{k}_i \tilde{u}_{ki} + u_{ki}$$

$$\tilde{y}_{bj} = \tilde{b}_j \tilde{u}_{bj} + u_{bj}$$

悬架与轮胎的刚度存在于微分方程中。在一些例子中，不确定的参数能通过重复的标量模块来表示。这意味着不同的不确定性参数必须由相同的不确定性系数 (d , δ) 处理。这些标量模块的输入与输出必须用上标予以区分。定义 y_{ki}^k 与 u_{ki}^k 作为 δ_{bj} 的输入与输出。基于上述不确定性部分的公式，可通过全车运动公式进一步描述，如：

$$\frac{1}{m_s} \alpha = \frac{1}{m_s} (\alpha - d_{ms} u_{ms}) \quad (4.11)$$

$$k_i^k (-x_{1i} + x_{2i}) = \bar{k}_i^k (-x_{1i} + x_{2i}) + u_{ki}^k \quad (4.12)$$

$$b_j^k (-\dot{x}_{1j} + \dot{x}_{2j}) = \bar{b}_j^k (-\dot{x}_{1j} + \dot{x}_{2j}) + u_{bj}^k \quad (4.13)$$

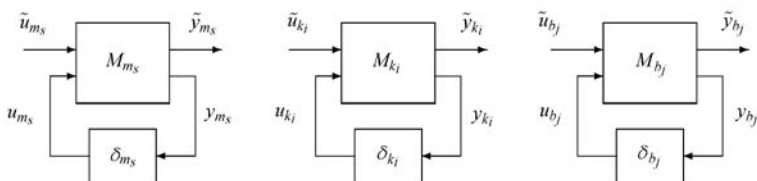


图 4.4 不确定性参数的 LFT 结构

当 $i \in (sf, sr, tf, tr)$, $j \in (sf, sr)$ 以及

$$\alpha = [k_{sf}(-x_{1fl} - x_{1fr} + x_{2fl} + x_{2fr}) + k_{sr}(-x_{1rl} - x_{1rr} + x_{2rl} + x_{2rr}) + b_{sf}(-\dot{x}_{1fl} - \dot{x}_{1fr} + \dot{x}_{2fl} + \dot{x}_{2fr}) + b_{sr}(-\dot{x}_{1rl} - \dot{x}_{1rr} + \dot{x}_{2rl} + \dot{x}_{2rr}) -$$

$$f_{fl} - f_{fr} - f_{rl} - f_{rr}]$$

由于考虑了参数的不确定性问题,使得整车模型的运动方程可整理为

$$M_s \ddot{q} = LB_s(\dot{x}_u - \dot{x}_s) + LK_s(x_u - x_s) - Lf + F_1 u_\delta \quad (4.14)$$

$$M_u \ddot{x}_u = B_s(\dot{x}_s - \dot{x}_u) + K_s(x_s - x_u) + K_t(w - x_u) + f + F_2 u_\delta \quad (4.15)$$

其中,我们分别得到 $u_\delta = [u_{ms} \quad u_{ks} \quad u_{kt}]^T$, $u_{ks} = [u_{ksf}^1 \quad u_{ksf}^2 \quad u_{ksr}^1 \quad u_{ksr}^2 \quad u_{bsr}^1 \quad u_{bsr}^2]^T$,

$$u_{kt} = [u_{ktf}^1 \quad u_{ktf}^2 \quad u_{ktr}^1 \quad u_{ktr}^2]^T \text{ 以及 } F_1 = \begin{bmatrix} -d_{ms} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L & 0 \end{bmatrix}, F_2 = [0 \quad I \quad I]。$$

使 $z = [q^T \quad x_u^T]^T$, 运动方程为

$$M \ddot{z} + B \dot{z} + Kz = Fu_\delta + K_r w + L_a f \quad (4.16)$$

且 $F = [F_1 \quad F_2]^T$ 。

不确定的整车模型状态空间表达式为

$$\dot{x} = Ax + B_1 \tilde{w} + B_2 u \quad (4.17)$$

其中, $\tilde{w} = [u_\delta^T \quad w^T]$, $u = f$ 以及

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M^{-1}F & -M^{-1}K_r \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}L_a \end{bmatrix}。$$

4.2.2 加权函数

在控制设计中,假定 m_s 的不确定度为 20%, k_{sf} 、 k_{sr} 、 b_{sf} 与 b_{sr} 的不确定度为 15%, 而 k_{fr} 和 k_{tr} 的不确定度为 25%。在控制设计的准备工作中,还需要选择不确定度的加权函数 W_r 。在复合 μ 综合中,不确定性被模拟为一个在设备输入端具有乘法不确定性的复杂的完整模块,则未建模动态的权重函数为

$$W_{r,comp} = 0.35 \frac{\frac{s}{40} + 1}{\frac{s}{200} + 1} \quad (4.18)$$

图 4.5 展示了非结构模型的加权函数。这意味着在低频域时,不确定度大约在 35%,而在较高频域时高达 100%。混合的不确定度被应用于混合 μ 综合中,也就是说模型与被控对象之间的模型不确定性信息必须在控制设计中予以考虑,并且未建模动态的成分必须缩减。不确定度结构包含一个完整的实际不确定性模块,它表示被忽略的执行器动态特性,同时也包含一个实际不确定度模块,它们来自标称参数的变化。因此,可以选择比前一种例子中更小的加权函数。这意味着在低频,建模误差约为 5%,而在高频则高达 100%。

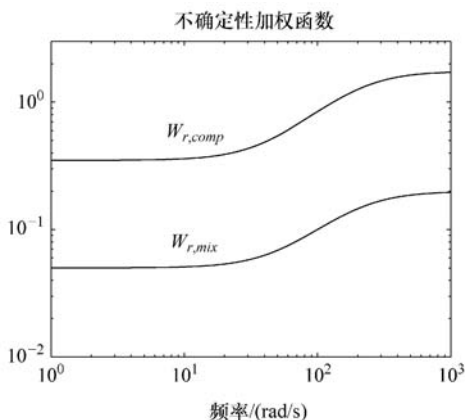


图 4.5 非结构模型不确定性的加权函数

$$W_{r,mix} = 0.05 \frac{\frac{s}{50} + 1}{\frac{s}{200} + 1} \quad (4.19)$$

一个系统中，如果机械部分的参数不确定性是已知的，未建模动态的不确定性就有可能降低，那么模型与设备间的未建模动态的成分被降低，并且不确定性加权函数也减小。在混合 μ 综合例子中，实际参数不确定度信息可用于控制系统设计中。与其他鲁棒控制设计方法相比，这种方法能够得到一个不那么保守的补偿器。

4.3 基于 H_∞ 控制的主动悬架设计

针对线性模型进行的主动悬架设计需要基于 H_∞ 方法来实现。需要考虑的性能指标包括簧上质量加速度、侧倾与俯仰角加速度、悬架挠度、轮胎变形以及控制力，如图 4.6 所示。

$$z = [a_z \quad a_\theta \quad a_\phi \quad z_{sd} \quad z_{td} \quad u_s]^T \quad (4.20)$$

应用加权函数的目的是为了将车辆的垂向、侧倾及俯仰加速度、悬架挠度以及轮胎变形在目标频率范围内保持较小的水平，同时最小化控制输入以避免执行器饱和。由于在不同性能指标之间需要进行一定的取舍，加权函数需要在频域内选取。各种性能指标，比如加速度、悬架挠度和轮胎变形，可以通过下列公式表达：

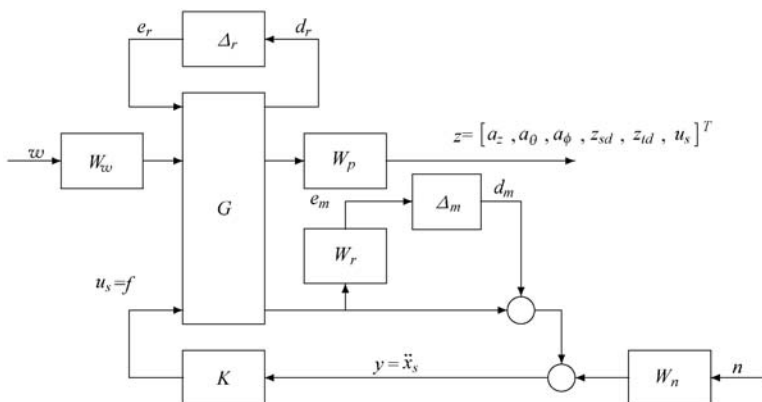


图 4.6 H_∞ 方法中的闭环互联结构

$$W_{p,az} = W_{p,\theta} = W_{p,\phi} = 0.5 \frac{\frac{s}{350} + 1}{\frac{s}{10} + 1} \quad (4.21)$$

$$W_{p,sd} = \frac{\frac{s}{350} + 1}{\frac{s}{10} + 1} \quad (4.22)$$

$$W_{p,td} = 1 \quad (4.23)$$

性能指标的加权函数如图 4.2 所示。而其加权函数，如对于控制力 $W_{p,us} = 4 \times 10^{-3}$ ，对于路面干扰 $w_w = 0.1$ ，并且对于传感器噪声 $W_n = 0.001$ ，与 4.1 节相同。在控制设计中，假设质量 m_s 的不确定度为 20%， k_{sf} 、 k_{sr} 、 b_{sf} 、 b_{sr} 均具有 15% 的不确定度， k_{yf} 和 k_{lr} 的不确定度为 25%，而为建模选择的动态的加权函数为如下形式，并给出在图 4.5 中：

$$W_{r,mix} = 0.05 \frac{\frac{s}{50} + 1}{\frac{s}{200} + 1} \quad (4.24)$$

对于不确定性的建模可以参考 4.2 节。

在复杂 μ 综合的例子中, 未建模动态的加权函数为

$$W_{r,comp} = 0.35 \frac{\frac{s}{40} + 1}{\frac{s}{200} + 1} \quad (4.25)$$

在复合 μ 综合的例子中, 其中模型不确定性用全标度模块或标量复合模块处理。必须假定不确定度大于混合 μ 综合中的不确定度, 否则所设计的补偿器可能不能抵御不确定性的影响。

设计程序中使用的标称参数见表 2.1。在复合 μ 综合的例子中, 通过使用 $D-K$ 迭代来完成控制器设计工作。表 4.1 列出了迭代步骤的重要值。作为步骤 3 的结果, 补偿器阶次为 77, 并且能实现所有标称性能、鲁棒稳定性以及鲁棒性。在混合 μ 综合的例子中, 通过使用 $D-G-K$ 迭代方法来进行控制器设计。表 4.2 显示了迭代步骤的值。

表 4.1 $D-K$ 迭代总结

迭代	#1	#2	#3
控制器阶次	29	37	77
D 阶次	0	8	48
γ 实现	13.281	2.443	0.996
μ 的峰值	3.935	1.039	0.842

表 4.2 $D, G-K$ 迭代总结

迭代	#1	#2	#3
控制器阶次	29	109	123
D 阶次	0	80	74
G 阶次	0	0	20
γ 实现	7661.89	3.929	1.233
μ 的峰值	9.788	1.248	0.979

通过步骤 3, 补偿器阶次为 123, 并且能实现所有标称性能、鲁棒稳定性以及鲁棒性。混合 H_∞ 综合的缺点是通常需要更高阶次的控制器。通过使用模型缩减方法可以有效地降低控制器的阶次, 但这往往导致控制系统的性能下降。汉克尔模型简化法已经应用于控制器设计中, 参见 Anderson 和 Liu (1989)。如控制器的阶次为 30, 则图 4.7 中 μ 测试的结果表明, 可以实现鲁棒性。因此, 该控制器在考虑了参数不确定性因素的同时, 也确保了鲁棒稳定性和鲁棒性。

簧上质量加速度和悬架挠度的频域响应如图 4.8 所示。实线对应于混合 μ 综

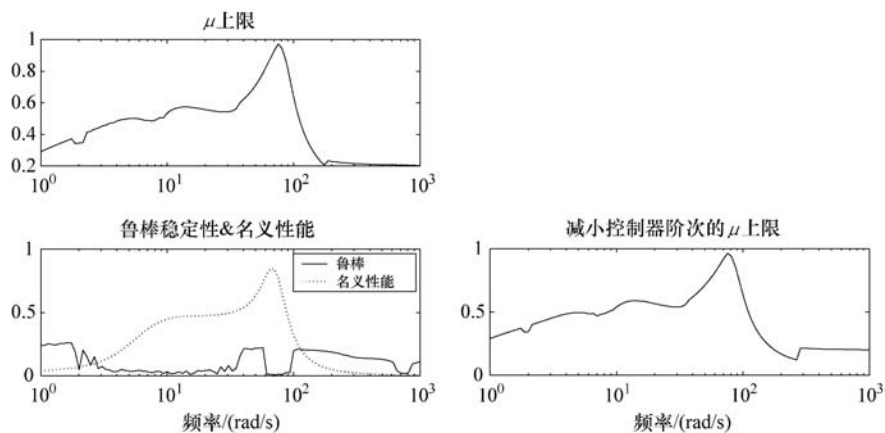


图 4.7 针对鲁棒性能的 μ 测试结果

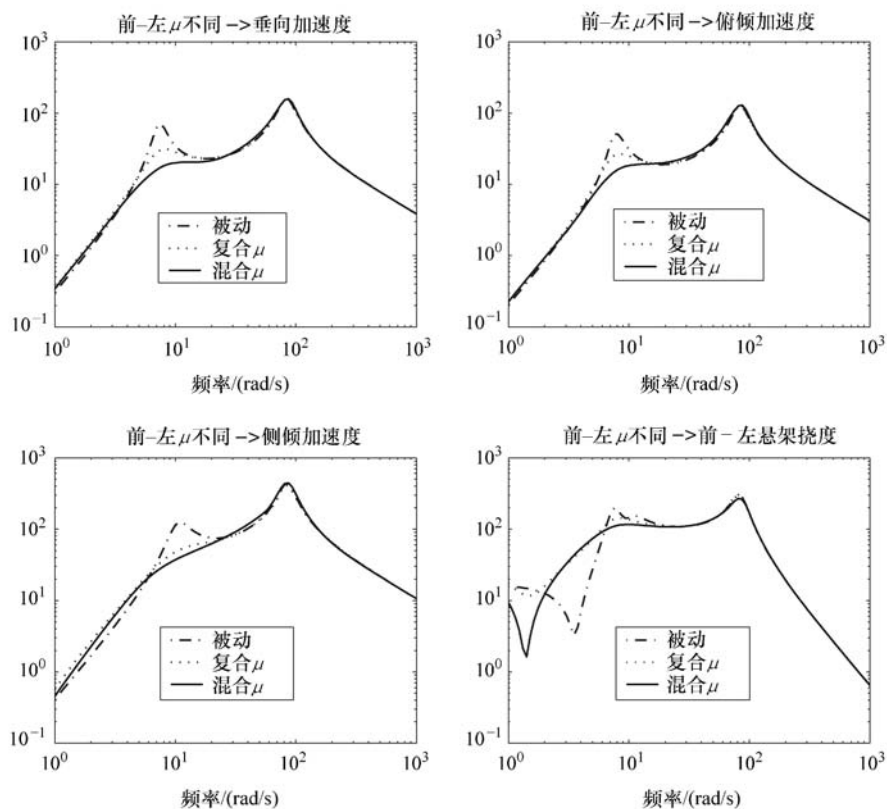


图 4.8 基于 H_{∞} 方法的控制系统频域响应

合,虚线对应于复合 μ 综合,点画线对应于被动系统。我们可以观察到低频范围内垂向、俯仰和侧倾加速度的减小。在复合 μ 设计中,对应于车身质量的本征频率的第一幅度峰值较大,并且在混合 μ 设计中几乎消失。加速度响应接近轮胎临界频率附近的被动响应,这是由于轮胎频率是一个不变点,因此在这点上响应的幅值不能通过反馈来减小。

干扰对加速度、悬架偏移和控制力的影响在图4.9的时域结果中进行了说明。在这个例子中,输入模拟为5cm高的脉冲信号。干扰对簧上质量加速度的影响被看作是在复合 μ 控制的情况下持续时间较长的大幅度振荡。混合 μ 控制在振荡的值和持续时间方面表现出更好的性能。由于乘客舒适度和悬架挠度之间性能的取舍,受控情况下扰动对悬架挠度的影响大于被动情况。在混合 μ 情况下,悬架挠度在短时间内达到其稳态值。就控制力而言,混合 μ 控制需要最大的输入力,但是它可在没有任何振荡的情况下达到其稳态值。

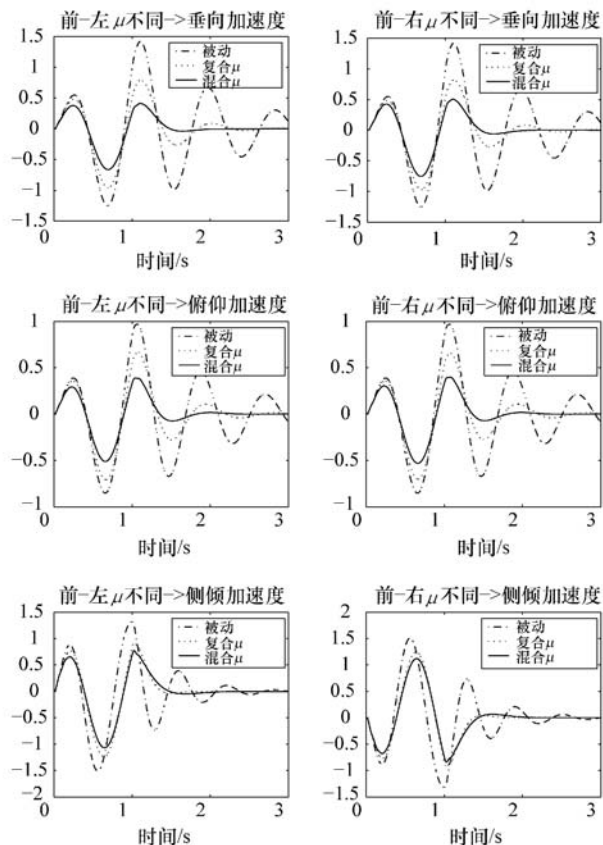


图4.9 基于 H_{∞} 方法的系统对阶跃函数的时间响应

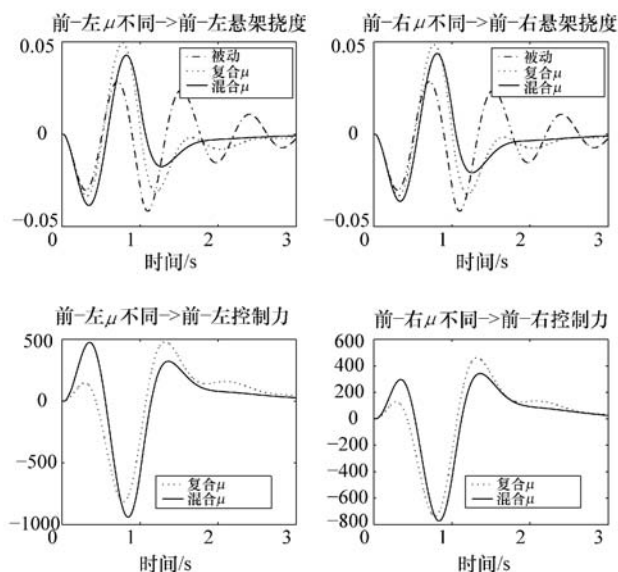


图 4.9 基于 H_∞ 方法的系统对阶跃函数的时间响应 (续)

4.4 基于线性变参数控制的主动悬架设计

在本节中, 主动悬架的设计基于非线性模型展开, 即模型包含悬架部件的非线性行为和执行器的动力学行为。其目的是设计一种基于 LPV 方法的主动悬架系统。在 LPV 模型中, 选择三个参数, 这些参数与执行器的相对位移、相对速度和负载压力相关联: $\rho = [\rho_{ks} \quad \rho_b \quad \rho_Q]^T$ 。

该控制设计为闭环互联结构, 其测量信号为悬架挠度。所选取的性能参数为簧上质量加速度、悬架挠度、轮胎变形以及控制力。

$$z = [a_z \quad z_{sd} \quad z_{td} \quad u_s]^T \quad (4.26)$$

该增广模型包含了参数相关的车辆动态以及加权函数, 并且按照如下形式进行定义:

$$\begin{bmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} = P(\rho) \begin{bmatrix} \tilde{w} \\ u \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

其中, $\tilde{w} = [d_m \quad w \quad n]^T$, $\tilde{z} = [e_m \quad z]^T$ 。在 LPV 模型中, ρ 表示调度变量。闭环系统 $M_r(\rho)$ 可以通过 LFT 结构给出。

$$M(\rho) = \mathcal{F}_\Delta(P(\rho), K(\rho)) \quad (4.28)$$

其中, $K(\rho)$ 也与调度变量 ρ 相关。该控制设计的目标是在零初始条件下, 尽可能降低 LPV 系统 $M(\rho)$ 中的诱导 $\mathcal{L}_2$ 范数, 如下所示:

$$\|M(\rho)\|_{\infty} = \sup_{\rho \in \mathcal{P}} \sup_{\|\tilde{w}\|_2 \neq 0, \tilde{w} \in \mathcal{L}_2} \frac{\|\tilde{z}\|_2}{\|\tilde{w}\|_2} \quad (4.29)$$

关于性能参数的加权函数可以通过下列公式表达:

$$W_{p,az} = \phi_{az}(\rho_k) \cdot \frac{0.5\left(\frac{s}{350} + 1\right)}{\frac{s}{10} + 1} \quad (4.30)$$

$$W_{p,sd} = \phi_{sd}(\rho_k) \cdot \frac{\frac{s}{350} + 1}{\frac{s}{10} + 1} \quad (4.31)$$

$$W_{p,td} = 1 \quad (4.32)$$

其中, $\rho_k = x_2 - x_1$ 为簧上与簧下质量之间的相对距离。在此处, 增益 $\phi_{az}(\rho_k)$ 与 $\phi_{sd}(\rho_k)$ 是参数依赖的。该增益选择的过程在 4.1 节中进行了描述, 参见图 4.3。

$$\Phi_{az}(\rho_k) = \begin{cases} 1 & \text{若 } |\rho_k| < \rho_1 \\ \frac{1}{\rho_1 - \rho_2} (|\rho_k| - \rho_2) & \text{若 } \rho_1 \leq |\rho_k| \leq \rho_2 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (4.33)$$

$$\Phi_{sd}(\rho_k) = \begin{cases} 0 & \text{若 } |\rho_k| < \rho_1 \\ \frac{1}{\rho_2 - \rho_1} (|\rho_k| - \rho_1) & \text{若 } \rho_1 \leq |\rho_k| \leq \rho_2 \\ 1 & \text{否则} \end{cases} \quad (4.34)$$

该悬架控制器设计目的是根据悬架挠度变化的幅度来满足不同的性能指标。在悬架挠度较小时, 控制器应专注于乘客的舒适度。而在接近挠度界限时, 控制器需要专注于防止挠度超过界限。针对控制力、路面干扰以及传感器噪声所选取的加权函数如 4.1 节所述, 分别为 $W_{p,us} = 4 \times 10^{-3}$, $W_w = 0.1$, $W_n = 0.001$ 。不确定性也需要作为未建模动态考虑在控制设计模型中。针对未建模动态的加权函数为

$$W_r = 0.35 \frac{\frac{s}{40} + 1}{\frac{s}{200} + 1} \quad (4.35)$$

在 LPV 控制的设计中, 使用三个信号来计算调度向量中的参数 $\rho =$

$[\rho_k \ \rho_{ks} \ \rho_b \ \rho_Q]^T$ 。参数 ρ_k 为相对位移,然后计算 ρ_k 的平方,写为 ρ_{ks} 。参数 ρ_b 取决于相对速度的符号。实际上,相对位移是一个测量信号。相对速度通常由相对位移的数值微分决定。参数 ρ_Q 与执行机构的负载压力相关,并假设可直接由公式(2.57)计算获得。对于互联结构,通过每个调度变量的六个值来对LPV控制器进行综合。与系统性能和鲁棒特性相关的加权函数在所有网格点中都进行了定义。基于鲁棒性要求的考虑,将相同的频率加权函数应用于整个参数空间中,并且忽略调度变量的影响。这是一个合理的工程假设,因为未建模动态并不依赖于前进速度。请注意,虽然加权函数在频域中表现为上述公式的形式,但它们的状态空间表示形式也可应用于加权策略和控制设计中。

四分之一车辆模型的标称参数请见表2.3。在第一个示例中,对LPV控制器进行了分析,其中考虑了最小化垂向加速度和悬架挠度之间的平衡。受控系统通过使用不同高度的障碍块(即3cm, 5cm, 8cm和10cm)进行测试。图4.10显示了垂向加速度、悬架挠度、轮胎挠度和控制力的时域响应。

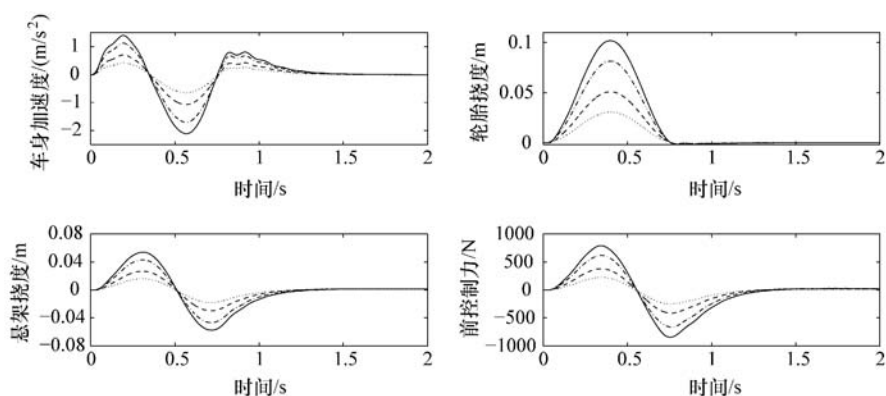


图4.10 受控系统使用LPV控制器对不同颠簸路面干扰的时域响应

在第二个例子中,运用了三种不同的方法进行了LPV系统综合。它们在所用的权重策略上有所不同。在第一种情况下,控制设计的重点是乘客舒适度,即 $\phi_{az}=1$ 为常数。在第二种情况下,焦点是悬架挠度,即 $\phi_{sd}=1$ 为常数。最后,在第三种情况下,同时调整 ϕ_{az} 和 ϕ_{sd} ,即如果它们中的任何一个减少,另一个就增加,反之亦然。通过这种方式,第三种解决方案保证了乘客舒适度与悬架挠度之间的平衡。

受控系统使用8cm高的障碍块进行测试。图4.11描述了垂向加速度、悬架挠度、轮胎挠度和控制力的时域响应。实线对应于LPV系统综合,其中实现了垂向加速度和悬架挠度之间的平衡。虚线表示控制设计仅关注垂向加速度的最小

的结果，而点画线表示仅最小悬架挠度的情况。

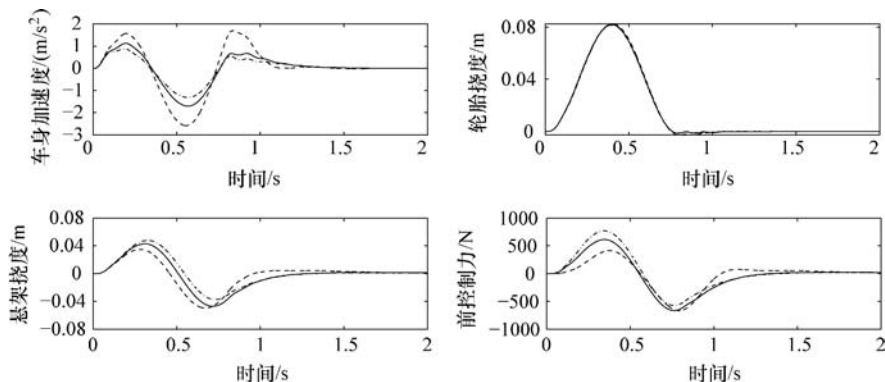


图 4.11 受控系统使用 LPV 控制器对同一颠簸路面干扰的时域响应

在考虑不同优化目标之间平衡的基于 LPV 的受控系统中，可认为簧上质量加速度和悬架挠度间对扰动的影响是持续时间较短的以及振荡相对较小的。当悬架挠度小于 5cm 时，控制系统仅使垂向加速度最小。当挠度大于 5cm 时，控制系统逐渐开始偏向悬架挠度。超过 8cm，控制系统只能使悬架挠度最小。在仅考虑车身加速度的 LPV 控制的情况下，扰动对悬架挠度的影响会产生比工作空间的物理极限更大的值。在仅使悬架挠度最小化的 LPV 控制的情况下，扰动对簧上质量加速度的影响被视为是一种具有较长持续时间的大振荡。

在实际中，半主动悬架系统得到了广泛应用，请着重参见 Savaresi 等人 (2010)，Poussot - Vassal 等人 (2008 年，2011 年) 的关于半主动悬架分析和控制的书籍。

4.5 主动悬架系统的分层控制设计

在悬架设计中，高度非线性的执行器可以认为是对于给定悬架控制力的一种非线性动力学跟踪问题，参见 Alleyne 和 Hedrick (1995)，Alleyne 和 Liu (2000)，Zhang 和 Alleyne (2002)。在这些方案中，控制回路中引入的附加延迟可能会导致严重的性能下降。针对这个问题，Du 和 Zhang (2007) 提出了鲁棒状态反馈解决方案，并且 Briat 等人提出了一种输出反馈解决方案 (2009 年)。

Fialho 和 Balas (2002) 提出另一种方法，将通过液压活塞的压力的线性方程式添加到四分之一车辆模型中，将分层移动到执行器中。执行器的其余部分，即阀的动态方程，通过一个假想输入与该系统相关，该假想输入作为一个稳态表达式包含了执行器的所有非线性部分。通过引入预定的性能权重，两模型均为线

性时不变,至此,整体系统变为一个 LPV 问题。与 Gáspár 等人 (2003b) 的双层方案相比,提出了一个 LPV 四分之一车辆模型和一个液压执行器的联合方案,并且,所有非线性问题可通过使用单一 LPV 模型中的某些调度变量来解决。

国际上,集成车辆控制是未来车辆控制技术的重要问题。集成控制的方法论是整合和监督所有影响车辆动态响应的可控子系统,以确保整体性能。解决方案之一可以通过假设更复杂的建模技术,即全车模型,来集成各子系统的控制逻辑。

但是由于控制问题复杂性的增加,Gáspár 等人 (2003b) 采用的方法不能直接应用于整车模型。本文针对包含非线性悬架部件和执行器动力学的集成式主动悬架系统,提出了一种双层控制器的设计方案,并将 LPV 设计用于主动悬架控制设计之中。

包括悬架动力学的整车 LPV 模型用于上层控制器的设计中,其中,乘客舒适度、抓地力和轮胎挠度作为性能输出,而控制力作为控制的输入。并且在这一步中,还考虑了模型的不确定性。采用加权策略来满足性能指标,即乘客舒适度和抓地力,保证在彼此冲突的性能间达到平衡,并同时考虑模型的不确定性。

所设计的控制力必须由液压执行器产生。通过设置执行机构的阀门,由下层控制器来跟踪所需的力。一种基于反推的非线性方法被用来设计下层控制器。该方法探讨了经典非线性控制技术在主动悬架的执行器子系统的输出跟踪控制中应用的可能性。

本文提出的双层方法的优点为执行器动力学和悬架动力学分别在两个独立的控制设计步骤中处理。所提出的分层结构满足底盘和执行器这两个不同子系统的直观结构,同时将问题的复杂度控制在合理范围内。与 Fialho 和 Balas (2002) 相比,这种方法允许模块化设计 - 执行器的变化不会影响上层设计。

4.5.1 执行器的动力学建模

由上层控制器计算得到的所需的力必须由下层控制器通过设置执行器的阀门来跟踪。为了在全局上对所实现的控制配置进行测试,必须要从整体上全局考虑问题。但即使是非全局控制器,原则上可以在全局内,在同一个鲁棒的控制框架中执行分析步骤,详情参见 Langbort 等人 (2004)。然而这可能是一个不可靠且计算量巨大的过程。因此这一步会被省略,实际上整个控制方案的优劣会通过模拟实验来进行评估。

由上层控制器设计的控制力是理想情况下车辆所需的力。通过设置相应执行机构的阀门,这些所需的力必须由下层控制器来跟踪。为悬架系统提供力的液压执行机构是一个四通阀活塞系统。在本文中,使用了电液执行器的非线性模型,例如 Alleyne 和 Hedrick (1995), Fialho 和 Balas (2002), Merritt (1967)。

执行机构的力用以下方式表示：

$$f_{ij} = A_p P_{Lij} \quad (4.36)$$

式中, A_p 是活塞的面积; P_{Lij} ($i \in f, r, j \in l, r$) 是活塞压降, Merritt (1967)。 P_{Lij} 的导数由下式给出：

$$\dot{P}_{Lij} = -\beta P_{Lij} + \alpha A_p z_{ij} + \gamma Q_{ij} \quad (4.37)$$

式中, Q_{ij} 是液压负载流量; $z_{ij} = \dot{x}_{2ij} - \dot{x}_{1ij}$, 是阻尼器速度; α 、 β 、 γ 是常数。液压负荷流量可用式 (2.57) 表示。

滑阀的位移由伺服阀输入 u_{ij} 进行控制：

$$\dot{x}_{vij} = \frac{1}{\tau_{ij}} (-x_{vij} + u_{ij}) \quad (4.38)$$

式中, τ_{ij} 为时间常数。

每一个执行器模型都是基于一个用来设计下层控制器的通用模型写成的。

$$\dot{\xi}_1 = -\beta \xi_1 + \gamma Q_0 (\xi_1, \xi_2) \xi_2 + \alpha A_p z \quad (4.39)$$

$$\dot{\xi}_2 = -\frac{1}{\tau} \xi_2 + \frac{1}{\tau} u \quad (4.40)$$

含有 ξ_1 和 ξ_2 的第 ij 个执行器分别表示为 P_{Lij} 和 x_{vij} , 而 $Q_0 = Q_{0ij}$, $z = z_{ij}$, $\tau = \tau_{ij}$ 。

假定所需力的参考量 (为 ξ_1 的线性函数) 由 LPV 控制器给出。我们的目标是在考虑执行器动态特性的情况下渐近地跟踪这个参考量。由于执行器子系统和悬架子系统形成了非线性的 LPV 系统的级联, 所以反步法或基于执行器动态的精确线性化方法是完成我们控制目标的合适选择。为了完整起见, 下面将介绍这两种方法。

备注 4.1 注意, 执行器层的控制设计也可以使用 LPV 方法执行。为了降低控制设计的复杂性, 将执行机构的动态特性建立在四分之一车辆模型中, 如图 2.9 所示。四分之一车辆模型的方程为

$$m_s \ddot{x}_1 = F_{kf} + F_{bf} - f_f \quad (4.41)$$

$$m_u \ddot{x}_2 = -F_{kf} - F_{bf} - F_{tf} + f_f \quad (4.42)$$

$$\dot{P}_L = -\beta P_L + \alpha A_p (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \gamma Q \quad (4.43)$$

$$\dot{x}_v = -\frac{1}{\tau} x_v + \frac{1}{\tau} u \quad (4.44)$$

其中, $f_f = A_p P_L$, $Q = \text{sgn}(P_s - \text{sgn}(x_v) P_L) Q_0 x_v$ 。

垂向动力学的状态空间表示为

$$\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u \quad (4.45)$$

状态向量的分量是簧上质量 x_1 的垂向位移和簧下质量 x_2 的垂向位移, 它们的导数为 $x_3 = \dot{x}_1$, $x_4 = \dot{x}_2$, 压降 x_5 ($= P_L$), 阀位移 x_6 ($= x_v$)。输入信号是伺

服阀的输入。调度向量为 $\rho_s = [\rho_Q \quad \rho_b \quad \rho_k]$ ，假定调度变量是可用的。

$$\rho_Q = \text{sgn}(P_S - \text{sgn}(x_v)P_L)Q_0$$

$$\rho_b = \dot{x}_2 - \dot{x}_1$$

$$\rho_k = x_2 - x_1$$

这种方法的优点是在面向控制的模型中同时考虑了悬架部件的非线性行为、执行器动力学和性能指标，此外，控制设计是基于 LPV 方法实现的。然而，缺点是该解决方案不能实现设计中的模块化。具体细节可以在 Gáspár 等人（2003 年 b）中找到。

4.5.2 基于反步法设计的跟踪控制

在这里，LPV 系统是一个级联系统，下面的公式分别考虑了整车的 4 个位于不同位置的执行器：

$$\dot{\zeta} = A(\zeta)\zeta + B(\zeta)[\xi_1^{ij}] \quad (4.46)$$

$$\dot{\xi}_1^{ij} = a_1(\zeta, \xi_1^{ij}) + b_1(\xi_1^{ij}, \xi_2^{ij})\xi_2^{ij} \quad (4.47)$$

$$\dot{\xi}_2^{ij} = \tilde{a}_2(\xi_2^{ij}) + b_2u \quad (4.48)$$

通过使用状态转换 $\tilde{\xi}_2^{ij} = b_1(\xi_1^{ij}, \xi_2^{ij})\xi_2^{ij}$ ，使该系统可采用严格的反馈形式，参见第 6 章 Sepulchre 等（1997）：

$$\dot{\zeta} = A(\zeta)\zeta + B(\zeta)[\xi_1^{ij}] \quad (4.49)$$

$$\dot{\xi}_1^{ij} = a_1(\zeta, \xi_1^{ij}) + \tilde{\xi}_2^{ij} \quad (4.50)$$

$$\dot{\tilde{\xi}}_2^{ij} = \tilde{a}_2(\xi_1^{ij}, \tilde{\xi}_2^{ij}) + \tilde{b}_2(\xi_1^{ij}, \tilde{\xi}_2^{ij})u \quad (4.51)$$

这样的系统可以采用标准递归反步法，参见 Sepulcher 等（1997）及 van der Schaft（2000）。由于标称系统式（4.49）全局渐近稳定，故此，构建包含跟踪控制器的闭环系统也将是稳定的，参见第 5 章中 van der Schaft（2000）等。

接下来介绍对每一个执行器进行跟踪控制的主要步骤。本书将使用 van der Schaft（2000）的研究中所使用的符号来呈现该方法的原理。上层控制所需压力 $P_{L,dem}$ 由反馈 $K(\zeta)$ 给出，记为 $\xi_{1,dem}$ ，而 $\xi_{2,dem}$ 表示所需的滑阀位移 $x_{v,dem}$ 。我们通过状态转换后的严格反馈形式将原始系统与已开发的被动性框架级联系统相关联，实际计算可以在原始系统完成。

执行器子系统的反步法设计可以通过两个步骤完成。第一步， $\xi_{2,dem}$ 作为虚拟输入， $y_1 = \xi_1 - K(\zeta)$ 作为虚拟输出。由于 ξ_1 不是可操控的输入，我们构建一个反馈，并保证使用 ξ_1 对 $K(\zeta)$ 的跟踪。因此，有理由将跟踪误差定义为线性的，并保持稳定，如 $\dot{y}_1 = -k_1y_1$ ， $k_1 > 0$ 。运用公式（4.46）和公式（4.47）， $\xi_{2,dem}$ 的时间函数可以采用非线性反馈计算得出：

$$\xi_{2,dem} = \frac{1}{b_1(\xi_1, \xi_{2,dem})}[-a_1(\zeta, \xi_1) + \dot{K}(\zeta) - k_1(\xi_1 - K(\zeta))] \quad (4.52)$$

第二步,所需的输入是 u (虚拟),而输出定义为 $y_2 = \xi_2 - \xi_{2,dem}$ 。我们对跟踪误差做了一个稳定线性动力学上的规定: $\dot{y}_2 = -k_2 y_2$, $k_2 > 0$ 。基于式 (4.46) ~ 式 (4.48),可以物理地将可操作的执行器输入 u 作为 ζ 、 ξ_1 和 ξ_2 的函数,如下:

$$u = \frac{1}{b_2} [-a_2(\xi_2) + \dot{\xi}_{2,dem}] \quad (4.53)$$

通过应用上述设计,闭环系统将通过李雅普诺夫函数

$$S(\zeta, y_1, y_2) = V(\zeta) + \frac{1}{2}y_1^2 + \frac{1}{2}y_2^2$$

渐近稳定 (参见 Sepulcher 等 1997)。其中 $V(\zeta)$ 是上层 LPV 设计产生的李雅普诺夫函数。

由于 $a_1(\zeta, \xi_1) = -\beta\xi_1 + \alpha A_{pz}$ 与 $b_1(\xi_1, \xi_2) = \gamma Q_0(\xi_1, \xi_2)$, 有

$$\xi_{2,dem} = \frac{-\beta\xi_1 + \alpha A_{pz} + \dot{\xi}_{1,dem} - k_1(\xi_1 - \xi_{1,dem})}{\gamma Q_0(\xi_1, \xi_{2,dem})}$$

$\xi_{2,dem}$ 的跟踪误差动态可写为

$$\dot{\xi}_2 - \dot{\xi}_{2,dem} = -k_2(\xi_2 - \xi_{2,dem}) \quad (4.54)$$

其中, k_2 为所选定的正常数参数。因而,

$$-\frac{1}{\tau}\xi_2 + \frac{1}{\tau}u - \dot{\xi}_{2,dem} = -k_2(\xi_2 - \xi_{2,dem}) \quad (4.55)$$

从中推导出以下物理输入 u_{ij} 的表达式:

$$u = \xi_2 + \tau\dot{\xi}_{2,dem} - \tau k_2(\xi_2 - \xi_{2,dem}) \quad (4.56)$$

在这种方法中,控制器参数 k_1 和 k_2 分别决定了虚拟输出 y_1 和 y_2 的收敛速度。作为反步法的一个结论,两个参数 k_1 和 k_2 用来解决跟踪问题。选择合适的参数可以提高跟踪的准确性,但也必须考虑执行器的物理限制。否则可能会导致理想的和实现的力间的差异,即跟踪误差。

该算法使用了 $\dot{\xi}_{1,dem}$ 与 $\dot{\xi}_{2,dem}$,但这些参数都不能被测量出来。为了实际执行控制方法,我们需要计算 $\xi_{1,dem}$ 和 $\xi_{2,dem}$ 的时间导数。这可以根据噪声条件的测量值及所需的精度用多种方式完成。几种数值微分的策略可参见 Diop 等 (2000), Levant (2003), Vasiljevic 和 Khalil (2006)。

符号函数正则化时 σ 的选择不影响实际的实现。反步法的第二步需要计算 $\xi_{2,dem}$ 的导数,即

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\Psi) &= \frac{d}{dt}(\xi_{2,dem} \gamma Q_0(\xi_1, \xi_{2,dem})) \\ &= \frac{d}{dt}(-\beta\xi_1 + \alpha A_{pz} + \dot{\xi}_{1,dem} - k_1(\xi_1 - \xi_{1,dem})) \end{aligned} \quad (4.57)$$

计算得到

$$\dot{\xi}_{2,dem} \left(1 + \frac{\gamma}{2Q_0^2} \frac{\xi_{2,dem}/\sigma}{\cosh^2(\xi_{2,dem}/\sigma)} \right) = \frac{1}{Q_0} \left(\dot{\psi} - \xi_{2,dem} \gamma \frac{\dot{\xi}_1 \tanh(\xi_{2,dem}/\sigma)}{2Q_0} \right) \quad (4.58)$$

由于 σ 足够小, 所以函数 $\max \left\{ \left\| \frac{x/\sigma}{\cosh^2(x/\sigma)} \right\| \right\} \rightarrow 0$ 收敛得非常快。

$$\dot{\xi}_{2,dem} = \frac{1}{Q_0} \left(\dot{\psi} - \xi_{2,dem} \gamma \frac{\dot{\xi}_1 \operatorname{sign}(\xi_{2,dem})}{2Q_0} \right) \quad (4.59)$$

即计算 $\dot{\xi}_{2,dem}$ 时, 符号函数的非平滑度可近似忽略。

如图 4.12 所示, 反步法所需的测量信号是 $\xi = P_L$, $x_2 = x_v$ 和 z 。实施反步法需要计算 $\dot{\xi}_1 = \dot{P}_L$ 的时间导数 $\ddot{\xi}_1 = \ddot{P}_L$ 和 $\dot{z}$ 。这可以根据噪声条件的测量值及所需的精度用多种方式完成。这种方法中控制器参数 k_1 和 k_2 决定跟踪误差 e_1 和 e_2 的收敛速度。采用反步法推导出两个参数 k_1 和 k_2 解决跟踪问题。选择合适的参数可以提高跟踪的准确性, 但必须考虑执行器的物理限制, 否则可能会导致参考量和实际力之间的差异, 即误差跟踪。数值分化的可行策略参见 Diop 等 (2000), Levant (2003), Vasiljevic 和 Khalil (2006)。

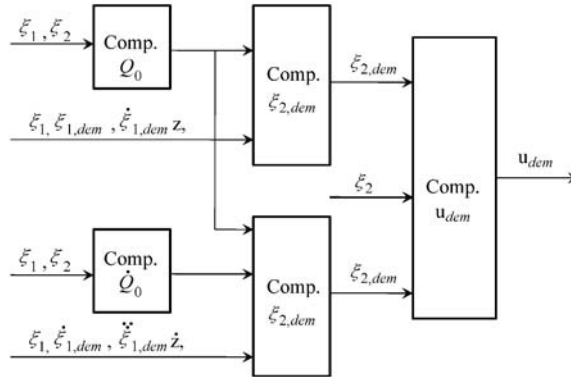


图 4.12 反步法示意图

4.5.3 模拟仿真结果

下层力跟踪控制器的运行结果如图 4.13 所示。在控制设计中, 反步法的参数选择为 $k_i = 20$ 。在仿真实例中, 测量信号的采样时间设置为 $T_s = 0.01s$ 。图中所示的信号是活塞上的压降、滑阀的位移、控制输入、实际所达到的力以及力误差的均方根值。在这两种情况下, 由执行器产生的实际的力都能准确度很高地跟随所需的力。但是, 仿真结果表明反步法会稍微好一些。产生于反馈设计所得的

不规则的输入是由于不断的数值微分所导致的。

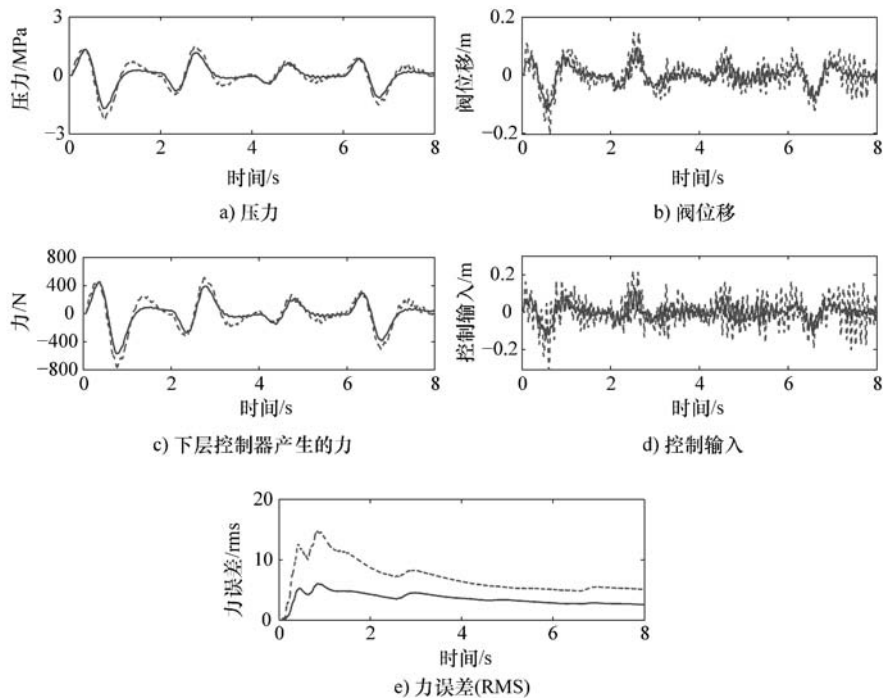


图 4.13 非线性控制设计方法分析跟踪特性
(实体逆推法，虚线反馈-线性化方法)

反步法的跟踪属性也在不确定的情况下进行测试。下层控制器为基于标称的非线性系统，因此其对抗不确定性的鲁棒性（与上层控制器相反）并未得到设计程序的保证。在这里，我们把参数 τ 的不确定性考虑在其中。根据公式 (4.40)， τ 定义了控制输入和滑阀位移之间的动态关系。在分析中，除了考虑标称值 $\tau_{nom} = 1/30\text{s}$ 外，还考虑了不确定值 $\tau_{act} = 1/27\text{s}$ 。图 4.14 展示了控制输入和控制误差的均方根值、实际力和力的均方根值。结果显示控制方案对这种参数不确定性的良好的鲁棒性。

表 2.1 中列出了设计程序中使用的标称参数。这些控制器是使用 MATLAB/Simulink 软件设计和实现的。所设计的控制器通过具有高精度车辆模型的仿真软件 CarSim 来验证。

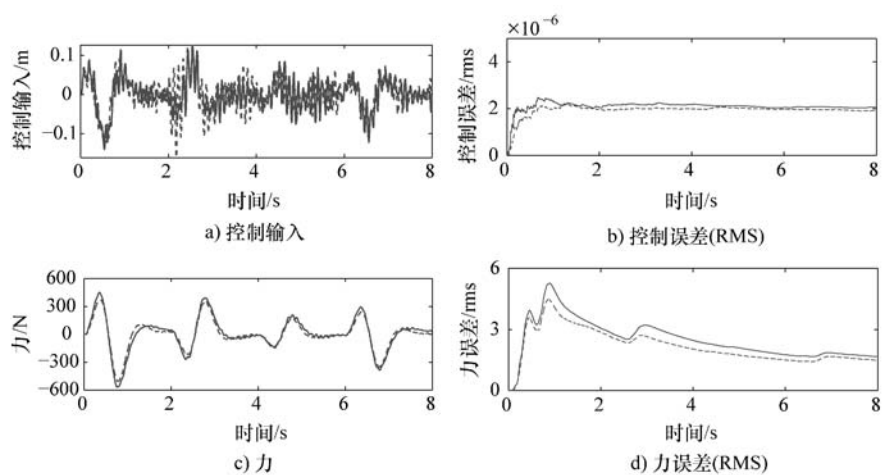


图 4.14 反步法中执行器参数 τ 的影响

第5章 具有侧翻抑制功能的防倾杆

介绍

防止侧翻的目的是使车辆能够在转弯时克服倾覆力矩。重型车辆的侧倾稳定性问题主要来自于相对较高的质心以及较窄的轮距。当车辆进行变道或者准备绕过障碍时，车身会侧倾，并离开既定行驶轨迹，而且导致其质心离开中心线，由此产生了影响车身稳定的力矩。Larish 等人（2013）在对车辆侧翻进行预测时，认为侧向载荷转移比是一个十分重要的影响因素。在相关的文献资料中，为了降低重型车辆侧翻的风险，多篇文献均提出了主动控制方法。关于对车辆动态的主动干预主要有三种策略：主动防倾杆、主动转向以及主动制动。

Nemeth 等人（2015b）首先采用一对由液压执行器控制的主动防倾杆来提高重型车辆的侧倾稳定性。通常情况下，使用传统被动悬架系统的车辆会因为受侧向加速度的影响使车身向弯道外侧倾斜，这时，车辆的簧上质量中心也会偏移出车辆的中心线，继而产生影响车身侧倾稳定性的力矩。通过使用主动防倾杆产生稳定力矩，可以中和倾覆力矩，令侧向载荷转移得到抑制，使车辆保持在弯道轨迹上。详细内容可以参考 Sampson 与 Cebon（1998 年）、Sampson（2000 年）、Sampson 与 Cebon（2003 年）以及 Lin 等人（1996 年）的文献。Zulkarnain 等人（2012 年）对于主动防倾杆系统的操纵性与抗侧倾性能进行了分析。除了主动防倾杆，也可通过重新设计前后悬架的方式，对侧倾力矩进行重新分配来减少车身侧倾。详细内容可以参考 Abe（1994 年）、Hwang 与 Park（1995 年）以及 Kim 与 Park（2004 年）的文献。

第二种预防车辆侧翻的方法是在主动转向系统的基础上增加一个侧倾稳定控制系统。该系统的执行器可以在驾驶人控制的前轮转向角的基础上，设置一个较小的辅助转向角。此系统的目的是当车辆在变道或者绕过障碍物时，减少由于侧倾瞬间增大所导致的车辆侧翻。主动转向系统的优点是其可以直接影响侧向加速度，具体可以参考 Mammar 与 Koenig（2002 年）的文献。然而，主动转向系统不仅会影响车辆的侧倾动态特性，也会改变车辆的既定行驶轨迹，即影响车辆的横摆运动。该系统在控制过程中，会同时使用侧倾率与侧倾加速度的比例反馈，

具体可以参考 Ackermann 与 Bunte (1998 年)。该控制方法的一个延伸是采用增益调度方法,将车辆速度变化以及质心高度变化也纳入考量范围,详细内容可以参考 Ackermann 与 Odenthal (1999 年)。在该控制概念的基础上,还可以进一步延伸,加入非线性的转向闭环控制以预防侧翻,具体参考 Ackermann 等人 (1995 年) 以及 Odenthal 等人 (1999 年)。

第三种预防车辆侧翻的方法,是采用电子制动机制提升侧倾稳定性。该方法对每个车轮施加较小的制动力后,监控车轮的滑移响应,以此判断某个车轮是否载荷过小,是否有离开地面的倾向。当检测到紧急情况时,系统会通过施加单边的制动力,以降低作用在外侧车轮上的载荷,具体参考 Palkovics 等人 (1999 年)、Frank 等人 (2000 年)、Chen 与 Peng (2001 年)、Gaspar 等人 (1998 年) 以及 Alberding 等人 (2014 年)。因此,电子制动系统可以直接减少导致侧翻的轮胎侧向力,并且其执行器的选型最为方便,整个系统的成本也相对较低。

需要注意的是,以上几种方案也各有优缺点。其中,主动防倾杆的问题在于其能提供的稳定力矩在物理上受制于车身与轮轴之间的侧倾角度。但是与此同时,相比于主动转向控制和主动制动控制,主动防倾杆不会直接影响车辆的横摆运动。而对于主动转向以及主动制动控制,唯一的物理限制是执行器的饱和量。但是这些补偿性质的执行器不仅会作用于车辆的侧倾动态特性,还会改变车辆的既定行驶轨迹,即影响车辆的横摆运动。因此,这几种不同的控制架构应结合为一个整体。在 Odenthal 等人 (1999 年) 的文献中,在他们的线性转向控制系统中,就增加了非线性的紧急转向与制动控制。而针对无人驾驶车辆, Hedrick 等人 (1997 年) 以及 Hendrick 和 Uchanski (2001 年) 提出了制动踏板与加速踏板控制相结合的方式。

通过使用 LPV 方法对重型车辆侧翻进行预防也具有若干模式。其中, Gaspar 等人 (2003c, e, 2004a, b, 2006)、Gaspar 与 Bokor 分别提出了主动防倾杆、主动制动、主动转向以及主动悬架系统。Gaspar (2003d) 也提出了主动制动与主动防倾杆结合的方式,以及主动制动和主动悬架系统的结合 (2004a)。此外, Gaspar 等人 (2005a) 以及 Gaspar 与 Bokor (2006 年) 也提出了具备主动控制机制的,比如主动悬架、主动防倾杆以及主动制动系统的容错控制架构。该控制架构的目的,是提升车辆对于侧翻的预防能力,改善乘客舒适度,并且确保悬架的工作空间。Yim 等人 (2012 年) 对于将主动防倾杆与侧向控制进行结合的优点进行了论述。更进一步的控制方法,比如具有自我校正能力的模糊开关线性二次 (LQ) 防倾杆控制器,则由 Muniandy 等人 (2015 年) 与 Varga 等人 (2015 年) 进行了阐述。

许多研究者也将研究的重点放在控制系统的整合上。其中, Kiencke (1995 年) 专注于制动与后轮转向结合的应用,以此辅助驾驶人对横摆过程进行控制。

Hirano 等人（1993 年）则通过前馈和反馈的补偿执行器，实现四轮转向与四轮驱动控制（4WS/4WD）。Nagai 等人（1998 年）设计了结合后轮转向与横摆力矩控制的整合式控制系统。Trachtler（2004a）则建立了基于主动底盘系统的整合式车辆控制系统。Mastinu 等人（1994 年）建立了一个包含转向与悬架的整合控制系统。Zin 等人（2005 年）提出了使用主动悬架与 ABS 提升的路面附着性以及乘客舒适性的底盘全局控制系统。Maciucă（1996 年）、Hendrick 等人（1997 年）、Prohaska 与 Devlin（1997 年）、Hendrick 与 Ucaniski（2001 年）以及 Rajamani 与 Piyabongkarn（2013 年）专注于将横摆稳定性与侧翻预防能力同时作为目标的整合控制开发。作为加利福尼亚州 PATH 项目的一部分，他们提出了多种控制方案，并且通过线控转向系统实现了在横摆稳定性、车速以及侧翻预防能力等性能指标上的平衡。

5.1 横摆与侧倾动力学特性的建模

5.1.1 侧翻阈值

侧倾控制系统的目的是强化车辆的侧倾稳定性能。而车辆的侧翻始于在弯道中，内侧车轮的轮胎与地面接触时的受力变成 0。造成车辆侧翻的直接原因，是侧向加速度产生的高侧向惯性力。如果车辆的质心较高，或者车辆的前进速度超过了在特定转向角下的允许值，那么产生的高侧向加速度就有可能造成侧翻。

定义 5.1 （侧翻阈值）Sampson（2000 年）侧翻阈值是车辆在不失去侧倾稳定性的前提下所能承受的稳态侧向加速度的极限。

在转弯时，轮胎与地面之间产生的侧向力会让车辆获得稳态侧向加速度，如图 5.1 所示。此时，共有三种力矩作用于车辆，分别为由于侧向加速度产生的倾覆力矩（ $ma_y h$ ），由内侧车轮向外侧车轮的横向载荷转移（ $\Delta F_z l_w$ ），以及因车辆质心从中心线偏离引起的横向偏移力矩（ $mgh\phi$ ）。此处假定侧倾的角度较小，可以使用小角度近似。因此，稳态力矩的平衡可以通过下式表达：

$$ma_y h = \Delta F_z l_w - mgh\phi \quad (5.1)$$

车辆侧倾的稳定性，可以通过将前后轴的侧向载荷转移 $\Delta F_{z,l}$ 与 $\Delta F_{z,r}$ 限制在低于车轮离开地面的水平来实现。侧向载荷转移可以通过下式进行计算：

$$\Delta F_{z,i} = \frac{k_{t,i} \phi_{t,i}}{l_w} \quad (5.2)$$

式中， $k_{t,i}$ 为前后轮胎的刚度； $\phi_{t,i}$ 为簧下质量的侧倾角； l_w 为车辆的宽度； $i=f, r$ ，分别表示车辆的前后。在尽可能最小化载荷转移的同时，也需要注意约束簧上质量与簧下质量的侧倾角差值（ $\phi - \phi_t$ ），来满足悬架行程范围的限制。一般

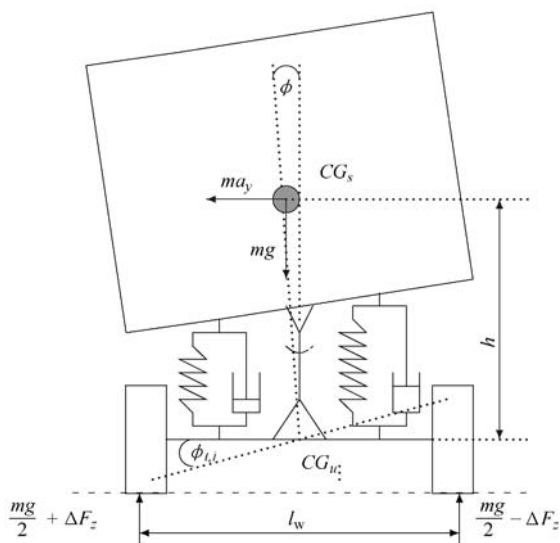


图 5.1 侧倾时的车辆模型

情况下，悬架的行程范围大约为 $6^\circ \sim 7^\circ$ 的侧倾角。

如果车辆左右两侧的载荷 $mg/2 \pm \Delta F_z > 0$ ，轮胎就可以获得与地面的接触力。首先这要得到侧向载荷转移的一个归一化的定义，即侧向载荷转移分别与前后轴荷质量的比值。

$$R_i = \frac{\Delta F_{z,i}}{m_i g} \quad (5.3)$$

其中，归一化的侧向载荷转移 R_i 的值为 ± 1 ，则可能出现最大的侧向载荷转移。那么处于弯道内侧的车轮将会被抬起，此时内侧车轮的载荷为 0，所有的载荷都转移到外侧车轮，车辆在弯道的操控极限将会大大降低。此时处于侧翻边缘时的侧向加速度，即为侧翻阈值。在公式 (5.3) 中，设 $R_i = 1$ 并假设 $m_i = m/2$ ，侧翻阈值即为

$$a_y^* = \frac{l_w g}{2h} - \phi^* g \quad (5.4)$$

式中， ϕ^* 为车轮抬起时的临界侧倾角。

需要注意的是，现实中的车辆的侧向加速度通常远低于公式 (5.4) 中的值。公式中的值是静态分析的结果，并没有考量到动力学的因素，比如悬架柔顺性或者轮胎变形。大部分的车辆侧翻事故都是由于驾驶人在面对突然出现的不可预知的情况时过度打转向盘造成的，比如前方道路上出现的障碍，或者其他车辆

或者行人的突然移动,进行归一化的侧向载荷转移的计算时,必须要将前后轴簧下质量的侧倾角考虑在内,参考 Sampson (2000 年) 以及 Gaspar 等人 (2003 年) 的著作。然而,对于簧下质量侧倾角的测量成本较为高昂,因此,更加实用的办法是测量侧倾角速度或者侧倾角加速度,并反馈给控制器。对于侧倾角速度的测量可以使用速率陀螺仪,而侧倾角加速度的测量可以使用加速度计。这些测量方式相比之下更加简单并且价格低廉,参考 Dorling (1996 年) 的著作。该著作中对于簧下质量侧倾角的估算提出了新的方法。

此外,对于侧翻系数这一稳定性问题的基础参数的监控还有其他多种方式。Odenthal 等人 (1999 年) 以及 Ackermann 和 Odenthal (1999 年) 的著作里均提出了计算侧翻系数的方法。然而,这些方法忽略了簧下质量的侧倾角,并且假定所有的车轮均具有路面附着力。Takano 与 Nagai (2001 年) 对侧向加速度的临界阈值进行了分析计算。Palkovics 等人 (1999 年) 提出了一个依靠制动或加速系统所残生的小扰动影响而得到的探索性方法。Frank 等人 (2000 年) 也提出了类似的方法。

5.1.2 加权函数的设计

车辆的侧倾稳定性可以通过两种方法获得提高。通过使用能够改变簧上与簧下质量的控制力矩的主动侧倾控制系统,可以对前后轴的载荷转移以及车身的侧倾角度进行调整。而通过控制车辆的制动系统,则可以产生一个横摆力矩,直接减小侧向加速度。

在针对车辆侧翻的风险进行控制系统设计时, $W_{p,ay}$ 、 $W_{p,Fz}$ 、 $W_{p,ua}$ 、 $W_{p,uF}$ 分别代表侧向加速度、侧向载荷转移、主动防倾杆的控制输入以及主动制动系统的输入。加权函数的目标是让侧向加速度、侧向载荷转移以及控制输入量在目标频率范围内维持在较小水平。其中,加权函数 $W_{p,ay}$ 的选取由下式表达:

$$W_{p,ay} = \phi_{ay} \frac{\frac{s}{2000} + 1}{\frac{s}{12} + 1} \quad (5.5)$$

其中,假定在低频域内,由转向动作而导致的车身横向加速度由系数 ϕ_{ay} 表示。针对侧向载荷转移的加权函数的表达如下:

$$W_{p,Fz} = \text{diag}(1/10^2, 1/10^3) \quad (5.6)$$

其中, 10^2 代表前轴的权重,而 10^3 代表后轴的权重。与前后扭矩控制(主动防倾杆)对应的输入量的加权函数 $W_{p,ua} = 1/20$,而制动力的输入量的加权函数为 $W_{p,uF} = 1/10$ 。输入量权重 W_{δ} 将转向角转化为最大期望值。此时转向角控制输入量被选为 $5\pi/180$,对应 5° 的转向角控制。 W_n 作为一个对角矩阵,代表控

制设计中的传感器噪声模型。比如，对于侧向加速度噪声的权重被选为 0.01m/s^2 ，而对于侧倾角微分 $\dot{\phi}$ 的权重则被选为 $0.01^\circ/\text{s}$ 。

最终设计出的控制器只会在车辆接近侧翻边缘，比如归一化的载荷转移已经达到了一个临界值时激活。在正常驾驶情况下，该控制器不应被激活。这意味着在情况并不紧急时，其权重函数应处于较小的水平，而在加速度增大，达到临界值时，权重函数应该增大以避免车辆侧翻。 ϕ_{ay} 作为增益，反映了归一化的载荷转移在 LPV 控制器设计中的相对重要性。较大的 ϕ_{ay} 对应注重减小侧翻风险的设计。在车辆进行正常巡航行驶时， ϕ_{ay} 则相对较小，因为此时对于侧向加速度的最小化并不是十分必要。为了考虑控制器工作区域内的非线性函数，应使用参数相关的权重函数。

该权重需要根据后轴的归一化侧向载荷转移 R 进行调整， R 的值可以通过车辆侧翻情况进行推导。车辆侧翻的主要影响因素，是悬架刚度与载荷的比值，而后轴的该比值比前轴要大。因此，在遇到紧急情况，后轮会先抬起。当 R 较小时，即车辆并不处于紧急情况， $\phi_{ay}(R)$ 也处于较小水平，意味着 LPV 控制器并不需要最小化侧向加速度。而另一方面，在 R 接近临界值时， $\phi_{ay}(R)$ 也会随之增大，表明此时控制器需要对车辆侧翻进行预防。该增益 $\phi_{ay}(R)$ 由常数 R_1 和 R_2 确定，具体表现如图 5.2 所示。

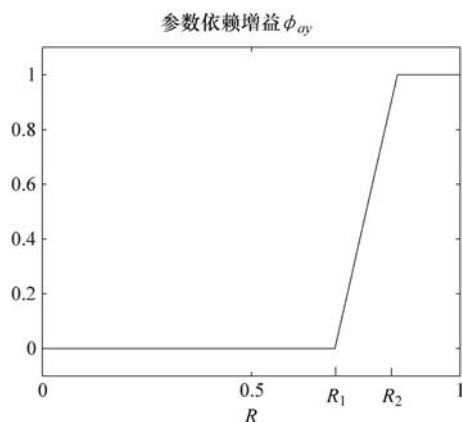


图 5.2 参数 R_1 和 R_2 决定的增益 $\phi_{ay}(R)$

$$\phi_{ay}(R) = \begin{cases} 0 & \text{若 } |R| < R_1 \\ \frac{1}{R_2 - R_1}(|R| - R_1) & \text{若 } R_1 \leq |R| \leq R_2 \\ 1 & \text{否则} \end{cases} \quad (5.7)$$

因此，归一化的侧向载荷转移被定义为一个调度变量，用于监控车辆的侧翻。 R_1 被定义为车辆接近侧翻状态时的临界状态，即四个车轮都还在地面但是内侧车轮轮胎侧向受力接近于 0，或者悬架已经达到了其物理极限而主动防倾杆也并不能够产生更多稳定力矩。 R_1 的值越接近 1，控制器的激活就越晚。参数 R_2 则代表使侧向加速度最小化的速度。 R_1 与 R_2 的差值越小，则代表系统对于侧向加速度的抑制越迅速。在控制系统设计中， R_1 和 R_2 的值分别被选为 0.85 和 0.95。

在利用制动系统预防车辆侧翻时，由于该制动系统只在紧急情况下激活，因此可以采用开关系统作为控制结构。在实践中，若使用这种开关系统，那么有可能会产生振颤，即在开关点周围产生小幅度的高频振动，进而可能导致车辆性能的下降。在我们的系统中，制动的开关点为临界的归一化侧向载荷转移，即 R_1 。为了消除振颤，可以在系统中增加一个滞后机制，激活制动系统时，使开关点对应的 R_1 的值大于关闭制动系统时的值。该滞后机制可以被定义为

$$R_1 = R_{1n} + \frac{\text{sgn}(\dot{R})}{w_h} \quad (5.8)$$

其中 R_{1n} 为开关点的归一化的值，而 w_h 为滞后窗口宽度的参数。在公式 (5.8) 中， $\text{sgn}(\dot{R})$ 为归一化侧向载荷转移量导数的 signum 函数，需要通过实时计算得出。该函数被用于推导载荷转移的变化趋势。若其值为正，则载荷转移正在增加，达到 R_{1n} 时制动系统激活。在函数为负值，即归一化的侧向载荷转移正在减小时，制动系统关闭的点对应的载荷转移量小于标称值。在控制设计中， $\text{sgn}(\dot{R})$ 也被作为调度变量，其取值范围被选为 $\{-1, 0, 1\}$ 。

在整合的横摆和侧倾运动的 LPV 模型中，共需要三个参数：前进的车速 v 、后轴的归一化侧向载荷转移 R 以及其导数的 signum 函数 $\text{sgn}(\dot{R})$ 。车速 v 的值可以直接测量获得，参数 R 可以通过测量（或者估算）簧下质量的侧倾角 $\varphi_{l,r}$ 获得， $\text{sgn}(\dot{R})$ 也因此是一个计算信号。

图 5.3 展示了本案例中存在的振颤现象。在控制设计中有振颤时的时间响应在图中以实线表示。在车辆减速时，制动力便会产生振颤。这是制动系统在开关点 R_1 上下不断进行开闭造成的，该现象也会影响车辆的侧倾稳定性。通过在由归一化侧向载荷转移确定的开关点增加一个滞后机制，可以消除这种振颤现象，

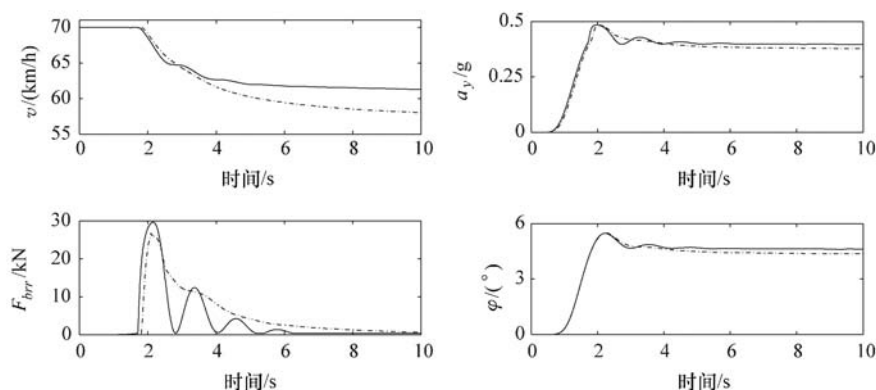


图 5.3 消除振颤前后的时间响应

大大减小制动力的变化。消除振颤之后的时间响应在图 5.3 中由虚线表示。

5.2 侧翻抑制系统的线性变参数控制方法

本部分内容提出了一种结合了主动防倾杆与主动制动系统的方法，预防重型车辆的侧翻。在 LPV 模型中，车辆的前进速度被用于计算调度向量中的参数，参考公式 (2.84)。其他需要测量的信号有侧向加速度以及簧上质量的侧倾率。

整合后的控制器通过主动防倾杆全时对侧翻进行预防。而主动制动机制仅在车辆接近侧翻状态时才会被激活。在正常巡航状态下，制动部分的控制不应被激活。然而，如果归一化的侧向载荷转移达到了一个临界值，那么必须启用制动系统将侧向加速度最小化以避免侧翻。启动制动系统的临界值，被定义为转弯过程中内侧车轮中有一个失去侧向载荷时车辆的侧向载荷转移。这种解决方案的优点在于，控制器仅需要消耗很小的能量便可以保证控制性能。

该控制系统设计基于闭环互联结构，如图 5.4 所示。控制输入量为不同车轮的制动力的差值 ΔF_b 。该值是产生车辆横摆力矩的直接原因，进而直接影响轮胎的侧向受力。而主动防倾杆在簧上质量 u_{af} 与簧下质量 u_{ar} 之间产生一个稳定力矩。

在控制设计中，输出量为侧向加速度、侧向载荷转移以及控制输入量：

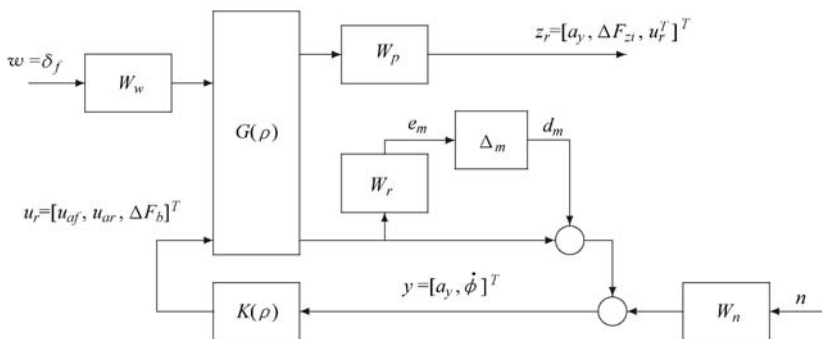


图 5.4 整合控制器的闭环互联结构设计

$$z_r = [a_y \quad \Delta F_{zf} \quad \Delta F_{zr} \quad u_r^T]^T \quad (5.9)$$

其中 $u_r = [u_{af} \quad u_{ar} \quad \Delta F_b]^T$ 。在 LPV 控制系统设计中，车辆的前进速度和归一化的侧向载荷转移这两个信号被用于计算调度向量 $\rho = [\frac{1}{v} \quad \frac{1}{v^2} v R \operatorname{sgn}(\dot{R})]^T$ 中

的参数。

本部分内容展示了基于 LPV 的整合控制运行机制,并对其运行结果与只使用主动防倾杆以及只使用主动制动机制的控制运行结果进行了对比。其中,车辆的参数可以参考表 2.4。

在本案例中,车辆进行了一次二次变道动作,在 100m 的距离内左右移动 2m。该路径是用于模拟现实中在道路上对障碍物进行避让的操作。此时车辆的时速为 75km/h。车辆转向角的输入量被设定为在车辆没有侧倾控制的情况下会让车辆在高速变道动作中接近侧翻极限的值,此时的归一化侧向载荷转移值超过了 ± 1 。在本次模拟中,转向角输入量为斜坡信号。在进行变道动作的过程中,由于制动系统的作用,车辆的前进速度并不是恒定值。

在具有整合控制时,侧向加速度的变化与只使用主动防倾杆时的类似。这是因为此时只有主动防倾杆起到了抑制侧向加速度的作用,而主动制动机制尚未达到被激活时的侧向载荷转移值 R_1 。因此,在归一化侧向载荷转移小于 R_1 时,整合控制可以被视为简单的主动防倾杆控制,只通过主动防倾杆产生稳定力矩。相比于单纯使用主动制动机制,整合系统对于制动力控制的需求更低。在使用整合控制或者仅使用主动制动时,簧上质量的侧倾角处于相同的相位,与没有施加控制时的情况一致。此时的载荷转移并没有超越悬架行程的物理极限。此外,可以观察到最有可能引发侧翻的时间是侧向加速度达到第二个峰值时。因为此时为了让车辆回到原先的车道,驾驶人不得不输入双倍的转向角,使车辆产生更大的侧向加速度。在进行以上三种控制结构的实验时,车辆前后轴的簧下质量侧倾角相互略有不同。这是不同的悬架参数和刚度载荷比造成的。

图 5.5 也展示了不同控制结构下车辆的行驶轨迹。可以看出,使用了主动防倾杆的车辆能够保持在预期的行驶轨迹。而对于使用制动控制的车辆,制动产生的横摆力矩使得实际的轨迹与预期轨迹截然不同。对于主动制动机制来说,其唯一的限制是制动执行器自身的饱和,即通过制动系统抑制侧向加速度的能力受到了执行器的物理极限的限制。然而,如果增大执行器的极限,那么可能会导致单边制动力过大,影响车辆横摆运动的稳定性。因此,为了避免车辆横摆时的动力学性能下降,需要采用整合式的控制方式。此时车辆的实际行驶轨迹与预期轨迹只有很小的区别,因为制动力相比于只采用主动制动系统控制的情况要小。在只使用主动制动或者使用整合控制的情况,行驶轨迹的变化可以通过改变转向角进行修正。但是需要注意的是,改变转向角对于车辆的侧倾运动有着负面的影响。预期路径与实际路径相差越大,那么所需要的转向角也越大,进而增大了侧翻力矩。因此,相比之下,采用整合控制机制时,所需要的用于修正的转向角较小,不容易导致车辆侧翻。

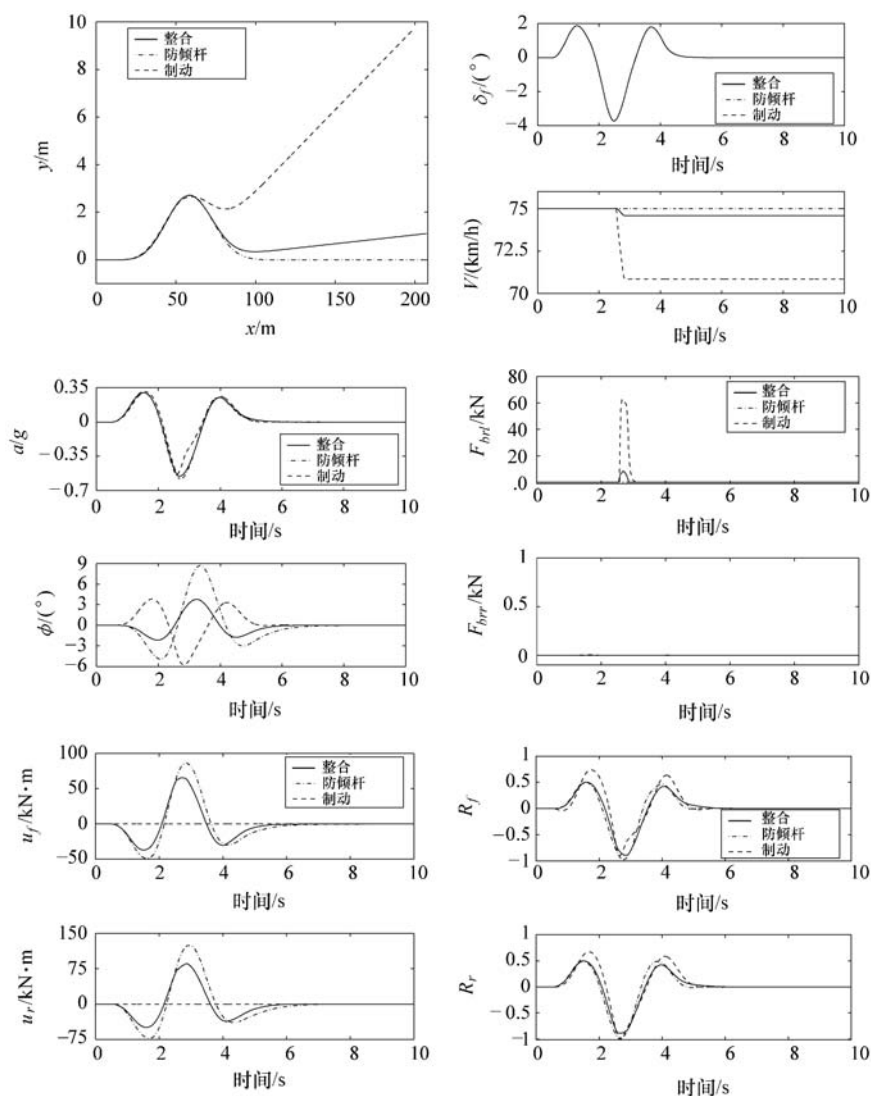


图 5.5 展示了在车辆具有主动防倾杆控制系统（点画线）、主动制动机制（虚线）以及前两者的整合控制系统（实线）时的时间响应

5.3 具有容错能力的侧翻抑制系统的设计

在实践中，液压执行器总共有三种失效形式。第一种是锁止失效，即液压执行器的活塞锁止在了某个位置无法移动。在这种情况下，液压执行器在失效后无

法继续工作，并且对车辆的侧倾运动具有一定的抑制能力。第二种是浮动失效，即液压执行器的相对位移随着悬架的运动而同时改变。这意味着主动防倾杆此时无法产生力矩平衡倾覆力矩，液压执行器的活塞可以在缸内自由运动。这种情况可能会发生于供电被切断或者系统维持足够油压的情况。第三种失效形式为执行器效能的损失，即执行器能够继续工作，但是功率会有所降低。发生这种失效的情况包括活塞的泄漏系数过大等，使得执行器无法产生与控制阀相匹配的扭矩。

故障信息由故障侦测滤波器提供，表示为 $\rho_f = f/f_{\max}$ ，其中 $f_{\max}$ 为可能出现的最大失效估计值（致命问题）。失效信息 ρ_f 被用作调度变量。通过使用这一变量，控制器能够根据执行器失效形式进行相应的调整。需要注意的是 ρ_f 为归一化的故障信息，其值在 $[0, 1]$ 之间。归一化故障信息值为 0 时，意味着执行器完全没有故障；而值为 1 时，意味着主动防倾杆完全失效，此时执行器无法产生控制力矩。这种情况被归类为浮动失效，因为主动防倾杆失效后，执行器无法对悬架的运动起到任何抑制作用。在这种情况下，唯一能够防止车辆侧翻的控制输入量来自于制动系统。在 ρ_f 的值介于 0 和 1 之间时，执行器的效能受到了一定的损伤，即主动防倾杆可以产生稳定力矩，但是其值有所下降。

故障信息也是决定侧向加速度加权函数 $W_{p,ay}$ 的一环，因为该信号直接受到主动制动系统的影响，其中增益 $\phi_{ay}(R)$ 由归一化侧向载荷转移 R 决定。此处， R_1 被定义为车辆接近侧翻时的临界状态。

在出现故障时，主动制动系统的运行范围必须增大，以使激活制动系统的归一化侧向载荷转移量小于主动防倾杆不存在故障时的值。较小的 R_1 值对应较早激活制动系统，并且制动力逐渐递增；而较大的 R_1 值对应制动系统较为急促地激活。因此，设计参数 R_1 的选择应通过故障信息 ρ_f 进行调节。

$$R_1 = R_1 - \frac{\rho_f}{10} \quad (5.10)$$

可见，如果出现故障，临界值 R_1 便会降低，令制动机制在 R 值较小时也可以被激活。

在 LPV 的设计中，计算调度向量需要使用三个信号，即车辆的前进速度 v 、归一化的侧向载荷转移 R ，以及归一化的故障信息 ρ_f 。该调度向量可以被表达为 $\rho = [\frac{1}{v} \frac{1}{v^2} v R \operatorname{sgn}(\dot{R})]^T$ 。此处， v 可以直接通过测量获取， ρ_f 由故障侦测（FDI）滤波器提供，而参数 R 则通过测量获得的簧下质量侧倾角 $\phi_{t,r}$ 计算得出。

基于虚拟的控制输入量，整车前后产生并作用在悬架上的实际控制力可以通过矩阵运算得出。图 5.6 展示了该可重构控制策略的应用。

FDI 滤波器的运行情况可以通过进行车辆转弯行驶进行测试。图 5.7 展示了使用主动防倾杆的控制系统时间响应。在该测试中输入的转向角为斜坡信号。在

转弯过程中, 由于制动系统的介入, 车辆的前进速度并不恒定。该案例表明 FDI 滤波器在整个车速区间都可以稳定可靠地工作。在测试中, 车辆的初始前进速度为 80km/h, 最终减速至大约 68km/h。

在测试中采用的故障场景, 为 2s 时开始的 $10\text{kN} \cdot \text{m}$ 的防

倾杆故障以及 5s 时开始的 0.1rad/s 的传感器故障。失步代表着效能的降低。而梯度传感器的故障意味着 $\dot{\phi}$ (侧倾率) 传感器测量的信号存在着恒定的误差。图 5.7 同时展示了侧向加速度和簧上质量侧倾角的时间响应。通过防倾杆的作用, 控制器无法减小侧向加速度, 即防倾杆自身无法直接改变加速度。在防倾杆控制案例中, 车辆驶入弯道, 并产生了一个横向的稳定力矩, 与侧向加速度产生的影响稳定性的倾覆力矩相互平衡。由于悬架参数以及刚度载荷比的不同, 簧下质量侧倾角也有所不同。

前后轴的控制力矩大约分别为 $70\text{kN} \cdot \text{m}$ 和 $140\text{kN} \cdot \text{m}$ 。随着侧向加速度的增加, 归一化的侧向载荷转移导致后轮先于前轮离开地面, 因为后轴的有效侧倾刚度与轴荷的比值要大于前轴 (此时前轴作为驱动轴)。FDI 滤波器的闭环测试结果可以参考图 5.7。第一个残差代表执行器故障 r_1 , 第二个代表传感器故障 r_2 。两种失效的影响均得到了减弱, 并且系统对两种失效的发生时间以及其量化值均给出了准确的估计。

通过二次变道动作, 具备容错机制的整合控制架构的运行得到了验证。在第一个场景中, ρ_f 被设置恒定为 0.7。在该情况下, 执行器的效能减少了 70%。第二个场景中, ρ_f 为出现在 1.5 ~ 2.5s 的斜率恒定的斜坡信号。此时, 执行器的故障使其效能逐渐降为 0。使用不同的故障场景得到的横摆与侧倾动力学响应可以进行对比。

图 5.8 中, 点画线代表了浮动失效形式的时间响应, 实线代表了效能降低的失效形式, 而虚线代表了无任何失效的情况。此时车辆的速度均为 70km/h。

在这三种情况中, 每一种情况下的侧向加速度均有不同。其原因是在归一化的侧向载荷转移没有达到临界值 R_l 时, 只有主动防倾杆被激活, 而制动系统没有被使用。然而, 主动防倾杆并不能够减小侧向加速度, 因为它对于加速度的改变没有直接的影响。因此, 执行器失效的影响并不会在侧向加速度中有所体现。通过观察可以得出, 出现失效时, 由于执行器效能的减弱, 侧倾角有所增加。在没有故障的情况下, 执行器可以产生更高的控制力矩, 更加有效地平衡倾覆力

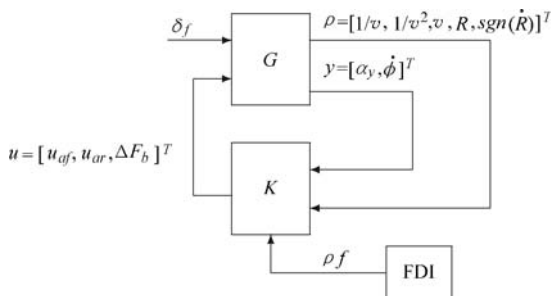


图 5.6 容错控制策略的应用

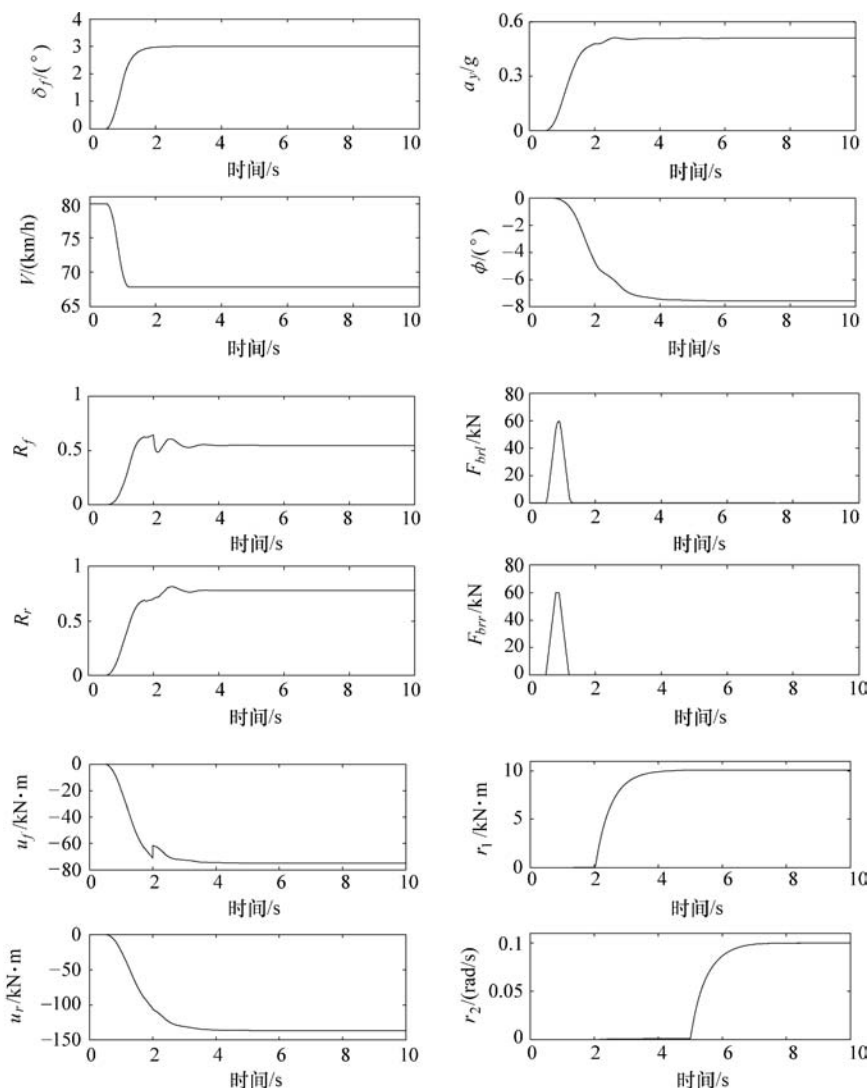


图 5.7 车辆转弯时 FDI 滤波器检测到执行器故障后的时间响应

矩。在浮动失效的情况下，执行器的效能逐渐减弱最终变成 0，此时归一化的故障信息达到了 1。此时所需要的制动力也达到了最大值。这是因为主动防倾杆在 2.5s 后无法产生控制力矩，因此重构后的控制器架构与单纯使用制动系统预防车辆侧翻的控制器相同，相较于没有故障，主动防倾杆正常工作产生稳定力矩的情况，此时所需要的制动力要更大。

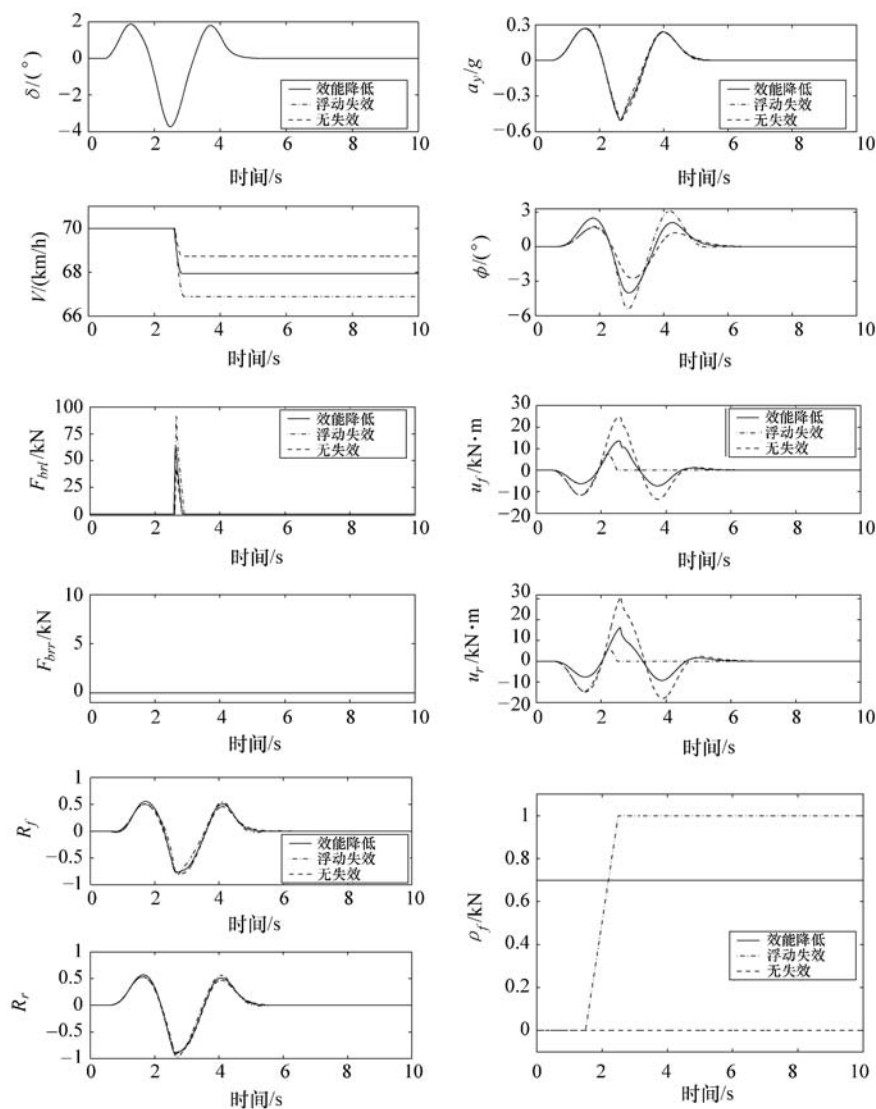


图 5.8 不同失效形式下转向盘二次变道的时间响应

第6章 纵向动力学中的自适应巡航控制

6.1 自适应巡航控制

在过去的十年中，基于前瞻方法的纵向车辆控制一直是各汽车研究中心研究的重点。这种控制在巡航控制中很普遍并且能够保证节能驾驶，见 Sciarretta 等人（2015）。由于自适应巡航控制（ACC）可以将车速保持在驾驶人通过加速踏板和制动装置所设定的速度值，前瞻控制和 ACC 的组合在车辆控制设计中是一种新的趋势。

目前已经提出了几种巡航控制系统的控制方法。模型预测控制（MPC）算法主要用于巡航控制。在 Borrelli 等人（2001）文献中，提出了一个摩擦力矩的仿射近似车辆模型。在鲁棒 MPC 问题中，考虑了在力矩及其变化率和轮胎滑动的约束条件。Li 等人（2011）提出了一种双层 MPC 架构，在不同层中涵盖了车辆动力学的非线性、最小跟踪误差、燃料消耗以及车辆跟随要求。使用非线性 MPC 方法可以实现更好的结果。Sakai 等人（2010）的文献中，采用非线性 MPC 方法进行期望转矩的跟踪控制，从所需的车速中通过计算期望转矩来获得速度跟踪控制。

滑模控制和自适应控制在纵向控制中得到广泛使用。滑模控制的目的是为了计算车辆的期望运动，例如加速度、速度，参见 Gerdes 和 Hedrick（1997），Lu 和 Hedrick（2005）。在另一层面上，这些信号被转换为发动机、变速器、减速器和制动器的输入。Xu 和 Ioannu（1994）提出了一个基于自适应控制的加速踏板输入设计方法，其中解决了参数变化的自适应控制问题。Chen 和 Wang（2011）在其论文中，基于自适应控制律，考虑了轮胎-路面接触的不确定性，并运用了基于 LuGre 轮胎模型的一个复杂车辆模型。

Martinez 和 Canudas-de-Wit（2007）重点研究了使用结合前馈和反馈 PD 控制器的频繁起停工况的控制。其参考模型是非线性的，并提出了符合安全约束和舒适性要求的动态解决方案。一个利用双线性矩阵不等式优化的复合李雅普诺

夫函数的车辆跟随控制被 Enache 等人 (2009) 发现。Kolmanovsky 和 Filev (2010) 侧重于纵向控制, 通过使用贝尔曼原则, 实现预期平均燃料经济性和预期平均行驶速度之间的最佳平衡。

鲁棒控制技术也被运用在纵向控制设计中。Lefebvre 等人 (2003) 的文献, 通过 μ 分析, 使用 H_∞ 反馈和前馈控制来抑制纵向速度的波动。Junaid 等人 (2005) 比较了鲁棒 H_∞ 方法与线性二次调节器设计方法, 在论文中, 应用三阶线性系统描述车辆和动力总成的动力学。受控系统对于外部干扰具有良好的鲁棒性, 动力总成时间的参数不确定性是恒定的。Németh 和 Gáspár (2013b) 提出了一种 LPV 控制设计方法, 在速度跟踪问题中, 考虑了驱动和制动动力学的差异。所设计的系统对抗纵向干扰, 如滚动阻力、道路倾斜和空气阻力, 具有很强的抗干扰能力。

在一些文献中, 纵向控制是集成框架的一部分, 参见 Katriniok 等人 (2013)。最近, Attia 等人 (2014b) 设计了一种使用非线性李雅普诺夫控制方法的巡航控制策略。此控制策略拥有一个级联控制结构, 该结构的外环控制确保了参考速度跟踪性能并可计算施加在车轮上的转矩。内环控制提供节气门开度和制动压力来产生所需的控制转矩。

一些出版物和专利涉及了动力传动控制的实现与前瞻策略的话题。Hellström 等人 (2009) 提出预测速度控制的设计和实现。前瞻控制的介入被连接到基于 PID 的速度控制器的参考信号上, 这改善了发动机的燃料经济性。Kiencke 和 Nielsen (2000) 使用动态纵向模型设计了速度控制器。它通过改变作为控制输入的发动机转速和喷油量来改变发动机转矩。

Gustafsson (2006) 介绍了一种用于实现前瞻控制的测试平台。该平台包含用户界面、前瞻性优化的控制器结构、CAN 软件和接口。该平台的相关设备与车辆的 CAN 总线连接。平台的前瞻方法考虑了发动机转矩、档位和路面几何信息。Li 等人 (2013) 与 Németh 等人 (2015a) 展示了乘用车的最优 ACC 控制策略的实现。该系统使用雷达和加速度传感器, 由此得到前车的加速度。优化算法产生一个可供参考的加速度信号, 该信号与之前估算的前车加速度被输入到车辆动态控制器中。

预测速度控制算法的进一步发展在 Lattemann 等人 (2004) 的汽车工业专利中得到体现和阐释。此外, Eriksson 和 Steén (2003) 提出一种方法即按照所需驾驶人行为 (油耗、排放、行驶时间), 根据车辆前方的地形特征来选择合适档位。Takahashi 等人 (1998) 提出了一种考虑到路面坡度来计算最优动力传动系统转矩的算法。

6.2 基于模型的鲁棒控制设计

6.2.1 纵向动力学建模

首先,介绍纵向动力学建模。自巡航控制方法要求尽可能简单地适用于实际车辆,故此涉及的车辆参数要尽量少。因此,纵向动力学使用以下简化模型方法来描述:

$$m \ddot{\xi}_0 = F_{l1} - F_{d1} \quad (6.1)$$

式中, m 是车辆的质量; ξ_0 是车辆位置; F_{l1} 是车轮上得到的纵向力; F_{d1} 代表纵向扰动,例如空气阻力、滚动阻力和路面坡度:

$$F_{d1} = C_a \dot{\xi}_0^2 + C_r g m \cos \nu + m g \sin \nu \quad (6.2)$$

式中, ν 是道路坡度; C_a 和 C_r 是与空气动力学和阻力相关的车辆参数。

接下来,车辆模型的变换存在两个重点。首先,车辆的质量是车辆的不确定参数。有一个标称值 m_0 , 这是已知的,但质量的变化 m_v 是未知的。假定该变化是有界的,例如, $m_v/m_0 = \pm 15\%$ 。其次,假设道路坡度是已知的。在实际中,道路的坡度可以通过两种方式获得:一个是使用等高线图,或者应用估计方法。在前一种情况下,导航任务使用的地图可以扩展为具有坡度信息的地图。如要进行坡度估计,几种方法可被使用,例如相机、激光/惯性轮廓仪、差分 GPS 或 GPS/INS 系统,参见 Bae 等人 (2001), Labayrade 等人 (2002), Hahn 等人 (2004)。Lingman 和 Schmidtbauer (2002) 提出了一种基于车辆模型和卡尔曼滤波器的估计方法。

由于解决车辆质量不确定性问题是控制系统的基本要求,有必要定义车辆的实际质量 m

$$m = m_0 + m_v \quad (6.3)$$

将式 (6.3) 代入式 (6.1), 纵向运动方程式变形如下:

$$(m_0 + m_v) \ddot{\xi}_0 = F_{l1} - F_{d1} \quad (6.4)$$

$$m_0 \ddot{\xi}_0 = F_{l1} - F_{d1} - m_v \ddot{\xi}_0 \quad (6.5)$$

考虑到 $\ddot{\xi}_0$, 实际的纵向加速度是车辆的一个可测量且有界的信号, $m_v \ddot{\xi}_0$ 被认为是车辆的干扰。与 F_d 结合起来, 产生如下表达式:

$$\begin{aligned} F_{d1} + m_v \ddot{\xi}_0 &= C_a \dot{\xi}_0^2 + C_r g (m_0 + m_v) \cos \nu \\ &\quad + (m_0 + m_v) g \sin \nu + m_v \ddot{\xi}_0 \\ &= (C_a \dot{\xi}_0^2 + C_r g m_0 \cos \nu + m_0 g \sin \nu) \\ &\quad + m_v (C_r g \cos \nu + g \sin \nu + \ddot{\xi}_0) \\ &= F_{d1,1} + m_v f_{d,2} \end{aligned} \quad (6.6)$$

请注意,表达式(6.6)包含两个不同的部分。 $F_{d1,1}$ 和 $f_{d,2}$ 中包含可测量的信号,如速度、道路坡度和纵向加速度。因此,在这种方法中, $F_{d1,1}$ 被作为一个可测量的干扰来处理。由于没有关于质量变化 m_v 的信息, $m_v f_{d,2}$ 被认为是一个未知的干扰项,实际上 $f_{d,2}$ 是干扰表达式中的可测量部分。

6.2.2 鲁棒控制策略

在下面的部分中,将提出纵向速度跟踪控制问题的控制设计。受控系统必须保证精确的跟踪与对质量变化、道路坡度和进一步干扰的鲁棒性。控制算法的保守性会因为对干扰的测量而下降。在所提出的控制方案中, $F_{d1,1}$ 作为通过测量得到的干扰。因此,建议在控制策略中推导一个可直接消除 F_{d1} 的前馈项。在下文中,提出了一种结合前馈和反馈控制设计优化的鲁棒控制设计方法。

在车轮上的实际总纵向控制力 F_{11} 被分成两部分

$$F_{11} = F_{11,0} + F_{11,1} \quad (6.7)$$

其中 $F_{11,1}$ 的目的是作为对测量干扰 $F_{d1,1}$ 的补偿,而 $F_{11,0}$ 保证了对未知干扰的抑制和整体性能。

如果 $F_{d1,1}$ 为完全补偿,则前馈控制输入为

$$F_{11,1} = F_{d1,1} = C_a \dot{\xi}_0^2 + C_r g m_0 \cos \nu + m_0 g \sin \nu \quad (6.8)$$

式中, $\dot{\xi}_0$ 与 ν 是测量和估计的参数,参见Vahidi等人(2005)。因此,前馈干扰补偿的有效性取决于 $\dot{\xi}_0$ 与 ν 的精度。由于速度的测量和道路坡度的估计是不准确的,因此前馈补偿会存在误差 $F_{d,11}$ 。通过公式(6.4)、式(6.6)、式(6.7)和式(6.8),车辆纵向运动可被描述为

$$m_0 \ddot{\xi}_0 = F_{11,0} + F_{11,1} - F_{d1,1} - F_{d,11} - f_{d,2} m_v \quad (6.9)$$

$$= F_{11,0} - F_{d,11} - f_{d,2} m_v \quad (6.10)$$

在下一步中,设计了一个能够处理式(6.9)中的扰动 $F_{d,11}$ 与 $f_{d,2} m_v$ 的反馈控制输入。

6.2.3 执行器动力学建模

在传动/制动系统的实际干预下,执行器的机械机构扮演着重要的角色。一般来说,执行器会增加系统延时并会产生额外的动态运动。所以有必要在控制器设计中考虑执行器的动力学,以改善先进驾驶辅助系统的循迹能力。在下面,产生纵向力 F_{11} 的执行器动力学的简化公式是

$$\dot{F}_{11} = -\frac{1}{\tau} F_{11} + \frac{1}{\tau} u \quad (6.11)$$

式中, u 是由控制算法计算出的控制输入。鲁棒控制设计是基于 u_0 和 $F_{11,0}$ 之间的关系来实现的。公式(6.11)所述的执行器动力学模型可以重新表达为下面

的传递函数:

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1} = 1 - \frac{\tau s}{\tau s + 1} \quad (6.12)$$

执行器动力学的再造可以作为一个系统不确定性与执行器输入的乘法模型来处理, 其中 $W_u = -\tau s/(\tau s + 1)$ 是系统的不确定量。在这种情况下, 系统的鲁棒性要求在控制设计中考虑 W_u 的最大界限。 W_u 的波特振幅图依赖于 τ 。由于最大界限 W_u 是由最高 τ 值定义的, 而 τ 的最大值与传动/制动系统的最慢作动有关。故此, 在鲁棒控制设计中必须考虑该 τ 值的变化影响。

6.2.4 反馈控制器的设计

反馈控制输入量 $F_{l,0}$ 在控制策略中有三个主要目标: 抑制未知的干扰 ($F_{d,11}, f_{d,2}m_v$)、对未建模的执行器动力学进行处理和保证控制器性能。系统的状态空间表示如下:

$$[\ddot{\xi}_0] = [0][\dot{\xi}_0] + \left[-\frac{1}{m_0} - \frac{1}{m_0}\right] \begin{bmatrix} F_{d,11} \\ F_{d,2} \end{bmatrix} + \left[\frac{1}{m_0}\right] F_{l,0} \quad (6.13)$$

其中干扰为矢量 $F_{d,jb} = [F_{d,11} \ F_{d,2}]^T$, 而 $F_{d,2} = f_{d,2}m_v$ 。系统的测得输出是速度 $\dot{\xi}_0$, 在公式中同样也得到了体现。

该系统的性能可以通过对参考速度 λ 的跟踪和最小化控制输入量 u_0 来表达。需要注意的是, 对控制输入的最小化是为了避免纵向控制过大。性能信号表达如下

$$|z_1| = |\lambda - \dot{\xi}_0| \rightarrow \min \quad (6.14)$$

$$|z_2| = |u_0| \rightarrow \min \quad (6.15)$$

包含性能和测量的控制设计系统状态空间表达式如下所示:

$$\dot{x} = Ax + B_1 F_{d,jb} + B_2 u_0 \quad (6.16)$$

$$z = C_1 x + D_{1,2}(\rho) u_0 \quad (6.17)$$

$$y = C_2 x \quad (6.18)$$

考虑 z_1 和 z_2 性能的加权函数是参数相关的, 则公式如下:

$$W_{p,1} = \frac{1}{1 - \rho} G_{p,1} \quad (6.19)$$

$$W_{p,2} = \frac{1}{\rho} G_{p,2} \quad (6.20)$$

其中传递函数 $G_{p,1}$ 和 $G_{p,2}$ 用来在控制设计中解释某些性能表现。 $F_{d,s}$ 是速度测量中的传感器噪声, $F_{d,11}$ 是未知干扰。LPV 设计的增广模型如图 6.1 所示。在这个例子中, 在性能信号、控制输入和干扰中应用了以下的加权函数:

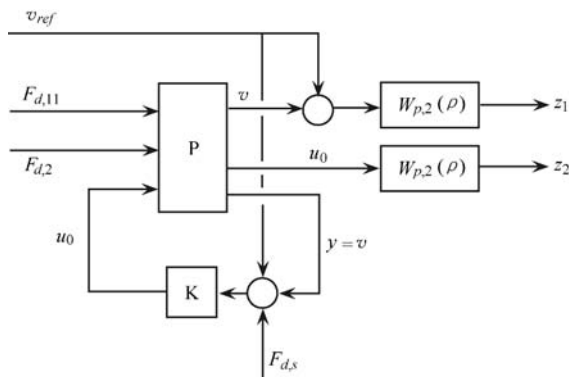


图 6.1 闭环互联

$$W_{p,1} = \frac{1428.57}{1-\rho} \frac{0.0049s + 0.07}{0.05s^2 + 0.6s + 1}$$

$$W_{p,2} = \frac{1}{7000\rho^2} \frac{0.01s + 1}{10s + 1}$$

$$W_u = \frac{0.025s}{0.025s + 1}$$

$$W_{d,11} = \frac{0.5s^2 + 1.667s + 1.389}{0.01s^2 + 0.2s + 1}$$

$$W_{d,2} = \frac{6.107s^2 + 20.36s + 16.96}{0.01s^2 + 0.2s + 1}$$

$$W_{d,s} = \frac{0.1}{0.0011 + 1}$$

参数依赖的目的是保证控制输入不超出其控制极限。这样可以避免执行器的饱和。定义的调度变量 ρ 根据图 6.2 所示的规则计算得到。请注意，在此规则下，同样必须考虑前馈控制输入 u_1 。式 (6.19) 中的传递函数 $G_{p,1}$ 在控制设计中有另外的作用。由于速度的超调量必须尽可能小，所以采用此规则对在 $G_{p,1}$ 的特性进行适当的选择。

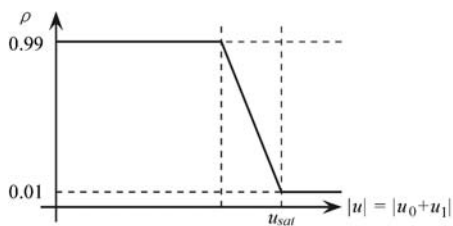


图 6.2 ρ 的计算规则

最后，生成了取决于参数 $K(\rho)$ 的控制器。反馈控制输入可以形式地计算为 $u_0 = K(\rho) \cdot (v_{ref} - v)$ 。系统的控制规律作为合并前馈 - 反馈策略的结果，利用公式 (6.8) 可得出

$$u = K(\rho)(v_{ref} - v) + C_a v^2 + C_r g m_0 \cos\theta + m_0 g \sin\theta \quad (6.21)$$

$$u = u_0 + u_1$$

因此, 控制输入 u 由两个不同分量 u_0 和 u_1 的和给出。前馈控制 u_1 的目的是为了补偿道路坡度的阻力(坡度被认为是一个测量信号)。另一个分量, 反馈控制 u_0 由 LPV 控制器计算得到。它的作用是保证准确的速度跟踪和对抗进一步干扰(速度传感器噪声、前馈不精确量以及执行器时滞)的鲁棒性和质量变化。

6.3 基于多目标优化的速度设计

在前面的章节中, 介绍了纵向动力学的控制设计。跟踪控制是先进智能巡航控制的重要组成部分, 参考速度轨迹的计算也是巡航控制系统的至关重要的一点。在下面, 将介绍一个基于多目标优化的前瞻速度设计方法。

6.3.1 速度设计的动机

节能控制策略的目的是设计道路车辆的速度, 其中考虑了几个因素, 如能量需求、燃料消耗、道路坡度、限速、排放和行驶时间。该多目标优化准则由所谓的前瞻控制方法来处理。在论文中, 诸如当前车流的速度和当前车道上的车辆车速等交通信息也被考虑在内。因此, 前瞻控制可以被认为是拥有道路和交通信息的自适应巡航控制的延伸。

节能前瞻控制的优化问题已经通过使用滚动时域控制而实现, 见于 Hellström 等人 (2010), Passenberg 等人 (2009) 的文献, 并在 Hellström 等人 (2009) 的实际实验中进行了评估。基于道路倾斜、限速, 当前车道的前方车辆和行驶时间的前瞻控制由 Németh 和 Gáspár (2013b) 提出。行驶时间和油耗之间的优化准则转换成了一个燃料约束优化任务, 见 Saerens 等人 (2013) 的文献。Asadi 和 Vahidi (2011) 提出了伴随即将到来的交通信号信息, 从而提高燃油经济性的预测巡航控制。在混合动力汽车中, 道路预测对于优化电池能量回收是很重要的。Ambuhl 和 Guzzella (2009) 提出利用未来路段地形轮廓的预测参考信号发生器的方法可使能量利用效率最大化。Keulen 等人 (2010) 提出, 在路段中的速度曲线的形状可在一个厢式货车利用非线性约束优化过程估计得出。前瞻控制也是由一系列控制系统的设计得到的。Alam 等人 (2013) 提出一种基于预览信息的协同控制策略, 它可使排在队列中的所有车辆产生合适的速度变化。前瞻控制的方法可以扩展到队列车辆共同速度的设计, 见 Németh 和 Gáspár (2014)。

在相关书籍上提出的优化方法中, 环境条件如沿路的地形数据和速度限制拥有重要的利用价值。然而, 在这些方法中, 交通信息如当前车流速度和车道中车

辆的速度没有得到太多的重视。以上是速度设计中的一个关键点。例如，一个使用前瞻控制的车辆能够根据自己内部优先级系统，可在节省能源/燃料和行驶时间之间取得平衡。然而，道路上的其他车辆具有不同的优先级，这可能导致冲突，例如，快速车辆被以节省燃料的方式行驶的车辆拖延阻滞，见 Gáspár 和 Németh (2015)。

6.3.2 速度曲线的设计

假定节能的最优速度 V_{opt} 是通过使用前瞻控制中的多目标优化方法来计算的。在设计中，利用了控制能量、行驶时间以及环境条件，如地形数据和道路上的速度限制。但是，在道路交通中车辆更倾向于节能行驶。由于车辆可能追赶上前车，有必要考虑其速度 V_{lead} 。而且，由于车辆可能与其他车辆相冲突，所以巡航的速度极限设定为 V_{lim} 。

此目的是将前瞻控制应用在驾驶人辅助系统和自主车辆控制中。由于控制由交通信息所延伸，但是交通会改变多准则优化的结果并导致较低的节能效率。前瞻概念和堵车问题组合在一起组成了一个复杂的多重标准最优化任务。本文侧重于这一任务的发展。

所提出的算法的结构如图 6.3 所示。该道路倾斜度 α 和限制速度 V_{lim} 及车辆前方数据利用当前位置和导航地图建立。而且，车辆可通过 V2V 通信接收前方和后方车辆的有关行驶信息。

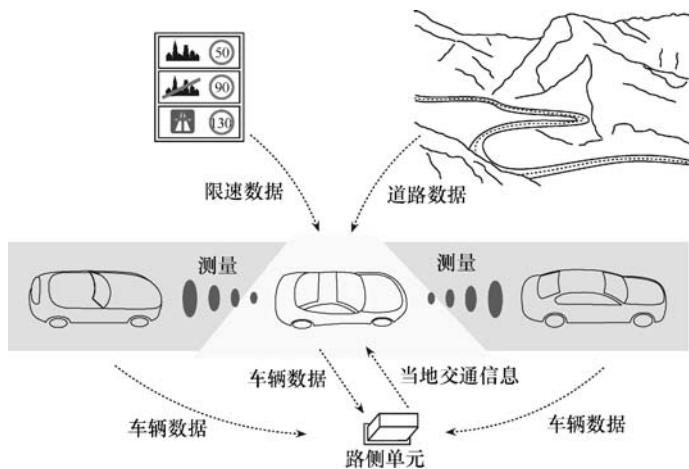


图 6.3 通信信息图

在汽车和交通控制领域，未来通信可行性调查由 Ebnre 和 Hermann (2001) 提供。Nuevo 等人 (2010) 为了检测潜在的危险情况，运用基于计算机视觉的方

法来跟踪周围的车辆并估计他们的轨迹。Kesting 等人 (2007) 提出了一种自适应巡航控制的扩展控制方法, 其中考虑了车辆到路边设施和车辆间通信的因素。Festag 等人 (2008) 为了防止突发事件和事故的发生, 将车辆间通信和车辆到路边设施传感器通信结合到了一起。

6.3.3 前瞻控制的最优化原理

在接下来的部分, 简要介绍前瞻控制的原理。车辆前方的道路被分成连续不同长度和道路地形的几个部分。道路的坡度和限速被认为是在每个部分的端点是已知的。如图 6.4 所示, 有 n 个路段和 $n+1$ 个端点。然后使用道路信息定义路段点的参考速度: $v_{ref,0}, v_{ref,1}, \dots, v_{ref,n}$ 。假定车辆的加速度在不同的时间间隔内可能会改变, 但是在同一个时间间隔内, 它几乎是恒定的。这样的目的是计算车辆在各端点上可达到的速度, 同时达到节能和行驶时间的要求。

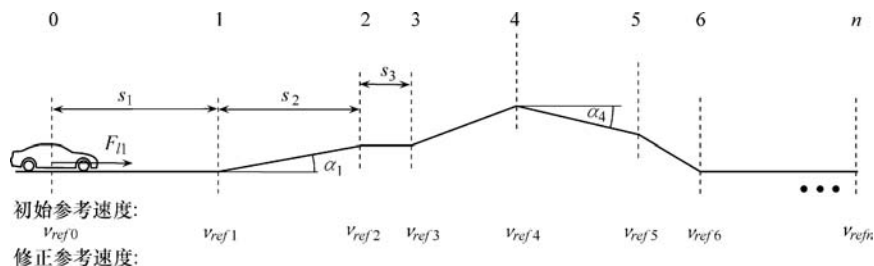


图 6.4 路面的分段

车辆在点 $i \in (1, n)$ 的速度被写作:

$$\dot{\xi}_1^2 = \dot{\xi}_0^2 + \frac{2}{m} \sum_{j=1}^i s_j (F_{lj} - F_{dj}), i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (6.22)$$

式中, $\dot{\xi}_0$ 是车辆在初始点的速度; $\dot{\xi}_i$ 是车辆在点 i^{th} 的速度; s_j 是区间 $[j-1, j]$ 的距离; F_{lj} 是纵向力。在控制力的计算中, 假定当前控制力 F_{lj} 作用于车辆, 但是, 不考虑额外的纵向力的影响, 即 $F_{lj} = 0, i > 1$ 。因此, 在该方法中, 可以计算出在第一路段中当前作用在车辆上的纵向驱动力。 F_{dj} 是由道路斜坡、滚动阻力、空气动力等产生的干扰力。来源于路面斜坡和空气阻力的干扰力在每个部分可估算为

$$F_{dj,r} = mgsin\alpha_j + \frac{1}{2}c_w\rho A\xi_j^2, j \in [1, n] \quad (6.23)$$

式中, m 是车辆质量; α_j 是道路坡度的角度; c_w 是阻力系数; ρ 是空气的密度; A 是车辆前部的接触面面积; K 是道路表面阻力; 其余的干扰 $F_{dl,0}$ 可以认为是未知量。

控制设计的目标是在每个端点上, 车辆的速度 $\dot{\xi}_i$ 必须达到预定义的参考速度, 使 $\dot{\xi}_i^2 \rightarrow v_{ref,i}^2$ 。这个定义的条件根据运动关系和扰动形式重新排列。因此, 在端点处的车辆速度利用以下公式进行计算:

$$\dot{\xi}_1^2 = \dot{\xi}_0^2 + \frac{2}{m}s_1F_{l1} - \frac{2}{m}s_1F_{d1,o} - \frac{2}{m}\sum_{j=1}^i s_jF_{dj,r} \quad (6.24)$$

下一步, 将预测权重 Q 、 γ_1 、 γ_2 、 $\cdots$ 、 γ_n 应用于各端点。它们代表了第 i 个条件的优先级。权重总和必须为 1, 即,

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \cdots + \gamma_n + Q = 1 \quad (6.25)$$

而预测权重 γ_i 表示道路状况的比率, 权重 Q 具有至关重要的作用: 它决定了当前参考速度 $v_{ref,0}$ 的跟踪要求。通过增加 Q , 瞬时速度变得更重要而路况变得不那么重要。例如, 当 $Q=1$ 时, 控制任务可简化为一个巡航控制问题。

在式 (6.24) 中应用权重, 得到下面的公式:

$$\dot{\xi}_0^2 + \frac{2}{m}s_1(1-Q)F_{l1} - \frac{2}{m}s_1(1-Q)F_{d1,o} = v \quad (6.26)$$

其中 v 值取决于道路坡度、参考速度和权重。

$$v = Qv_{ref,0}^2 + \sum_{i=1}^n \gamma_i v_{ref,i}^2 + \frac{2}{m}\sum_{i=1}^n s_i F_{di,r} \sum_{j=1}^n \gamma_j \quad (6.27)$$

应用公式 (6.26) 是为了在速度设计中考虑道路信息 (道路坡度、速度限制)。车辆瞬时加速度以下列方式表示: $\ddot{\xi}_0 = (F_l - F_{d1,0} - F_{d1,r})/m$, 其中 $F_{d1,r} = mgsin\alpha$ 。它产生预测的速度, 且该速度被认为是一个在控制设计中的参考信号

$$\dot{\xi}_0 \rightarrow \lambda \quad (6.28)$$

其中, 参数 λ 是根据设计的 v 按以下方式计算得出:

$$\lambda = \sqrt{v - 2s_1(1-Q)(\ddot{\xi}_0 + gsin\alpha)} \quad (6.29)$$

公式 (6.26) 显示了预测速度 $\dot{\xi}_0$ 取决于权重 (Q 和 γ_1)。Németh 和 Gáspár (2013b) 详细介绍了速度曲线设计。

6.4 车辆巡航控制的优化方法

车辆的速度设计带来两个优化问题: 纵向力必须最小化并且与参考速度的偏差必须最小化。纵向控制力 $F_{l1}^2 \rightarrow \min$ 的最小化引出第一个二次最优化问题 (优化 1), 这类问题可使用公式 (6.26), 经选择合适的权重来解决。

$$\overline{F_{l1}^2} = (\beta_0(\overline{Q}) + \beta_1(\overline{Q})\overline{\gamma_1} + \cdots + \beta_n(\overline{Q})\overline{\gamma_n})^2 \rightarrow \min \quad (6.30)$$

其具有约束 $0 \leq \overline{Q}$ 、 $\overline{\gamma_i} \leq 1$ 和 $\overline{Q} + \sum \overline{\gamma_i} = 1$ 。当前车速和参考速度之间的差异的最小化引出第二个优化问题 (优化 2):

$$|v_{ref,0} - \dot{\xi}_0| \rightarrow \min \quad (6.31)$$

通过选择权重: $\check{\gamma}_i = 0, i \in [1, n]$ 可得出最优解, 在这种情况下车辆可追踪预设速度。

这两个优化标准导致不同的最佳解决方案, 且必须实现性能之间的平衡。因此, 引入两个性能权重。第一个优化中, 性能权重 R_1 与式 (6.30) 的重要性有关, 而第二个优化中, 性能权重 R_2 与式 (6.31) 相关。性能权重存在一个约束: $R_1 + R_2 = 1$, 其中 $0 \leq R_1 \leq 1, 0 \leq R_2 \leq 1$ 。因此, 优化任务之间的平衡可以通过选择以下性能权重来实现:

$$Q = R_1 \bar{Q} + R_2 \check{Q} = 1 - R_1 (1 - \bar{Q}) \quad (6.32a)$$

$$\gamma_i = R_1 \bar{\gamma}_i + R_2 \check{\gamma}_i = R_1 \bar{\gamma}_i, i \in \{1, \dots, n\} \quad (6.32b)$$

这两个等式表明预测权重取决于 R_1 。通常驾驶人根据他们的目标和需求设置权重 R_1 , 从而他们在节能和驾驶时间之间建立一个平衡。车辆的最佳瞬时速度近似于

$$v_{opt} = \bar{\lambda} \quad (6.33)$$

且

$$\bar{\lambda} = \sqrt{v - 2s_1 R_1 (1 - \bar{Q}) (\ddot{\xi}_0 + g \sin \alpha)} \quad (6.34)$$

和

$$\bar{v} = v_{ref,0}^2 - R_1 (1 - \bar{Q}) v_{ref,0}^2 + R_1 \sum_{i=1}^n \gamma_i v_{ref,i}^2 + R_1 \frac{2}{m} \sum_{i=1}^n s_i F_{di,r} \sum_{j=1}^n \gamma_i \quad (6.35)$$

6.4.1 速度设计中前车的操纵性

由于车辆可能赶上前面的车辆, 所以需要考虑后者的速度 v_{lead} 。此问题由性能权重 R_1 处理, 控制系统必须更关注速度而不是节能, 以避免发生碰撞, 从而变成一个传统的巡航控制问题。

车辆之间的安全距离按照 91/422 / EEC, 71/320 / EEC UN 和 EU 法规计算 (速度以 km/h 表示): $d_{safe} = 0.1 \dot{\xi} + \dot{\xi}^2 / 150$, 其中 $\dot{\xi}$ 是当前车速。当车辆之间的距离低于 d_{safe} 时, 当前的速度必须是 v_{lead} 。为了避免突然制动, 在相距较长距离时开始减速, 距离为 $(1+c) \cdot d_{safe}$, 其中常数 $0 < c < 1$ 。

考虑到 d_{safe} 的权重 $R_{1,p}$ 由以下公式中选择:

$$R_{1,p} = \begin{cases} 0 & \text{若 } d < d_{safe} \\ R_1 \frac{d - d_{safe}}{(1+c)d_{safe}} & \text{若 } d_{safe} \leq d \leq (1+c) \cdot d_{safe} \\ R_1 & d > (1+c) \cdot d_{safe} \end{cases} \quad (6.36)$$

此外, 如果 $d < (1 + c) \cdot d_{safe}$, 则 $v_{ref,0} = v_{lead}$ 。

车辆在行驶中的最佳速度是通过应用表达式 (6.33) 中的 $R_1 = R_{1,p}$ 来计算的。注意当 $R_{1,p} = 0$ 和 $v_{ref,0} = v_{lead}$ 时, 前瞻控制是一个传统的巡航控制, 车辆只会跟随前车而不会考虑燃油经济性。如果前面的车辆不妨碍后车使用前瞻控制行驶, 则权重设为 $R_{1,p} = 1$ 。

6.4.2 速度设计中跟随车辆的动态表现

用节能方法控制的车辆在高速公路上对前方较慢的车辆进行超车, 同时, 另一辆车加速到达限速也开始超车动作。由于车辆在道路行驶中趋向于节能, 这可能与其它以最大限制速度巡航行驶的车辆发生冲突。偏好权重 R_1 会导致行驶中的非最佳运动。节能行驶速度和本地交通流量之间的平衡是通过调整 R_1 值来实现的。后车的动作可被分为三个步骤。第一步, 运用前瞻控制预测到本车当前的速度和动态 (步骤1)。第二步, 预测后车的动态 (步骤2)。第三步, 计算安全距离, 这也是选择 R_1 数值的基础 (步骤3)。

步骤1: 使用前瞻控制的车辆的最优速度是基于公式 (6.33) 的。基于公式 (6.35) 的 $\bar{v}$ 的表达式可被重写为

$$\begin{aligned} \bar{v} = & v_{ref,0}^2 - R_1 v_{ref,0}^2 + R_1 \bar{Q} v_{ref,0}^2 + R_1 \sum_{i=1}^n \bar{\gamma}_i v_{ref,i}^2 \\ & + R_1 \frac{2}{m} \sum_{i=1}^n s_i F_{di,r} \sum_{j=1}^n \bar{\gamma}_j = v_{ref,0}^2 (1 - R_1) + R_1 \tilde{v} \end{aligned} \quad (6.37)$$

其中, $\bar{v}$ 包含根据公式 (6.27) 的 v 的表达式, 该表达式使用节能预测权重 $\bar{Q}$ 、 $\bar{\gamma}_i$ 。

根据式 (6.34), 根据预测道路信息计算得出最佳速度 λ 。通过预测权重 $\bar{Q}$ 、 $\bar{\gamma}_i$ 计算出最优速度如下:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}^2 = & v_{ref,0}^2 (1 - R_1) + R_1 \tilde{v} - 2s_1 R_1 (1 - \bar{Q}) (\ddot{\xi}_0 + g \sin \alpha) \\ = & v_{ref,0}^2 (1 - R_1) + R_1 \tilde{\lambda}^2 \end{aligned} \quad (6.38)$$

其中, $\tilde{\lambda}$ 包含根据公式 (6.29) λ 的表达式, 该表达式使用节能预测权重 $\bar{Q}$ 、 $\bar{\gamma}_i$ 。

由式 (6.24) 和式 (6.38) 得, 端点 n 处车辆的预测估计速度是

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_n^2 = & v_{ref,0}^2 (1 - R_1) + R_1 \tilde{\lambda}^2 + \frac{2}{m} s_1 F_{ll} - \frac{2}{m} s_1 F_{dl,o} - \frac{2}{m} \sum_{i=1}^n s_i F_{di,r} = R_1 N_1 + N_2 \end{aligned} \quad (6.39)$$

根据式 (6.39) 可知, 在点 n 的预测速度 $\dot{\xi}_n$ 是基于瞬间速度、纵向力和扰动得来的。因此, 在 n 点处预测的速度独立于 $v_{ref,n}$ 。然而, 这有可能还存在一些问题, 因为当 $R_1=0$ 时, n 点的预测速度必须是 $v_{ref,n}$ 。为了达到这个要求, 通过运用参考速度和加权因子, 预测速度必须以如下方式进行修改:

$$\dot{\xi}_n^2 = (R_1 \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2) R_1 + (1 - R_1) v_{ref,n}^2 \quad (6.40)$$

这个公式的优点是将参考速度引入到预测速度中, 从而使计算过程更加可靠。

步骤 2: 在第二步中, 将预测后车的运动。假定受控车辆拥有后车的速度和加速度的信息 ($\dot{\eta}_0, \ddot{\eta}_0$) 和车辆之间的瞬间距离 e_0 。也假定后车匀加速直到达到限制速度, 即 $i < j$ 。然后它不会进一步加速, 因此在之后部分, 车辆的预测速度是 $v_{ref,j}, \dots, v_{ref,n}$, 即 $i \geq j$ 。

根据信息 ($\dot{\eta}_0, \ddot{\eta}_0, e_0$), 须计算车辆在行驶时间为 $\Delta t_i (i = \{1, \dots, n\})$ 的每个部分中的运动。加速期间后车的位移是

$$\eta_k = \frac{\ddot{\eta}_0}{2} \left(\sum_{i=1}^k \Delta t_i \right)^2 + \dot{\eta}_0 \sum_{i=1}^k (\Delta t_i), k \in [1, j-1] \quad (6.41)$$

其中一段中的行驶时间是 Δt_i 。当后车到达限制速度时, 它不会进一步加速。而且, 它的速度不会超过预定义的参考速度 $v_{ref,j}, \dots, v_{ref,n}$ 。此时车辆的位移是

$$\eta_l = \eta_{j-1} + \sum_{i=j}^l (v_{ref,i} \Delta t_i), l \in [j, n] \quad (6.42)$$

步骤 3: 最后, 在第三步中, 计算安全距离。现在受控车辆与后车之间的安全距离必须得到保证。假定安全距离 d_{safe} 是预设的。

受控车辆打算使用节能的预测巡航控制, 而后面跟随车辆的目标是保持限制速度行驶。因此, 前瞻控制策略发生改变, 使得后车的运动被考虑在内。一个可行的方法是在行驶期间修改性能权重 R_1 并在后车的设计速度和所需速度之间创造平衡。本节的目的是开发一种方法来重新设计权重 $R_{1,f}$ 。

安全距离的标准是基于车辆的运动而制定的。在每个阶段的行驶期间, 必须保证两车之间的距离满足以下不等式:

$$\xi_i + e_0 - \eta_i \geq d_{safe}, i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (6.43)$$

式中, ξ_i 是受控车辆的预测位移; e_0 是车辆之间的瞬时距离 ($t=0$); η_i 是后车的预测位移。有必要找到性能权重 R_1 的最大值, 以满足不等式 (6.43) 的条件。请注意, R_1 的增加会导致更长的行驶时间。因此, R_1 可以由驾驶人使用预定义的范围 $R_{1,\max}$ 限制。

安全巡航的优化标准如下:

$$R_{1,f} = \max_{[0; R_{1,\max}]} R_1 \quad (6.44)$$

如此满足以下条件：

$$\sum_{i=1}^j \xi_i + e_0 - \eta_j - d_{safe} \geq 0, j \in \{1, \dots, n\} \quad (6.45)$$

优化结果 $R_{1,f}$ 用于预测权重 Q 和 γ_i 的计算。根据预测权重，可计算出控制车辆的参考速度 λ 。在每一步中都会执行优化程序式 (6.44)，因此性能权重 $R_{1,f}$ 按照当前的当地交通信息被连续地重写。如果后车不打扰使用前瞻控制的车辆行驶的话，那么权重被设定为 $R_{1,f} = 0$ 。

在实际中，优化程序式 (6.44) 的解决方案需要大量的计算工作量。不管怎样，在式 (6.44) 中，之前计算步骤 $R_{1,old}$ 的结果可以作为初始值。如果要在间隔中

$$[\max(R_{1,old} - \alpha, 0), \min(R_{1,old} + \alpha, R_{1,max})]$$

例如当 $n = 10$ 点和 $\alpha = 0.1$ 时搜索新的结果 $R_{1,new}$ ，计算时间会显著减少。请注意， $R_{1,max}$ 由驾驶人在间隔 $R_{1,max} = [0; 1]$ 内设置。

6.4.3 车道变换的决策方法

在这一部分，提出了车道变换的决策算法。在车道变换期间，必须保证安全行驶和避免车辆之间的冲突且防止堵车。首先，必须确保新车道上前后车辆的安全距离。因此，在执行换道之前必须检查安全距离。其次，也必须避免节能车辆限速巡航后车间的冲突。因此，必须将考虑前车与后车的运动纳入到决策方法中。

从本质上讲，如果使用高能效车速控制的车辆在当前车道不能保持设计速度，且同时在相邻车道上可以保证此车速，并操纵安全，则更换车道是首选。速度曲线受到前瞻控制中的两个加权因子的影响。权重 $R_{1,f}$ 用于考虑后车，而权重 $R_{1,p}$ 用于处理前车。除了计算最佳的速度，在这期间，当前车道和相邻车道的可接受的速度也被计算。由于权重因子 $R_{1,f}$ 和 $R_{1,p}$ 能够影响到可接受的速度，因此两个权重因子也被计算和考虑。在换道的决定方法中，必须分析这两个因素。

情景 1：受控车辆赶上前车。

在这种情况下 $R_{1,p}$ 倾向于零，车辆适应前车的速度。由于前方车辆行驶较慢，因此当前速度可能与设计速度有很大的不同，因此必须分析车道变化。必须计算相邻车道 $R_{1,p}^a$ 。

情景 2：后车赶上受控车辆。

由于 $R_{1,f}$ 减小，车辆适应后车的速度。由于后车行驶得较快，当前的速度可能与设计速度有很大的不同，因此必须分析车道变化。必须计算相邻车道 $R_{1,f}^a$ 。

必须检查两个基本的不等式。需要计算相邻车道 $R_{1,p}^a$ 和 $R_{1,f}^a$ 并将它们与当前的 $R_{1,p}$ 和 $R_{1,f}$ 进行比较。如果以下两个不平等状况持续下去，就必须执行换道。

当 $R_{1,p}^a$ 远大于 $R_{1,p}$ 时, 这意味着在相邻车道上没有前面的车辆, 同时 $R_{1,f}^a$ 大于 $R_{1,f}$, 表示后方跟随车辆不受阻碍, 能够保证以节能速度行驶。此外, 前车和后车在新车道的安全距离也能够保证。 d_p 和 d_f 分别是在新车道上与前车和后车的距离。

综合以上思路, 以下基于逻辑的决策方法可以成立:

如果

$$R_{1,p}^a - R_{1,p} > \varepsilon_p \quad \text{且} \quad R_{1,f}^a - R_{1,f} > \varepsilon_f \quad (6.46)$$

而且,

如果

$$d_p \geq d_{safe} \quad \text{且} \quad d_f \geq d_{safe} \quad (6.47)$$

则应执行车道变换, 其中 ε_p 和 ε_f 是预定值。

在这种情况下, 车道变换行为应该自动完成, 或者这个建议应该由驾驶辅助系统传递给驾驶人。

6.5 驾驶/制动系统中控制方法的实现

鲁棒控制设计的控制变量是纵向力输入 $u = F_{ll}$ 。然而, 真正的物理系统有两个输入, 传动系和制动输入。在接下来的部分, 将展示 F_{ll} 转化为真实物理量输入的过程。

在传统的发动机动力传动系统中, 档位和节气门是起到了干预的作用。所提出的方法考虑了一个自动变速器, 其中档位由发动机转速和节气门开度 $\varepsilon \in [0 \cdots 1]$ 确定。因此, 有必要找到一个合适的 ε , 保证了产生相应的力 F_{ll} 。由于传动系动力学式 (6.11) 比纵向动力学更快, 动力传动系统的瞬变在计算中忽略不计。 F_{ll} 和 α 之间的转换是基于静态关系而得的。

发动机所需转矩的计算公式如下:

$$M_{eng} = \frac{F_{ll} R_w}{k_0 k_g} \quad (6.48)$$

式中, R_w 是车轮半径; k_0 和 k_g 是驱动桥和传动装置的传动比。 k_g 的数值取决于当前档位。 M_{eng} 和 ε 之间的转换是通过发动机特性执行的, 参见图 6.5 (见彩插)。这个计算需要测量发动机转速 ω 及基于 M_{eng} 和 ω 特性的反转。

文献中的制动系统是传统的液压结构。液压制动的动力学 τ 比纵向运动更快, 因此, F_l 和制动缸压力之间的关系由静态方程描述。首先, 纵向力在前后轴之间分配, 使用以下表达式, 参见 Zomotor (1991):

$$F_r = -F_{fr} - \frac{mgl_2}{2h} + \sqrt{\frac{F_{fr}(l_1 + l_2)mg}{h} + \left(\frac{mgl_2}{2h}\right)^2} \quad (6.49)$$

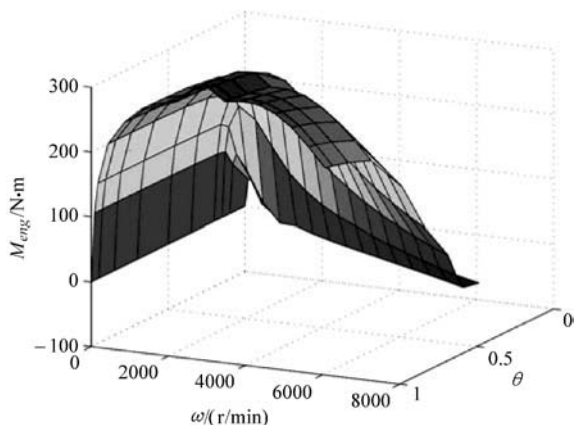


图 6.5 典型发动机特性

式中， F_r 和 F_{fr} 分别是后方和前方的车轮力； h 表示重心的高度； l_1, l_2 是各车轴和重心之间的距离。在车左侧和右侧 F_{fr} 和 F_r 被平分。其次，车轮的纵向力被转换成制动缸制动压力，如

$$p_i = \frac{F_i R_w}{C_{pM,i}} \quad (6.50)$$

式中， F_i 是车轮的纵向力； $C_{pM,i}$ 是常数，取决于车轮制动器的结构。

驱动动力传动系统和制动系统之间的决策取决于控制力 F_H 。如果 $F_H > 0$ ，则节气门被激活，否则制动缸的制动压力增加。

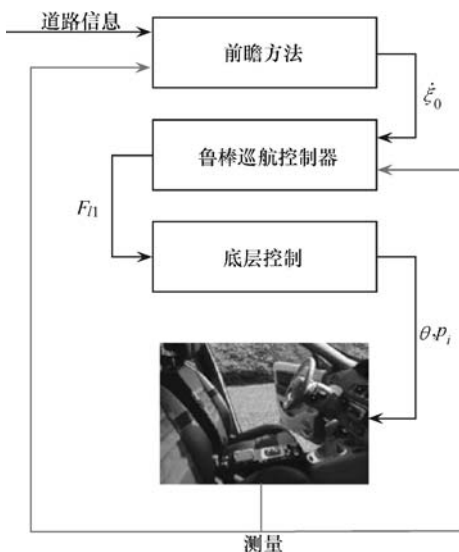


图 6.6 巡航控制构架

6.5.1 控制器软件在环的实现

在下面的章节中，将呈现在软件在环（SIL）对前文所述系统的实施。控制算法有三个层次，如图 6.6 所示。

- 高层包含生成巡航控制的参考速度信号的前瞻控制策略。这基于即将到来的道路综合信息，例如道路坡度。它保证了巡航车辆的燃油效率。

- 中间层是前馈反馈 H_∞ 控制器。它保证了速度跟踪以及对质量变化和纵向干扰的鲁棒性。控制器的输出是 F_H 信号。

- 底层结合了控制力 F_H 到发动机节气门开度 ε 的转换。而且，它实现了在

车辆的车轮上驱动和制动力的分配。

软件在环 (SIL) 的框图如图 6.7 所示。SIL 由 CarSim 车辆模拟器工作站和实现控制器的 dSPACE 组成。在工作站中, CarSim 与 MATLAB / Simulink 联合仿真工作。CarSim 模拟器与 MATLAB/Simulink 软件是标准的工业工具, 能够高准确性地仿真车辆动力学。工作站与 dSPACE 之间的通信通过 CAN 总线得以实现。在 SIL 模拟之前, 所设计的控制系统接入到实时设备上。控制信号在 dSPACE 中由 0.01s 采样时间的微分方程的离散时间求解器计算。

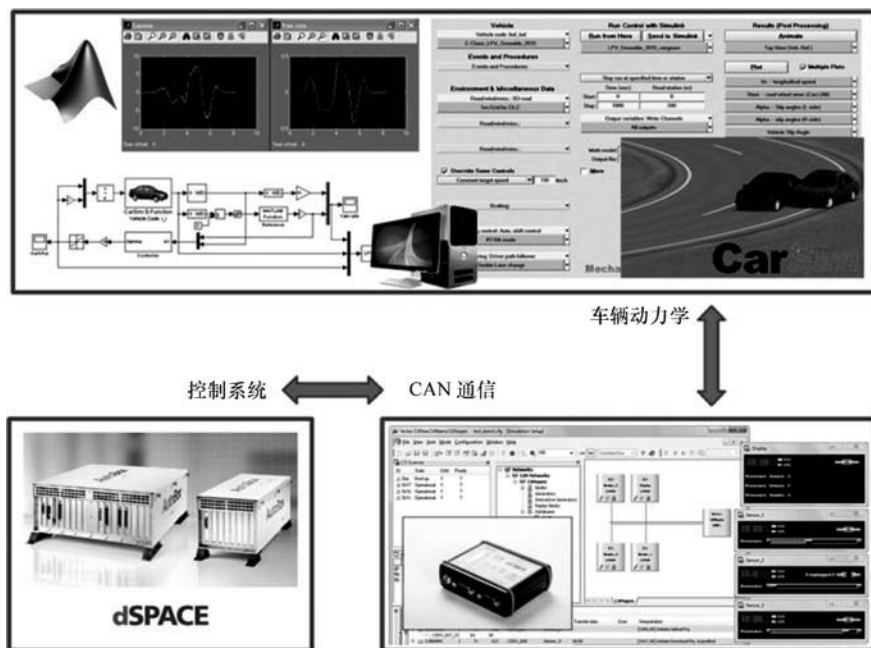


图 6.7 软件在环仿真

6.5.2 模拟仿真结果

在仿真中, 分析了具有实际数据的运输路线。地形特点和地理信息是米卢斯和贝尔福之间的一段 35km 长的法国高速公路。在仿真中, 使用一个常规的紧凑型 SUV 乘用车。规定的最大速度是 130km/h, 但路段中包含其他的速度限制, 路段也包含丘陵部分。高速公路的数据 (海拔、速度限制) 从最新的地理/导航数据库, 如谷歌地球或谷歌地图得到。

仿真的目标是展示前馈反馈巡航控制和前瞻策略组合的效率。因此, 在模拟中显示了两个场景, 即有或者没有前瞻控制。在前瞻模拟中, 将考虑即将到来的地形特征信息和速度规划信息, 这影响了车辆的速度曲线。

图 6.8a 显示了高速公路的海拔, 其中包含数个上坡和下坡路段。在道路上, 发现有几个车速限制 (80km/h, 90km/h, 110km/h), 如图 6.8b 所示。结果表明, 设计的前馈反馈控制器能够跟踪车速限制的变化。在前瞻巡航控制的情况下, 由于考虑到山丘和速度限制的影响, 所需的速度明显改变。例如, 在节点 12~14km 之间, 高速公路上有一个山谷。因此, 在山谷前, 车辆的牵引力减小了 (见图 6.8c), 导致车速降低。然而, 在山谷的下坡部分, 车辆加速从而节约燃油。

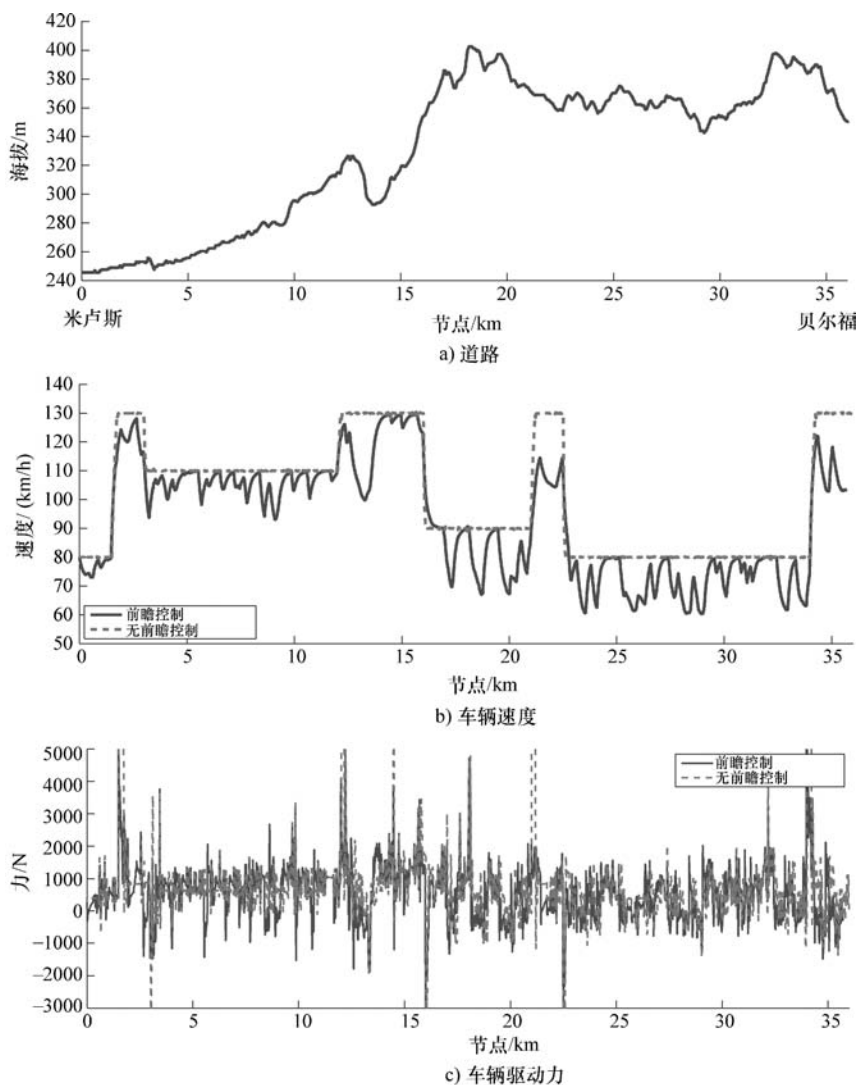


图 6.8 巡航控制仿真

纵向控制元件的驱动如图 6.9 所示。图 6.9a 表明巡航时发动机的转速普遍降低。这是由于节气门开度减小,如图 6.9b 所示。由于发动机驱动较少,从而燃油消耗减少。图 6.9c 展示了前轮的制动力。

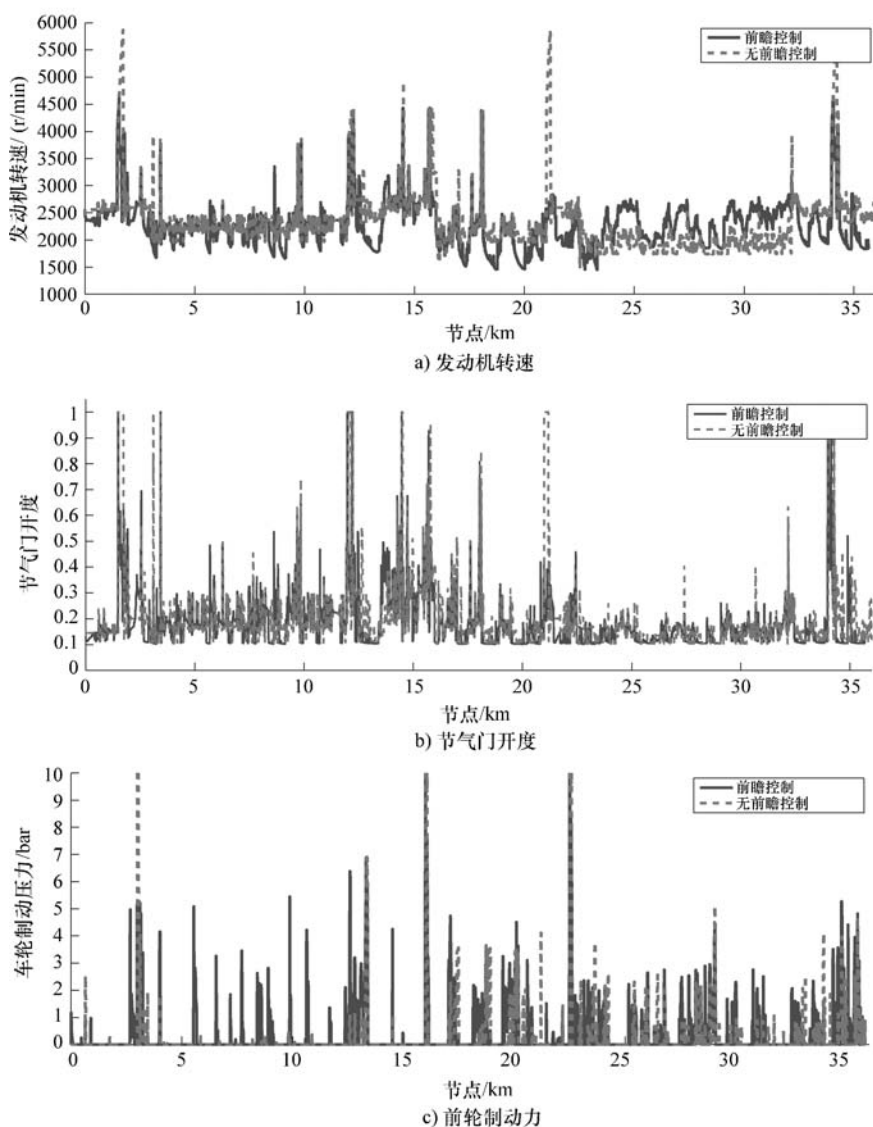


图 6.9 巡航控制驱动

最后,巡航控制系统的油耗如图 6.10 所示。在此提出的前瞻性方法比没有

前瞻控制的巡航控制有更少的燃油消耗。由于适应了实际的地形特征和速度限制，总油料的节约量为3%。由于在前瞻方法中，车辆的速度可能低于给定路段部分允许的最大值，加速/减速比传统的方法进行得更缓慢，行驶的时间预计会更长。但是，行驶时间差仅仅只有2min。

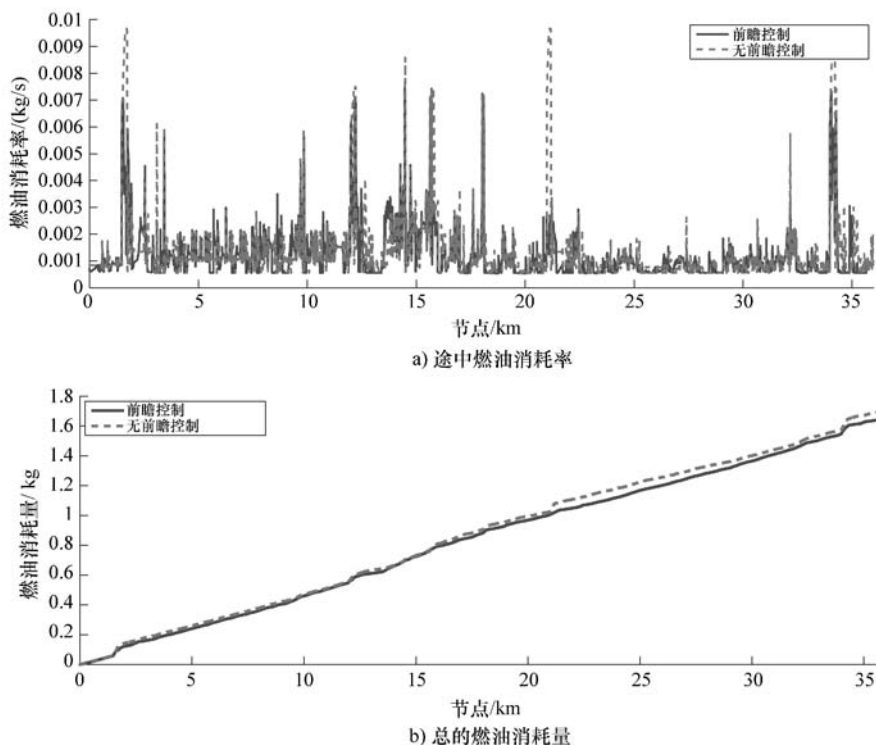


图 6.10 燃油消耗数据

第 3 部分 横向及集成控制

第7章 车辆集成控制系统的设计

7.1 车辆集成控制的动机

通常情况下,车辆控制系统是分别由供应商和车辆公司单独设计完成的。但是,独立设计的问题难题之一就是要满足各性能间的协调要求,即这些单独设计的控制器有时会在整车方面引起相互冲突。制动作用影响车辆的纵向动态,如速度和俯仰角。然而,由于车辆悬架的几何结构不同,制动作用会导致车辆横摆和侧倾动态的变化,如图 7.1 所示。同样,转向角度也会改变车辆的横摆偏航角度。如果车辆重心较高,转向操作将导致簧上质量的侧倾角和俯仰角也随之改变,如图 7.2 所示。此外,独立设计的第二个问题是控制硬件能够被划分到分散

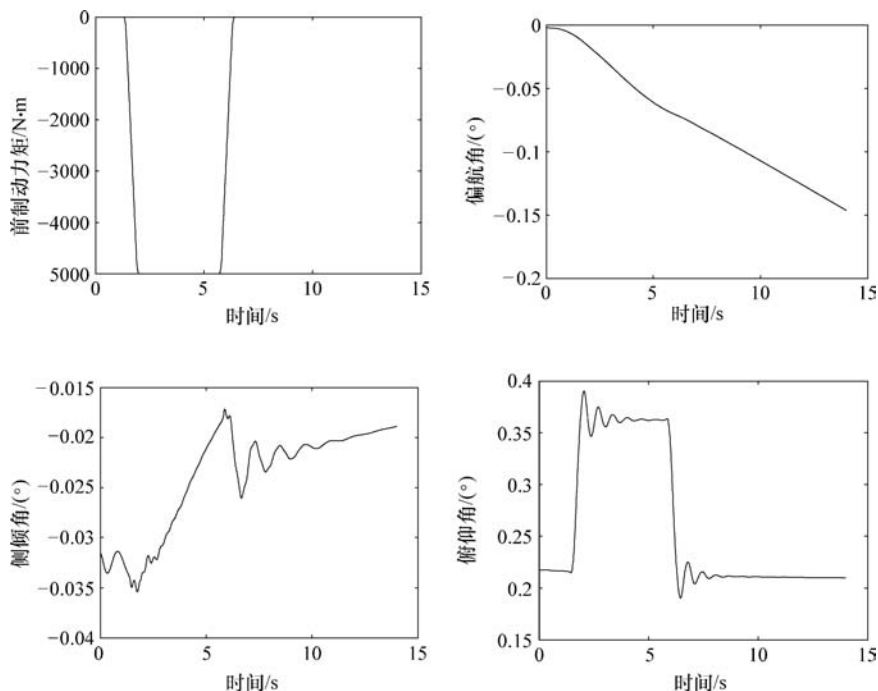


图 7.1 制动对车辆动态动力学的影响

的子集中,使传感器信息与控制要求间失去关联。这种方案可能会导致不必要的硬件冗余。

车辆集成控制的目的是联合与监控所有影响车辆动态响应的可控子系统。更详细地说,车辆集成控制必须改进现有执行器的多目标性能,必须在多控制任务中使用传感器,必须减少独立控制系统的数量,同时必须提高控制系统的灵活性。一个集成控制系统应当通过所选择的多种性能指标,将车辆其他控制系统的功能效果一并考虑在内。符合车辆行业要求的几个性能指标都在研究的重点关注之列,例如改善轮胎抓地性、提高乘客的舒适性和改善滚动和俯仰稳定性,提出容错解决方案,参见 Gordon 等人 (2003), Yu 等人 (2008) 的文献。

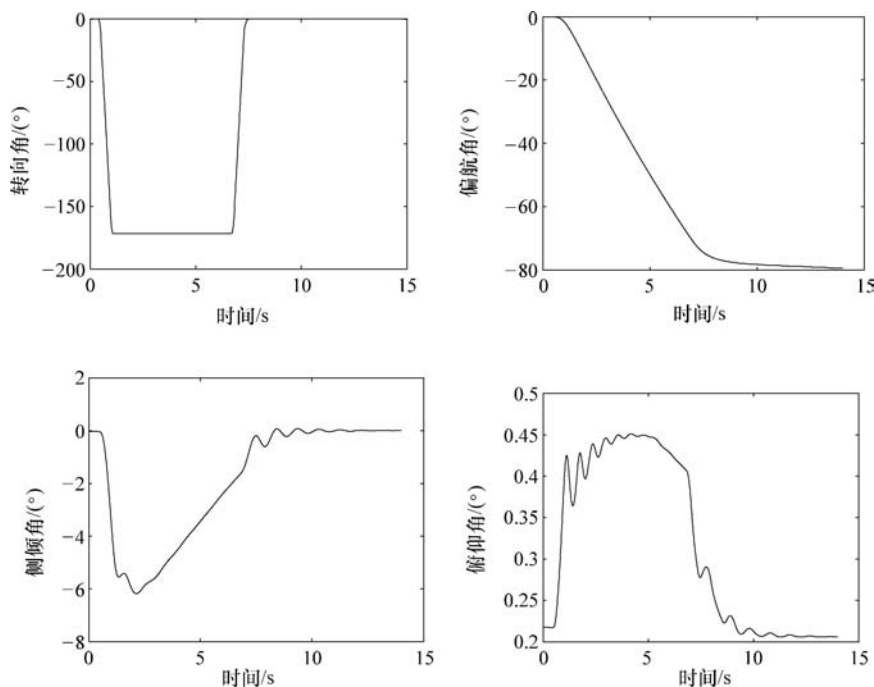


图 7.2 转向对车辆动态动力学的影响

近些年,研究机构和汽车供应商越来越需要一些包括配套硬件在内的车辆控制方法来完善自己的产品。这里用几个例子来说明。Ono 等人 (2006 年) 提出了具有四轮分布式转向和四轮分布式驱动/制动系统的车辆控制方法。Kim 等人提出了具有节气门控制和自动变速控制的车辆控制策略设计流程 (2007 年)。Zhang 等人提出了一种使用主动转矩分配和差动制动系统相结合的横摆稳定性控制系统 (2009 年)。Jianyong 等人 (2007)、Wang 以及 Nagai (1996) 等人提出了一种关于四轮转向和横摆力矩控制的整合控制方法。Bardawil 等人提出了一种关

于转向和差速制动的整合控制方法 (2014)。Cairano 等人提出了基于轮胎力特性分段仿射近似的 MPC 差速制动与转向角的集成控制 (2013 年)。主动转向和悬架控制器也被集成以提高横摆和侧倾稳定性, Mastinu 等人 (1994)。Poussot - Vassal 等人 (2008)、Zin 等人 (2008 年) 以及 Fergani 等人 (2015 年) 提出了关于主动悬架和 ABS 的全局底盘控制系统。Rajamani 等人 (2000 年) 将传动系统和制动器集成在一起。侧倾稳定控制的一个重要解决方案是基于 ESC 的制动控制, 参见 Lu 等人 (2007 年)、Palkovics 和 Fries (2001 年)。Burgio 与 Zegelaar (2006), Gáspár 等人 (2004a) 提出了制动、转向和悬架系统间可能的整合方法。Gáspár (2010) 和 Németh (2016 年) 再次提出了基于 LPV 的集成控制设计, 并通过选择最佳调度变量保证了性能。在 Doumiati 等人 (2013) 的文献中提出了一种主要协调转向和制动的 LPV 增益调节方法。Song 等人 (2015 年) 提出了一种适用于全线控车辆的集成底盘控制器设计的分层方法。基于转向和纵向控制的耦合关系, Attia 等人 (2014a) 提出了非线性模型预测控制的自动指导系统设计。

集中控制器的几个优点: 所设计的控制器保证了性能指标和抗不确定性的稳健性; 该解决方案 (能够) 减少必要的传感器的数量; 提高执行器的灵活性并避免不必要的重复。不过, 高复杂度的控制问题往往难以处理, 即车辆模型越复杂, 必须处理的问题越多。而且, 这种集中的方法不适合由车辆部件供应商进行设计任务。此外, 如果要将新部件添加到系统中, 则整个系统必须重新设计 (图 7.3)。

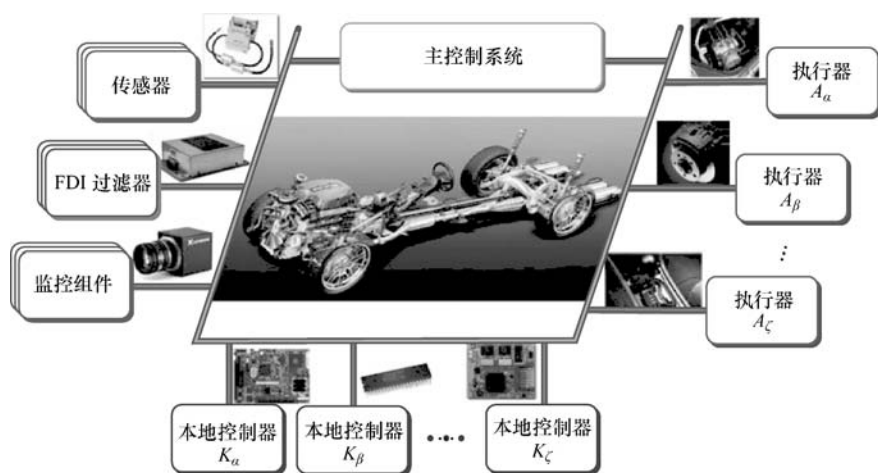


图 7.3 车辆整合控制的体系结构

因此, 车辆领域应用一种同时运行的分散式控制器来解决上述问题。这种架

构的优点是使车辆的复杂性可以分为几个部分。在这个分散的控制结构中,存在着主控制与局部控制组件之间的逻辑关系。局部控制组件间的通信通过使用 CAN 总线来执行。为了满足性能指标,主控制系统的任务是建立组件之间的合作关系、防止它们之间互相干扰和冲突。该主控系统拥有车辆的当前操作模式的信息,即各种车辆操纵,或从监控组件收集的不同故障操作和故障检测和辨识(FDI)过滤器。主控系统能够就车辆部件的必要干预做出决定,并保证车辆的可重构和容错性。这些调度信号通过预定义接口将决策传播到较低层。工业机电一体化产品中,故障检测方法的一些示例参见 Muenchhof 等人(2009)的文献。

7.2 集成控制中的线性变参数概念

控制设计的目标是跟踪预先确定的路径,保证轮胎抓地性和提高车辆横摆、侧倾与俯仰的稳定性。系统中应用了几种控制元件:主动制动、主动转向和主动悬架系统,如图 7.4 所示。

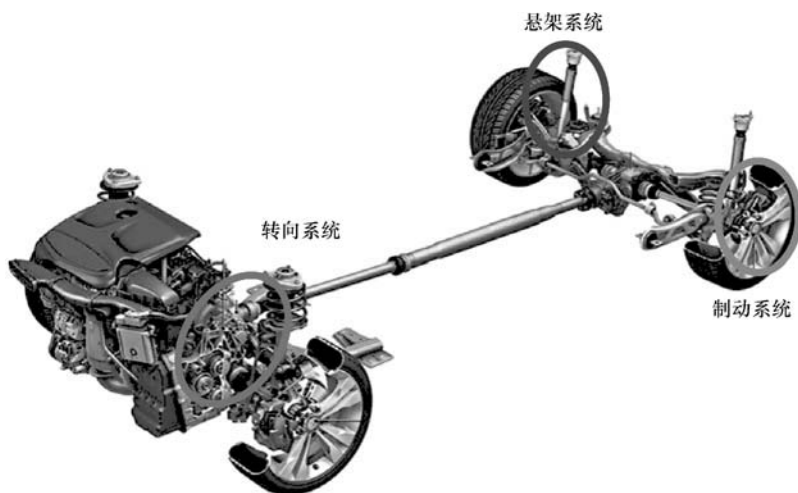


图 7.4 包含三个控制组件的集成系统

通过主动转向,解决了跟踪问题。这个系统的控制输入是转向角 $u_d = \delta_f$ 。采用主动悬架系统,改善了轮胎抓地性和乘客舒适性。悬架系统还能通过在紧急机动时突然施加制动和横摆力矩产生俯仰力矩来提高俯仰和侧倾稳定性。控制输入悬架执行器产生控制输入: $u_s = [f_{fl}, f_{fr}, f_{rl}, f_{rr}]^T$ 。在控制系统中,制动能够在转弯时改善车辆的横摆角并减小横向加速度的影响。当侧翻持续迫近并将要发生时,制动系统被激活以减少侧翻的风险。同时,它也能够两侧的的前后轮上产生单边制动力 $u_b = \Delta F_b$ 来防止侧翻。

一个包含三个集成主动控制系统的管控结构如图 7.5 所示。在这一章的后续部分，将给出集成控制的原理。

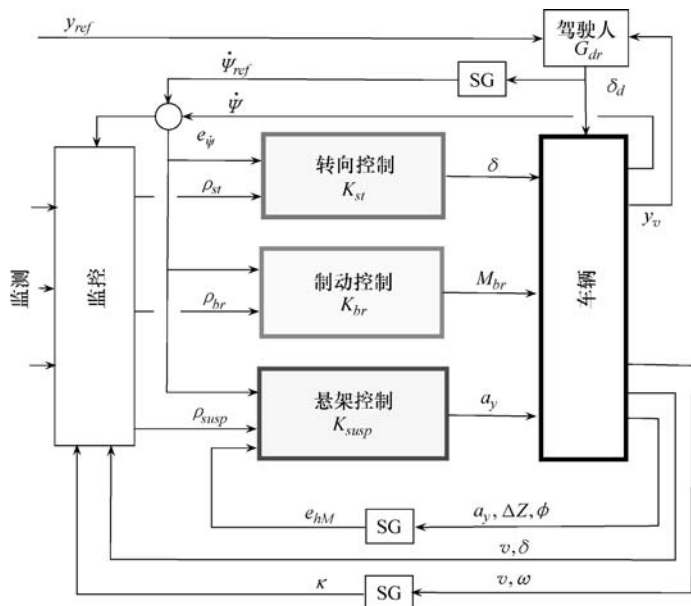


图 7.5 整合控制的闭环结构

7.3 局部和可重构控制系统的设计

基于复杂程度不同车辆模型，我们设计出一个局部控制器。它们以状态向量空间形式表示如下

$$\dot{x} = A(\rho)x + B_1(\rho)w + B_2(\rho)u \quad (7.1)$$

式中， x 、 w 和 u 分别是状态、扰动和输入；矢量 ρ 包括调度变量和 $A(\rho) = A_0 + \sum_{i=1}^n \rho_i A_i$, $B_1(\rho) = B_{10} + \sum_{i=1}^n \rho_i B_{1i}$, $B_2(\rho) = B_{20} + \sum_{i=1}^n \rho_i B_{2i}$ ，其中 n 是调度变量 ρ_i 的数量。首先定义状态方程，然后是考虑到控制任务进行性能的选定和输出的测量。

将前进速度 v 、车辆的横向附着系数 μ 以及悬架中的非线性特性 ρ_{bij} ，代入 $\rho = [v, \mu, \rho_{bij}]^T$ 。例如附着系数取决于路面的类型，那么准确地量化和测量 μ 上的所有外部因素的影响是很困难的。为了估算这个值，Gáspár 等人 (2005b) 提出了一个基于观测器的自适应灰箱辨识方法。假设在选定调度变量 ρ 的情况下，这些非线性分量可以被转换为仿射参数相关形式。然后将非线性模型转化为 LPV

模型,其中非线性项通过选定的调度变量隐藏起来。

局部的部件也包括监测车辆运行的组件。这些组件能够检测到车辆操作的紧急情况、各种故障操作或控制器的性能下降,并也给监控器发信号。在局部控制器的可重构和容错控制中,一些信号必须被监视,并必须将调度变量添加到调度矢量中以提高车辆的安全性,例如需要得到侧翻风险的变量来代表突然制动的有害影响,并将检测到的有源元件的故障也考虑到。

监控器和局部控制器的高效运行需要可靠的以及准确性高的信号。为了满足这个要求,需要冗余的传感器、各种计算器和故障检测过滤器。为了实现有效和最佳的干预措施,对故障传感器的检测显得尤为重要。由于这些测量和干预必须在传感器的基础上进行操作,低成本方案更加适合汽车行业的发展,因此必须应用简单的传感器和基于软件的冗余。

应用于局部控制设计的闭环系统包括模型的反馈结构 $G(\rho)$ 、补偿器以及与之相关的性能目标元素:

$$z = C(\rho)x + D_1(\rho)w + D_2(\rho)u \quad (7.2)$$

其中, $w = [d \ n]^T$ 包括外部干扰和传感器噪声。

在互联结构中,性能指标 z 是由加权函数 W_p 施加的。通常,用加权函数 W_p 来定义惩罚函数,即权重应该在需要很小信号的地方是大值,而在可以容忍大的性能输出的地方是小值。本文所提出的方法是通过调度这些加权函数实现了性能目标的重新配置。 Δ_m 块包含系统的不确定性,如系统未建模动态和参数不确定性。在这个增强的系统中,未建模的动态由一个加权函数 W_r 和一个块 Δ_m 表示。加权函数 W_d 和 W_n 的目的是反映干扰和传感器噪声。

在已提出的解决方案中,局部控制组件均采用 LPV 方法进行设计。LPV 方法得到了很好的阐述,并成功地应用于各种工业问题。该方法允许我们考虑状态空间表示中的高度非线性效应。在局部组件的控制设计中,此方法的突出特点表现在将主控系统中的调度变量作为系统一体化的关键。这样,可重构和容错功能可在局部控制器上进行扩展。

如果使用参数依赖李雅普诺夫函数,控制器设计将依赖于 $\dot{\rho}$ 。因此,为了构建参数依赖相关的控制器, ρ 和 $\dot{\rho}$ 的值必须可被测量或可得到。当 $\dot{\rho}$ 不能在实际中测量得到时,将使用外推算法来实现对参数 $\dot{\rho}$ 的估算。为了去除对于 $\dot{\rho}$ 的依赖, Balas 等人 (1997) 提出了一种变量的 ρ 依赖变化方法。

二次 LPV 性能问题体现在选择参数变化控制器 $K(\rho)$ 上,并使得到的闭环系统 $M(\rho)$ 呈现二次稳定,且从 w 到 z 的诱导 $\mathcal{L}_2$ 范数小于 γ , 即,

$$\|M(\rho)\|_{\infty} = \inf_K \sup_{\Delta} \sup_{\|w\|_2 \neq 0, w \in L_2} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \quad (7.3)$$

通过假设一个非结构化的不确定性与应用加权小增益近似方法,能够解释二

次 LPV γ 参数问题控制器的存在性问题, 可通过线性矩阵不等式 (LMI) 的可行性来进一步表示, 并且, 可以直接得到解, 见 Wu (2001) 的文献。系统的稳定性和性能将在设计过程中得到保证, 参见 Balas 等人 (1997), Wu 等人 (1996) 的文章。当综合 LPV 控制器时, 状态或输出与参数之间的关系 $\rho = \sigma(x)$ 会在 LPV 控制器中使用, 从而获得一个非线性控制器。

7.3.1 制动系统的设计

在车辆行驶时, 通过限制两轴间的横向负载转移来降低车轮动载荷变化来实现车辆侧倾稳定。在两个轴上横向负载转移由 $\Delta F_{\tau,i} = C_i \phi_{l,i}$ 计算而得。如果车辆两侧的 $\frac{mg}{2} \pm \Delta F_{\tau} > 0$, 就能保证轮胎的接触力。横向负载转移的标准化值是 $\Delta F_{\tau,i}$ 与车辆在车轴上的质量之比: $\rho_R = \Delta F_{z,i} / m_i g$ 。当考虑到横向负载转移载荷传递超过了预定义的临界值时, 控制设计的目的是降低横向负载转移的最大值 (图 7.6)。

在制动系统的设计中, 当性能信号为横向加速度 $\tau_b = [a_y, u_r]^T$ 时, 指令信号为两侧车轮制动力的差值。横向加速度的加权函数为

$$W_{p,ay} = \gamma_a \frac{T_{b1}s + 1}{T_{b2}s + 1} \quad (7.4)$$

式中, T_{bi} 是时间常数。这里 γ_a 是一个反映横向加速度相对重要性的增益, 并且是参数依赖的, 如 ρ_R 的函数:

$$\gamma_a = \begin{cases} 1 & \text{若 } |\rho_R| > R_b \\ \frac{|\rho_R| - R_a}{R_b - R_a} & \text{若 } R_a \leq |\rho_R| \leq R_b \\ 0 & \text{若 } |\rho_R| < R_a \end{cases}$$

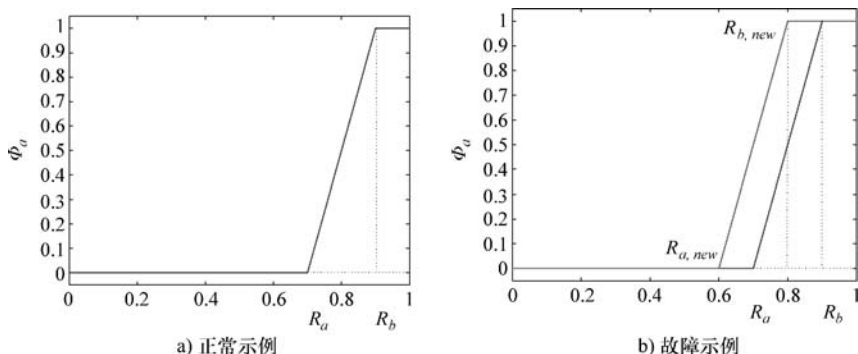


图 7.6 制动控制中参数依赖的增益

当 ρ_R 较小时 ($|\rho_R| < R_b$)，即当车辆不处于紧急状态时， γ_a 是小的，表明 LPV 控制不应该着重于最小化加速度。当 ρ_R 接近临界值时，即 $|\rho_R| \geq R_b$ ， γ_a 是大的，表明控制应侧重于防止侧翻。这里 R_b 定义为当车辆接近侧翻时的临界状态。请注意在本章中使用的权重是比例 - 微分分量。它们的时间常数和增益反映了描述系统性能不同信号所需的稳态和瞬态行为。

备注 7.1 如果在悬架系统中检测到有关侧倾稳定性的故障，其作用将被制动系统取代。例如当 $|\rho_{Da}| > 0$ 时，在相较无故障的情况下，制动系统被一个较小的临界值激活。因此，非完全功能的制动系统被激活，并且当发生故障时，制动力矩能够承担起悬架执行器的作用。改动后的临界值为

$$R_{a,new} = R_a - \alpha \cdot \rho_{Da} \quad (7.5)$$

式中， α 是预定义的常数因子。

7.3.2 转向系统的设计

横摆稳定性是通过限制横向负载转移作用来实现的。该控制设计的目的是尽量减少由性能信号 $z_a = a_y$ 监测的横向加速度。单边制动是解决方案之一，通过产生单边制动力来实现稳定的横摆力矩。第二个解决方案为给转向系统附加额外转向角，以减少横向载荷的影响。但是，这些方案仍然需要驾驶人动作使车辆保持在道路上运行。

另一个控制任务是使用预定的横摆角速度（角度）跟随道路轨迹。在这种情况下，当前的横摆角速度必须可知并计算参考与当前横摆角速度之间的差异。该控制的目的是为了最小化跟踪误差： $z_{\dot{\psi}} = \dot{\psi}_{cmd} - \dot{\psi}_{ref}$ 。

为了解决转向系统设计中的横摆跟踪问题，命令信号必须前馈给控制器 ($\dot{\psi}_{cmd}$)。命令信号是一个预定义的参考位移，性能信号是跟踪误差： $z_{\dot{\psi}} = e_{\dot{\psi}}$ ，这是实际与理想（命令信号）横摆角速度间的差值。跟踪误差的加权函数为

$$W_{pe} = \gamma_e \frac{T_{d1}s + 1}{T_{d2}s + 1} \quad (7.6)$$

式中， T_{di} 是时间常数，跟踪误差的稳态值要求在稳定状态下应该低于 $1/\gamma_e$ 。

备注 7.2 如果在转向系统中检测到故障 ($|\rho_{Ds}| > 0$)，则制动器必须专注于横摆动态以减少跟踪误差。因此，在制动器的控制设计中，将转向系统的性能参数建立方程为

$$W_{pe} = \gamma_{be} \frac{T_{b3}s + 1}{T_{b4}s + 1} \quad (7.7)$$

其中 γ_{be} 取决于 $|\rho_{Ds}|$

$$\gamma_{be} = \begin{cases} 1 & \text{若 } |\rho_{Ds}| > \rho_{crit} \\ \frac{|\rho_R| - \rho_{tol}}{\rho_{crit} - \rho_{tol}} & \text{若 } \rho_{tol} \leq |\rho_{Ds}| \leq \rho_{crit} \\ 0 & \text{若 } |\rho_{Ds}| < \rho_{tol} \end{cases}$$

制动干预的加权临界值与耐受值一起使用。

备注 7.3 当制动系统运行性能下降时,表明它不能够产生足够的横摆力矩来改善车辆侧倾稳定性。这时,制动系统被转向系统所取代。转向系统接收来自主控系统的故障信息,并修改其运行模式,这样也减少了横向负载转移的影响。这个解决方案中的困难体现在,由于转向系统必须在横摆跟踪和侧倾稳定性之间建立平衡,因此跟踪任务也会出现性能下降的现象。

7.3.3 悬架系统的设计

车辆抓地力通过减小簧上质量和簧下质量之间的悬架挠度 ρ_k 来实现。由于增加抓地力的同时降低了乘客的舒适度,在悬架系统的设计中,其期望水平受制于设计要求。

悬架设计中的性能信号是: $z_s = [a_z s_d t_d u_s]^T$ 。该设计目标为在工作范围内始终保持垂向加速度 $a_z = \ddot{q}$ 、悬架挠度 $s_d = x_{1ij} - x_{2ij}$ 、车轮行程 $t_d = x_{2ij} - w_{ij}$ 以及控制输入最小。垂向加速度、悬架偏转和轮胎偏转的性能加权函数为

$$W_{p,az} = \gamma_{az} \frac{T_{s1}s + 1}{T_{s2}s + 1} \quad (7.8)$$

$$W_{p,sd} = \gamma_{sd} \frac{T_{s3}s + 1}{T_{s4}s + 1} \quad (7.9)$$

$$W_{p,td} = \gamma_{td} \frac{T_{s5}s + 1}{T_{s6}s + 1} \quad (7.10)$$

式中, T_{si} 是时间常数; γ_{td} 是参数依赖增益,并依赖于悬架挠度 ρ_{kij} 的变化。

在正常行驶状态下,基于参数依赖的增益的悬架系统更侧重于传统性能的表现。由于不可能同时保证乘客舒适度和悬架挠度,故此,它们之间的关系应权衡考虑。大增益 γ_{az} 和小增益 γ_{sd} 对应于强调乘客舒适度的设计,而选择小 γ_{az} 和大 γ_{sd} 应该对应一个侧重操纵性的设计。增益的参数依赖性如图 7.7 所示,以常数 ρ_1 和 ρ_2 为特征,表示如下:

$$\gamma_{az} = \begin{cases} 1 & \text{若 } |\rho_{kij}| < \rho_1 \\ \frac{|\rho_{kij}| - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} & \text{若 } \rho_1 \leq |\rho_{kij}| \leq \rho_2 \\ 0 & \text{若 } R \geq R_s \text{ 或 } |\rho_{kij}| > \rho_2 \end{cases}$$

$$\gamma_{sd} = \begin{cases} 0 & \text{若 } |\rho_{kij}| < \rho_1 \\ \frac{|\rho_{kij}| - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} & \text{若 } \rho_1 \leq |\rho_{kij}| \leq \rho_2 \\ 1 & \text{若 } R \geq R_s \text{ 或 } |\rho_{kij}| > \rho_2 \end{cases}$$

备注 7.4 可重构悬架系统的概念基于这样一个事实：主动悬架系统不仅能够用于消除道路不平的影响，而且也会产生侧倾力矩来提高侧倾稳定性或产生俯仰力矩来提高俯仰稳定性。

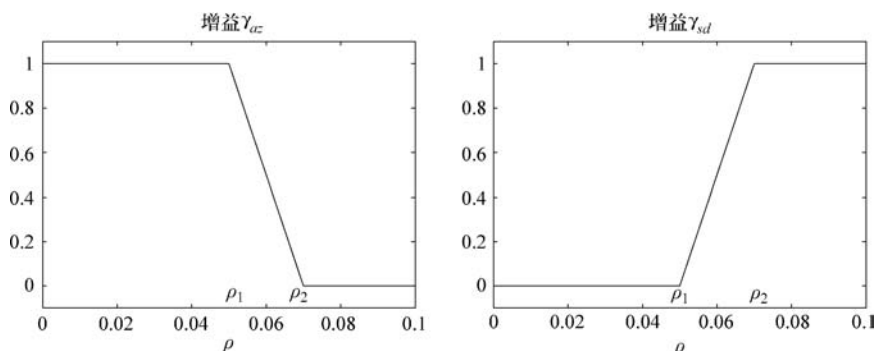


图 7.7 悬架系统控制中的参数依赖增益

对于可重构悬架系统，参数依赖增益通常选择为归一化的横向负载转移 ρ_R 和归一化的俯仰角 ρ_P 的函数。如果 ρ_P 超过预定的临界值，例如当 $|\rho_P| \geq R_P$ 时，控制器必须关注于俯仰稳定性。然而，在紧急情况下，当 $|\rho_R| \geq R_S$ 时，悬架系统必须降低侧翻的风险，而保证乘客的舒适度（和俯仰角度）不再是优先项。

7.3.4 执行器选型的步骤

在本节中，控制系统设计中的权重函数的选取依赖于执行器对车辆动力学的影响。转向的最大控制输入是由其物理结构的限制决定的，而在制动系统中，约束条件是轮胎与道路的附着条件。

在控制系统设计中，车轮力的分配也必须考虑在内。在前轮驱动的车辆中，通过使用差速齿轮将牵引力分配在前轮之间。由于构造（ δ_{crit} ）限制，因此当转向角度达到最大转角时，车辆所需的横向动力必须通过制动力矩来实现。在制动过程中，车轮的负载由车辆的俯仰动态而改变，因此，前轮的制动必定变强而后轮的制动必定减弱。要尽量避免轮胎打滑，因此必须减少差动制动的情况出现。轮胎打滑可以通过对轮胎的纵向滑移 κ 的估计值进行监测，这些方法由 Gustafsson (1997) 与 de Wit 等人 (2003) 提出。上述提到的限制必须在设计控制系统时予以考虑，并在主控系统中实现功能与限制的整合。

此外,不同组件的激活需要能量。通过使用差速制动,车辆的速度减小,这必须由补充能量的传动系统作补偿。所以在加速和前轮转向同时发生时,必须优先避免差速制动的使用。在减速期间,制动器已经被使用,因此由于实际考虑原因,侧向动态控制是由制动来处理的。差速制动是首选,但轮胎接近滑移极限时,也必须产生前轮转向。差动制动导致轮胎上应变力的增加,而当车辆横向移动时,每个轮胎的位置是纵向且不旋转的。这也表明,使用前轮转向更高效。

不同执行器的工作带宽也必须考虑在权重函数内。在前轮转向和可变几何悬架的情况下,转向系统的惯性相比于差速制动的带宽更能影响执行器产生较慢的操作。在下面的段落中,执行器的带宽将用来一一比较。

转向的动力学模型由转动车轮的力矩 $M_{st} = 2v_{st}\ddot{\delta} + M_{res,st}$ 决定,其中 v_{st} 是车轮在转向轴上的惯性, δ 是转向角。 M_{st} 经齿轮齿条由伺服电源系统控制,其中 $M_{res,st} = M_{gy,st} + M_{ch,st}$, 是转向阻力的总和。为了转动车轮,需要产生反陀螺效应能量。它是通过以下假设得到的: $M_{gy,st} = 2J_w v \dot{\delta}/r_w$, 其中 J_w 是车轮在转动轴上的惯性, r_w 是车轮半径。在转向时,车轮的位置将被修改。由于一个转向轮的轴是偏斜的,整个底盘的垂直位置也会移动。因此,需要产生能量来改善底盘的横向动态: $M_{ch,st} = B\pi s_{susp}(\sin n)\delta$, 其中 B 是车轮轨迹, s_{susp} 是悬架刚度, n 是道路与车轮转向轴线之间的角度。转向角度 δ 与力矩 M_{st} 之间的转向系统传递函数为

$$G_{st} = (\vartheta_{st}s^2 + \frac{2J_w v}{r_w}s + B\pi s_{susp}\sin n)^{-1}$$

如图 7.11 所示,驱动速率的带宽作为速度的函数进行分析。带宽值随着速度的变化而发生很大变化(图 7.8)。

车轮的最大纵向力用 $(F_{i,max})$ 进行计算,并与瞬时纵向车轮力 (F_i) 比较。要注意的是,最大纵向力取决于最大的附着系数和车轮垂直力的静态及动态分量,即侧向和俯仰动态。

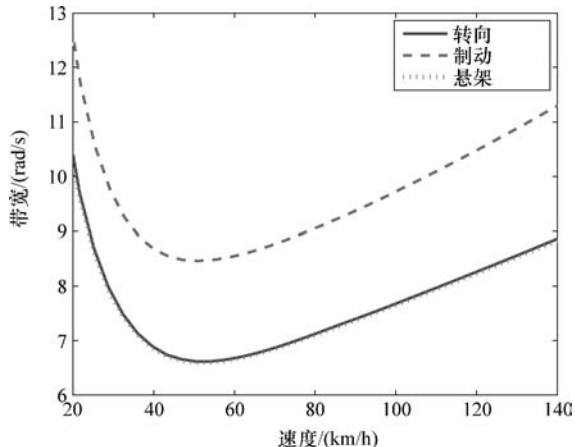


图 7.8 执行器的带宽值

$$F_{i,max} = \mu_{max} (F_{z,stat} \pm ma_y h/(2L) \pm m \dot{\psi} v h/b)$$

上述计算必须在所有车轮上进行,并且最高速率为 $v = F_i/F_{i,max}$ 。如果即将发生侧滑事件,则必须减小制动力矩,并由前轮转向动作代替。变量 $v =$

$\max \{F_i/F_{i,\max}\}$ 为所有车轮力比值的最大值, 而 v_{crit} 是一个设计参数。

根据转向的惯性, 转向和悬架的带宽在每个速度下都比差动制动的带宽低。执行器的一个重要的特点是在快速运算下能够高速运行。在更高的速度下, 推荐使用差动制动; 而在较低转速时, 出于实际情况考虑, 将转向设为首选。前轮转向的权重函数、制动横摆力矩和悬架力矩的选取形式分别如下:

$$W_{act,\delta} = \rho_{\delta}/\delta_{\max} \quad (7.11)$$

$$W_{act,Mbr} = \rho_{br}/M_{br\max} \quad (7.12)$$

其中, $\delta_{\max}$ 和 $\gamma_{\max}$ 由转向和外倾角的结构最大值确定, 而 $M_{br\max}$ 是制动横摆力矩的最大值。权重因子 ρ_{st} 与 ρ_{br} 用来影响执行器的优先权。图 7.9 显示了权重因子的特征。

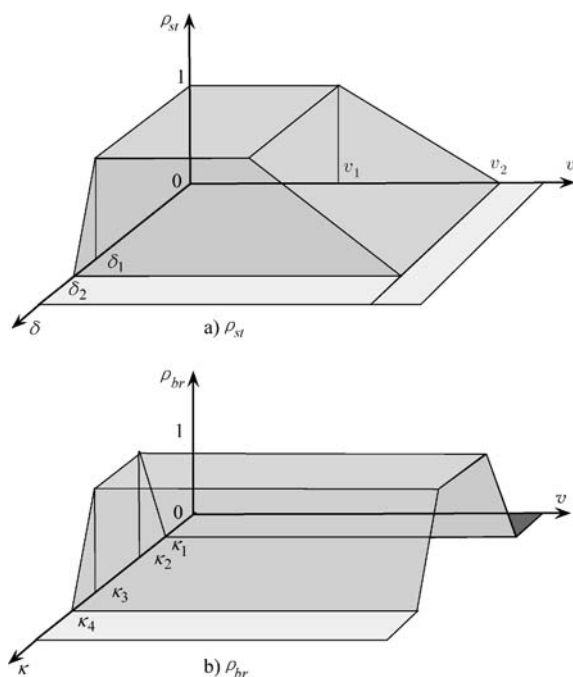


图 7.9 参数 ρ_{st} 与 ρ_{br} 的选取

当前轮转向驱动车辆运动时, 由系数 ρ_{st} 决定, 如图 7.9a 所示。这个值在 δ_1 和 δ_2 之间减小, 代表了转向系统的结构标准。在这个区间, 由于实际原因, 差动制动是首选的。 ρ_{st} 的值也取决于车辆的速度。速度对权重因子的影响是执行器带宽值之间的差异的结果。根据转向系统的惯性, 转向带宽在每个频率上都比差动制动的带宽低。在较高的速度下, 推荐使用差动制动, 而在较低的速度下, 由于实际原因, 转向动作是首选的。因此, 引进了另外两个设计参数 (v_1 和 v_2)。

在制动情况下, 轮胎纵向滑移角 κ 影响 ρ_{br} , 如图 7.9b 所示。它需要一个时间间隔来减少轮胎侧滑 (κ_1, κ_2), 同时也需要一个时间间隔来防止转向和差速制动 (κ_3, κ_4) 之间的颤动。

7.3.5 分散控制中的故障信息

局部容错控制器也需要用于监视故障信息的组件。这里由 FDI 过滤器提供的标准化故障信息为

$$\rho_D = \frac{f_{act}}{f_{max}} \quad (7.13)$$

式中, f_{act} 是对故障的估计 (FDI 过滤器的输出); f_{max} 是一个潜在故障最大值的估计 (致命错误)。估值 f_{act} 表示一个活动部件的性能衰退程度。

互联结构包括车辆模型 $G(\rho)$ 、FDI 过滤器 $F(\rho)$ 和与性能目标相关的要素, 如图 7.10 所示。权重 W_{pf} 反映故障信号的相对重要性。当小的错误出现时, 这个权重应该很大; 而当大的错误出现时, 需要足够小。权重 W_{fa} 定义了执行器通道中可能故障的大小。

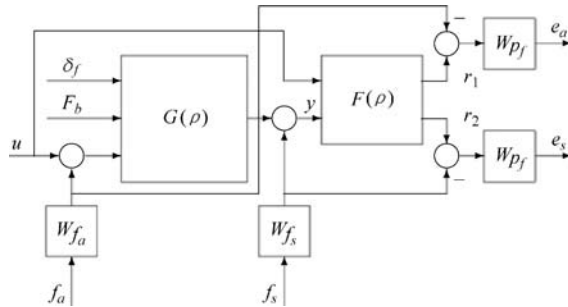


图 7.10 FDI 过滤器的设计

对于 $\mathcal{H}_\infty$ 残差代的设计要求为最大化故障 (f) 在残差上的影响, 同时尽量减少外源性信号 (d, u) 的影响。

$$\|T_{rd}\|_\infty = \sup_{\|f\|_2=1, \rho \in p} \|r\|_2 \quad (7.14)$$

其中残差可以表示为 $r = T_{ru}u + T_{rd}d + T_{rf}f$ 。在开环系统中设计的 FDI 过滤器可以在闭环系统中实现。过滤器接收测量的输出、控制的输入以及提供故障残差的过滤器。有关 FDI 过滤器设计的主要步骤的更多详细信息, 请参阅 Gáspár 等人 (2005c)。

容错控制需要故障信息才能保证性能并修改其操作。因此, FDI 过滤器也是为操作执行器而设计的。以一个由故障检测过滤器提供的故障信息为例, $\rho_D = f_{act}/f_{max}$, 其中 f_{act} 是对故障的估值 (FDI 过滤器的输出), f_{max} 是潜在故障的最大

值的估计（致命错误）。一个可能的故障值被归一化为区间 $\rho_D = [0, 1]$ 。估值 f_{act} 代表活动组件性能下降的速度。

由于控制器可能产生以故障传感器信息为结果的故障执行器干预，因此尽可能准确地检测传感器故障是最重要的。传感器故障也可能阻止使用某些执行器；然后处理传感器故障导致执行器重新配置问题。如此复杂的车辆系统同时也需要各种 FDI 滤波器对执行器和传感器故障进行监视与检测。

7.4 轨迹跟踪控制系统的设计

7.4.1 轨迹跟踪系统的建模

横向车辆动态控制系统帮助驾驶人实现跟踪道路。在驾驶人无法确保车辆稳定等危急情况下具有巨大优势。在轨迹追踪中，车辆在道路上移动，纵向和横向的动态表现都要考虑在内。在轨迹跟踪辅助系统的设计中，有必要保证让车辆准确执行驾驶人希望的横向运动。轮胎的非线性动态和车辆的速度影响车辆前后轴的侧滑角度。这两个角度的平衡决定了车辆的转向运动，其根据车辆速度而改变。然而，驾驶人在行驶中没有关于这个动作的信息，这可能会导致紧急情况的发生。

系统中使用三个执行器，即前轮转向角 δ 、差动制动转矩 M_{br} 和车轮外倾角 γ 。在车辆系统中，可变几何悬架系统被用来改变后轮外倾角。可变几何悬架系统的各种方案已经被提出，见 Watanabe 和 Sharp (1999)，Evers 等人 (2008)。Lee 等人 (2008)，Goodarzia 等人 (2010) 提出了一种后悬架主动控制系统，以提高驾驶稳定性。

经由轮胎侧滑产生的轮胎横向力 F_y 可近似为 $F_y = C\alpha + C_\gamma\gamma$ ，其中 C 是转弯刚度； α 是轮胎侧滑角； C_γ 是系数，代表偏移的程度； γ 是后轮外倾角。这里，在车轮接地速度方向上的线性化轮胎模型随着车轮外倾的影响而延伸。使用这个等式，车辆的横向动力学被表达为

$$J\ddot{\psi} = C_1 l_1 \alpha_f - C_2 l_2 \alpha_r + M_{br} - C_{2,\gamma} l_2 \gamma \quad (7.15)$$

$$mv(\dot{\psi} + \dot{\beta}) = C_1 \alpha_f + C_2 \alpha_r + C_{2,\gamma} \gamma \quad (7.16)$$

式中， m 是质量； J 是车辆的偏航惯性； l_1 和 l_2 是几何参数； C_1 、 C_2 和 $C_{2,\gamma}$ 为转弯刚度； $\dot{\psi}$ 为车辆的横摆角速度； β 是侧滑角。另外， $\alpha_f = -\beta + \delta - l_1 \cdot \dot{\psi}/v$ ， $\alpha_r = -\beta + l_2 \cdot \dot{\psi}/v$ ，分别是前后轮胎的侧滑角。

横向辅助控制器必须估计驾驶人的转向意图。为此，需要测量车辆的速度和转向轮角度。驾驶人期望的参考横摆角速度用以下表达式计算：

$$G_{\dot{\psi}_{ref}, \delta_d} = \frac{v}{l_1 + l_2 + \eta v^2/g} \cdot \frac{1}{\tau s + 1} \quad (7.17)$$

式中, η 为转向不足梯度; τ 为时间常数, 见 Pacejka (2004)。在轨迹跟踪时, 必须考虑到车辆纵向和横向动态, 即车辆必须跟踪两个参考信号。需要测量车辆的横摆角速度信号, 并且驾驶人辅助控制器必须进行以下最小化:

$$|\dot{\psi}_{ref} - \dot{\psi}| \rightarrow 0 \quad (7.18)$$

此外, 车辆的横向位置和参考横向位置之间的差异必须最小化:

$$|y_{v,ref} - y_v| \rightarrow 0 \quad (7.19)$$

这是在车辆坐标系中, 车辆与参考道路的几何横向位置的偏差。三种控制系统设计的车辆状态空间形式表示为

$$\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u \quad (7.20)$$

其中系统的状态向量 $x = [\dot{\psi} \ \beta]^T$ 包含车辆的偏航率和侧滑角。在制动控制情况下, 系统的输入是 $u = M_{br}$, 在转向控制中, 输入是 $u = \delta$, 而在可变几何悬架中, 控制输入是 $u = \lambda$ 。使用调度变量 $\rho = v$, 车辆模型转换成 LPV 模型。该系统的测量输出是偏航率 $y = \dot{\psi}$ 。

7.4.2 控制设计中的加权函数

在本节中, 控制系统设计中的权重函数的选取依赖于执行器对车辆动力学的影响。转向的最大控制输入是由其物理结构的限制决定的, 而在制动系统中, 约束条件是轮胎与道路的附着条件。

在控制系统设计中, 车轮力的分配也必须考虑在内。在前轮驱动的车辆中, 通过使用差速齿轮将牵引力分配在前轮之间。由于构造 (δ_{crit}) 限制, 因此当转向角度达到最大转角时, 车辆所需的横向动力必须通过制动力矩来实现。在制动过程中, 车轮的负载由车辆的俯仰动态而改变, 因此, 前轮的制动必定变强而后轮的制动必定减弱。要尽量避免轮胎打滑, 因此必须减少差动制动的情况出现。轮胎打滑可以通过对轮胎的纵向滑移 κ 的估计值进行监测, 这些方法由 Gustafsson (1997) 与 de Wit 等人 (2003) 提出。上述提到的限制必须在控制系统设计中予以考虑, 并在主控系统中实现功能与限制的整合。

此外, 激活不同的组件有能量的需求。通过使用差速制动, 车辆的速度减小, 这必须由补充能量的传动系统作补偿。所以在加速和前轮转向时, 必须避免使用差速制动是优先的。在减速期间, 制动器已经被使用, 因此由于实际原因, 侧向动态是由制动来处理的。差速制动是首选, 但接近滑移极限, 也必须产生前轮转向。差动制动导致轮胎上应变的增加。当车辆横向移动时, 每个轮胎的位置是纵向且不旋转的。这也表明, 使用前轮转向更高效。

不同执行器的带宽也必须将权重函数考虑在内。在前轮转向和可变几何悬架的情况下, 系统的惯性比差速制动的带宽更能影响执行器产生较慢操作。在接下来的文章中, 将比较执行器的带宽。

转向的动力由转动车轮的力矩 $M_{st} = 2\vartheta_{st}\ddot{\delta} + M_{res,st}$ 决定, 其中 v_{st} 是车轮在转向轴上的惯性; δ 是转向角。 M_{st} 由伺服电源系统根据机架控制, 其中 $M_{res,st} = M_{gy,st} + M_{ch,st}$ 是转向阻力的总和。为了转动车轮, 有必要产生反陀螺效应的能量。它是通过以下假设制定的: $M_{gy,st} = 2J_w v \dot{\delta} / r_w$, 其中 J_w 是车轮在转动轴上的惯性; r_w 是车轮半径。在转向时, 车轮的位置将被修改。由于一个转向轮的轴是偏斜的, 整个底盘的垂直位置也会移动。因此, 需要产生能量来改善底盘的横向动力学: $M_{ch,st} = B\pi s_{susp}(\sin n)\delta$, 其中 B 是车轮轨迹; s_{susp} 是悬架刚度; n 是道路与车轮转向轴线之间的角度。转向角度 δ 与力矩 M_{st} 之间的转向系统的传递函数:

$$G_{st} = \left(\vartheta_{st}s^2 + \frac{2J_w v}{r_w}s + B\pi s_{susp} \sin n \right)^{-1}$$

悬架系统的力矩由液压系统控制 $M_{susp} = \vartheta_{susp}\ddot{\gamma} + M_{res,susp}$, 其中 ϑ_{susp} 是轮外倾角旋转轴上车轮的惯性, 而 $M_{res,susp} = M_{gy,susp} + M_{ch,susp}$ 。陀螺力矩组件类似于转向力矩: $M_{gy,susp} = J_w v \dot{\gamma} / r_w$ 。车轮外倾角的改进中, 底盘的位置也在变化。该力矩必须由可变几何悬架的执行器来补偿, 可近似为: $M_{ch,susp} = Bs_{susp}r_w(1 - \gamma)$ 。车轮外倾角 γ 与力矩 M_{susp} 之间悬架系统的传递函数为

$$G_{susp} = \left(\vartheta_{susp}s^2 + \frac{J_w v}{r_w}s + Bs_{susp}r_w \right)^{-1}$$

在差动制动的情况下, 模型的输入是制动横摆力矩, 输出是偏航率。在考虑转向系统的情况下, 需要用二阶转向模型结合自行车模型来使转向角变为转向力矩。同样, 在考虑悬架系统的情况下, 有必要将自行车模型与悬架模型结合起来。那么此三种模式可以相互比较。制动速率的带宽可表示为一个速度函数。图 7.11 显示带宽值随着速度的变化显著变化。

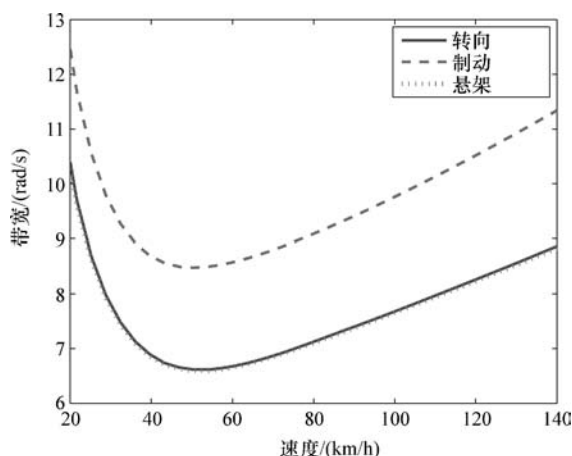


图 7.11 执行器的带宽值

根据转向的惯性，在每个速度下，转向和悬架的带宽都比差动制动的带宽低。执行器的快速操作在高速下起主要作用。在更高的速度，推荐使用差动制动；而出于实际原因，在较低转速时，转向驱动是首选的。前轮转向的权重函数、制动横摆力矩和悬架力矩的选择形式分别如下：

$$W_{act,\delta} = \rho_{\delta} / \delta_{\max} \quad (7.21)$$

$$W_{act,Mbr} = \rho_{br} / M_{br\max} \quad (7.22)$$

$$W_{act,susp} = \rho_{susp} / \gamma_{\max} \quad (7.23)$$

其中， $\delta_{\max}$ 和 $\gamma_{\max}$ 由转向和外倾角的结构最大值确定，而 $M_{br\max}$ 是制动横摆力矩的最大值。权重因子 ρ_{st} 、 ρ_{br} 、 ρ_{susp} 被选择来影响执行器的优先权。图 7.9 显示了权重因子的特征。

当前轮转向驱动车辆运动时，由系数 ρ_{st} 决定，如图 7.9a 所示。这个值在 δ_1 和 δ_2 之间减小，代表了转向系统的结构标准。在制动情况下，轮胎纵向滑移角 κ 影响因子 ρ_{br} ，如图 7.9b 所示。由于实际原因，在这个区间，差动制动是首选的。它需要一个间隔来减少轮胎侧滑，也需要一个时间间隔防止转向和差速制动之间的颤动。因此设计了四个参数： κ_1 和 κ_2 用于防止转向和制动之间的颤动， κ_3 和 κ_4 是用于防止轮胎打滑。权重也取决于车辆的速度。速度对加权因子的影响是执行器带宽值之间的相互作用的后果。

请注意，由于结构或附着性的限制，转向和制动的执行会被减少。在这种情况下，有必要由另一个执行器对执行器的减少进行补偿。这意味着如果 $\sum \rho (= \rho_{br} + \rho_{st}) < 1$ ，那么可变几何悬架系统将被激活， $\rho_{susp} = 1 - (\rho_{br} + \rho_{st})$ 。

7.4.3 集成控制系统的设计

控制系统的设计利用了 LPV 方法的优点。这些方法允许我们考虑到状态空间的描述中高度非线性影响，这使得模型结构对于参数是非线性的，但对于状态是线性的。这样设计的控制器在整个工作范围内具有很好的稳定性和性能需求，见 Bokor 和 Balas (2005)，Balas 等人 (1997)，Wu 等人 (1996)。基于加权战略的控制设计是通过闭环互联结构制定的。在监控集成控制方案里，每个受控子系统都有自己的 LPV 控制器，并且这些 LPV 控制器的调度变量由同一个监督逻辑选取。输入和输出权重函数的选取通常是基于干扰和性能指标而定的。

在轨迹跟踪问题中，引入两个参考信号以保证道路轨迹的跟踪，它们是参考速度和参考横向位移 $R = [v_{ref} \ y_{v,ref}]^T$ 。控制系统将实现对偏航率跟踪误差的最小化与参考横向位置的偏差的最小化。

$$z_1 = [\dot{\psi}_{ref} - \dot{\psi}; \ y_{v,ref} - y_v]^T \rightarrow \min! \quad (7.24)$$

性能规格的权重函数选为二阶比例形式： W_p ，其中 ε_1 、 ε_2 、 T_1 、 T_2 是设计

参数。加权函数 W_w 和 W_n 的目的是分别反映干扰和传感器噪声，并且它们按照一阶比例形式选取。被忽视的动态幅度是由加权 W_u 处理的。 W_{act} 的作用是保证受控系统的预期启动。三个加权函数根据式 (7.21) 予以应用。由于这些权重函数必须内置到执行器的性能中去，因此选取这三个量 ρ_{st} 、 ρ_{br} 、 ρ_{susp} 作为 LPV 设计中受控系统的调度变量。因此另一个系统的表示形式被制定为

$$z_2 = |u| \rightarrow \min! \quad (7.25)$$

在局部控制器的设计中，二次 LPV 性能问题是选择一个闭环系统为二次稳定的参数变化控制器，并且使 w 到 z 的诱导 $\mathcal{L}_2$ 范数小于 γ 。解决二次 LPV γ 性能问题的控制器可以表示为一组 LMI 的可行性。

受控监控系统的架构如图 7.12 所示。各个 LPV 控制器的稳定性由集成系统的二次稳定性保证。当几个控制器同时工作时，这是保证全局闭环系统稳定的必要条件。全局控制系统包含三个控制器：制动、转向和悬架。

由于每个 LPV 控制器都包含一个调度变量，全局系统使用三个额外的调度变量 $[\rho_{br}, \rho_{st}, \rho_{susp}]$ 。考虑到多面体集是基于调度变量设计的，那么，一个对于闭环系统的多面体集的共同的李亚普诺夫函数必须存在。闭环系统的下一个多面体集由此给出

$$\dot{x}(t) = Ax(t); A \in \text{Co}\{A_1, \dots, A_n\} \quad (7.26)$$

为了 LTI 系统的稳定性，有必要保证系统所有的轨迹当 $t \rightarrow \infty$ 时 A 收敛于零。一个充分条件是存在二次函数 $V(\xi) = \xi^T P \xi$, $P > 0$ ，它随着式 (7.26) 的每个非零轨迹而减小。如果存在这样的 P ，则式 (7.26) 被认为是二次稳定的， V 是一个二次李雅普诺夫函数。对于所有 A_i ，系统 (7.26) 二次稳定性的充要条件是

$$A_{cl,i}^T P + P A_{cl,i} < 0; P > 0; i = 1, \dots, n \quad (7.27)$$

因此有必要找到闭环系统的 V 共同李雅普诺夫函数，并可以保证系统在每个调度变量中的全局稳定性。我们的目标是找到一个解决方案使 $P > 0$ 。为了分析 LTI 系统的全局稳定性， $\text{Co}\{A_1, \dots, A_n\}$ 被有限多个矩阵 $A_{cl,i}$ 的凸包覆盖，见 Scherer (2000)。为了全局稳定性分析，可以使用这个凸包。

7.4.4 模拟仿真结果

在这个例子中，集成控制的效率与单独运行的控制系统进行比较。在分析单

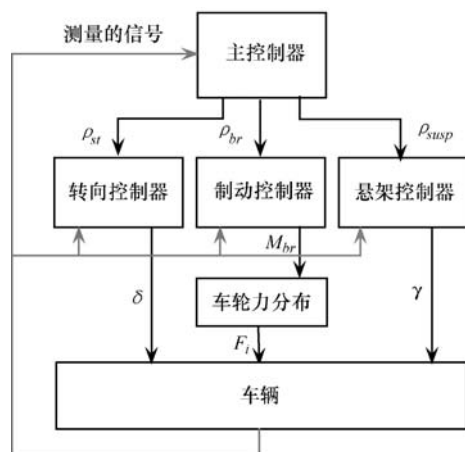


图 7.12 监控系统的架构

个执行器与在监督集成控制状态中的执行器，使用同样的制动、转向和悬架控制器。车辆沿着预定的道路行驶，悬架系统支持驾驶人保证轨迹跟踪。一个典型的 E 级车辆在模拟仿真环境下运行。车的质量是 2023kg，发动机功率 300kW (402hp)，采用独立麦弗逊式悬架。轨道宽度为 1605mm，轮距为 3165mm。

在仿真例子中，车辆沿着沃特福德密歇根州赛道的一段路行驶，如图 7.13a 所示。在图 7.13（见彩插）中使用集成控制的车辆（虚线）与没有任何控制的车辆（实线）进行比较。目标是追踪道路的中心线。车辆的速度变化如图 7.13b 所示。路程中有两个危险的弯道。图 7.13c 和图 7.13d 表明，不受控制的车辆不能跟踪轨迹，即驾驶人无法在没有驾驶人辅助系统的情况下将车辆保持在轨道上。

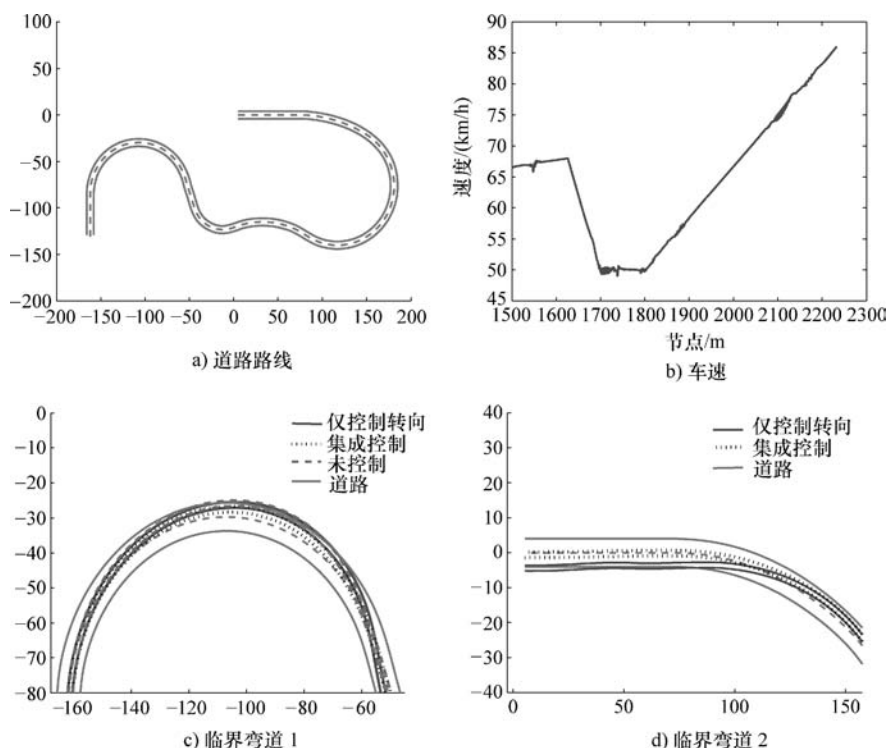


图 7.13 车辆的轨迹

在该图中集成控制与仅使用单一控制器的系统相比较。仅使用转向系统时，无法在第一个临界弯道保证轨迹跟踪。而使用单独的转向执行器不能够防止道路上车辆的滑移。在这个弯道，转向和制动的监控集成确保可接受阈的轨迹跟踪。仅使用制动系统时，会产生更大的制动压力以保持车辆在中心线上行驶。但是，在制动中，后方轮胎的滑动增加，会导致失去稳定性。在监控集成系统中，制动控制能够考虑到轮胎的滑动并避免差动制动的饱和。

轨迹的横向误差如图 7.14 (见彩插) a 所示。这个图说明, 仅使用转向控制, 在过程开始时, 只有横向误差是最高的, 而在路程的最后一段, 当仅使用制动器时, 横向误差显著增加。集成控制给出了运行中最小的横向误差。在图 7.14b 中, 表示了集成控制的偏航率跟踪。因此, 监督控制提供了一个可接受的 z_1 性能。图 7.14c 说明了由驾驶人转动的转向盘角度。当仅使用转向系统时, 驾驶人需要在整个转向过程中转动转向盘, 这是不适且危险的。当仅使用制动系统时, 驾驶人相对平稳地转动转向盘。在监督控制情况下, 相较于纯制动, 驾驶人必须轻微增加转向角度。

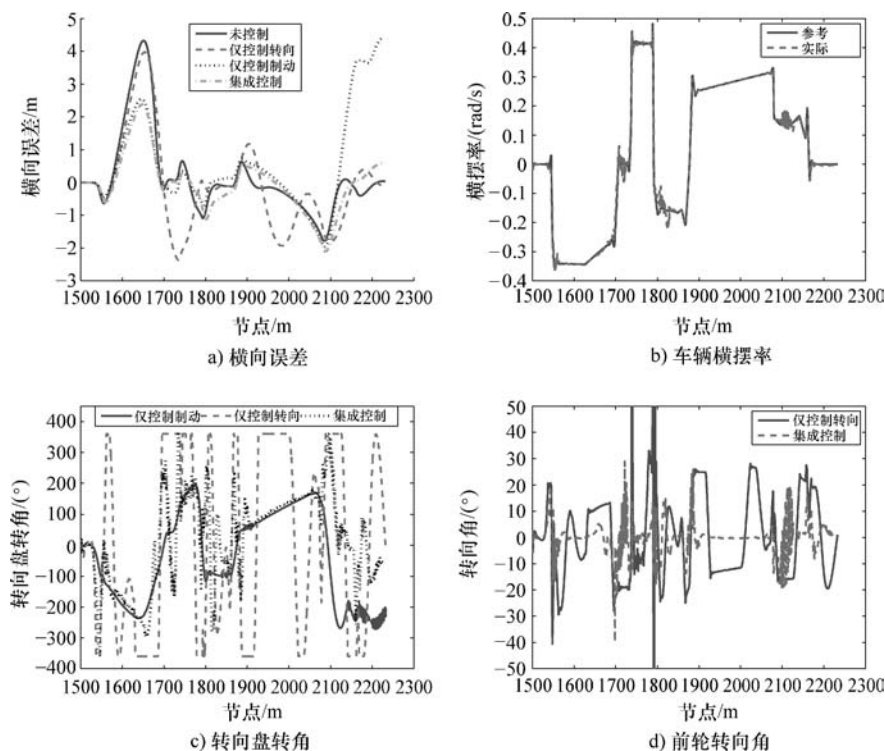


图 7.14 监督控制系统的运行结果

图 7.14d 显示的是在只有转向控制和监督控制的情况下, 前轮转向角度的差异。当仅使用转向系统时, 由于转向盘的转动影响前转向角度, 转向角度明显大于使用集成系统时。当仅使用制动系统时, 差动制动力矩大于使用集成系统时的力矩。请注意, 从 2080m 开始, 力矩 M_{br} 由于侧滑效应而急剧增加, 如图 7.15 (见彩插) a 所示。纵向滑移显示了这一特性, 如图 7.15c 所示。当仅使用制动系统时, 右后轮的纵向滑动超过 -1 , 导致侧滑。在集成情况下, 纵向滑移不会超过 -1 , 如图 7.15d 所示。这也显示在过程的最后, 仅在制动器制动的情况下, 增加的纵向滑动导致稳定性的丧失。

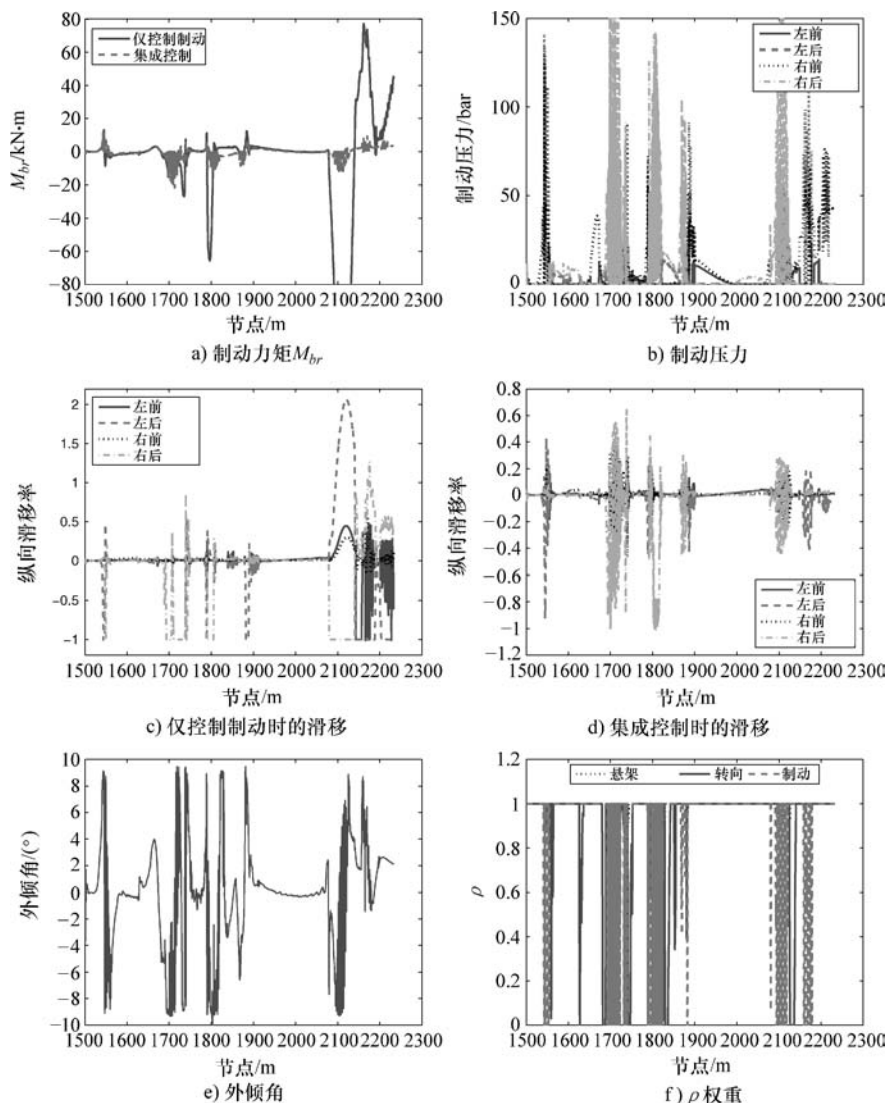


图 7.15 监督控制系统的运行结果 (连续)

图 7.15e 显示了可变几何悬架的外倾角。此图说明在临界情况时, 后轮外倾角增加。在第二个临界弯道中, 制动力矩 M_{br} 在集成监控系统中必须减小, 以避免滑移。从那一刻起, 可变几何悬架系统必须生成所需的控制输入。转向和制动之间的相互作用如图 7.15f 所示。根据该例, 此图显示当前轮转向角度达到结构限制时 ρ_{st} 减小的过程。 ρ_{br} 的值取决于轮胎纵向滑动的最大值。这是至关重要的, 当控制输入 M_{br} 高时, 可能会导致滑移。因此, 可变几何悬架系统对差动制动力矩补偿时, ρ_{br} 减少, ρ_{susp} 增加。

第8章 可变几何悬架系统控制

8.1 车辆模型的横向动力学

车辆辅助驾驶系统使用的是可变几何悬架系统。当驾驶人使用转向盘操纵车辆时，自主控制系统通过改变前轮的外倾角来改善道路稳定性。由于悬架几何形状决定了车辆的各种安全性和经济性，因此其对控制系统的设计也有着明显影响。相比其他机电一体化解决方案，例如主动式前轮转向，参见 Evers 等（2008 年），可变几何悬架系统具有结构简单、能耗低、成本低等优点。

侧倾中心高度在车辆的侧倾动力学中起着重要作用。最小化底盘侧倾角的一种可行的方法是最小化侧倾中心的高度。侧倾中心取决于前轮倾角，可以通过可变几何悬架系统进行修改。车辆行进过程中，当悬架上下移动时，可变几何悬架系统接触点的横向运动也与轮胎磨损有关，参见 Gough 和 Shearer（1956）。运用设计适当的可变几何控制系统，可以消除这些不必要的移动。总之，在正常的巡航操纵中，转向系统侧重于轨迹跟踪，可变几何悬架系统保证与底盘侧倾角和轮距变化相关的各种性能。

此外，通过改变前轮的外倾角，可以改变车辆横摆角速度，这可以用于减小与参考横摆率的跟踪误差。因此，随着倾角的重新分配，可变几何悬架系统能够集中于轨迹跟踪并辅助驾驶人执行各种车辆操纵。因此，在诸如急转弯的紧急情况下，可变几何悬架系统会集中于轨迹跟踪性能，而不是常规的性能。可变几何悬架系统也可以用作驾驶人辅助系统。然而，车辆的某一种性能的改进可能导致其他性能下降。例如，如果车辆循迹能力得到增强，那么在车辆侧倾动力学和轮距变化方面的性能就会降低。不同性能要求之间的矛盾必须以这样一种方式来解决，即在各性能之间取得平衡。因此在控制系统设计中采用了一个依赖于参数的加权策略。

在悬架系统的各种运动学模型方面，多篇论文已经发表。Sharp（1998）提出了第一个可变几何悬架的综述。Braghin 等人（2008b）分析了悬架部件的选择和垂直力分布的影响。Fallah 等（2009），Németh 和 Gáspár（2012）发表了关于

麦弗逊悬架系统的非线性模型的论文。通过使用这个模型,对一些悬架运动学参数,如外倾角、后倾角和主销角度进行了检查。Sancibrian 等人 (2010) 对一种双横臂悬架系统的运动学设计进行了分析验证。Lee 等人 (2008) 提出了基于可变侧倾中心悬架的车辆操纵特性。Goodarzia 等人 (2010 年) 提出了用于提高行驶稳定性的后悬架主动前束控制系统。可变几何悬架的另一个应用领域是针对车身窄小的车辆的转向。这些车辆需要创新主动车轮倾斜和转向控制策略,以便在直道上像正常汽车那样行驶,在弯道上像摩托车那样向一边倾斜,参阅 Daniel 和 Cabrera (2010)。主动倾斜控制系统可帮助驾驶人平衡车辆并在弯道处倾斜,这是窄小车辆系统的重要组成部分,参见 Piyabongkarn 等人 (2004)。Németh 和 Gáspár (2011, 2013a) 同时分析了用于增强车辆稳定性的鲁棒控制系统设计和可变几何悬架系统的构造。

图 8.1 所示的自行车模型被用于控制系统设计。尽管 Magic 公式给出了横向轮胎力的高度准确描述,参见 Pacejka (2004),但为了便于数值计算而构造简化公式。轮胎接地方向上的横向轮胎力与轮胎侧偏角 α_f 、 α_r 和车轮外倾角 γ 近似呈线性关系:

$$F_{yf} = C_1 \alpha_f + C_\gamma \gamma \quad (8.1)$$

$$F_{yr} = C_2 \alpha_r \quad (8.2)$$

式中, C_1 , C_2 是转弯刚度; C_γ 是表示偏移程度的系数。

使用自行车模型,车辆的横向动态可被写成如下公式。第一个公式考虑了车辆横向动力学的受力情况,第二个公式为横摆力矩的力矩平衡方程:

$$mv(\dot{\psi} + \dot{\beta}) = F_{yf} + F_{yr} = C_1 \alpha_f + C_2 \alpha_r + C_{1,\gamma} \gamma \quad (8.3)$$

$$J\ddot{\psi} = F_{yf}l_1 - F_{yr}l_2 = C_1l_1\alpha_f - C_2l_2\alpha_r + C_{1,\gamma}l_1\gamma \quad (8.4)$$

式中, J 是车辆的横摆惯性; l_1 和 l_2 是车辆几何参数; ψ 是车辆的横摆角; β 是车辆的侧偏角。此外, $\alpha_f = -\beta + \delta - l_1 \cdot \dot{\psi}/v$ 和 $\alpha_r = -\beta + l_2 \cdot \dot{\psi}/v$ 分别是前后轮的侧偏角,其中 v 表示纵向速度。在轨迹跟踪控制的设计中,保证车辆的横向位置跟踪道路的几何形状是十分有必要的。

所需的横向运动由车辆的实际横摆角速度和驾驶人期望值之差来控制。作为系统参考信号,期望的横摆角速度可以使用以下公式计算,参见 Rajamani (2005):

$$\dot{\psi}_{ref} = \frac{v}{l_1 + l_2} \delta \quad (8.5)$$

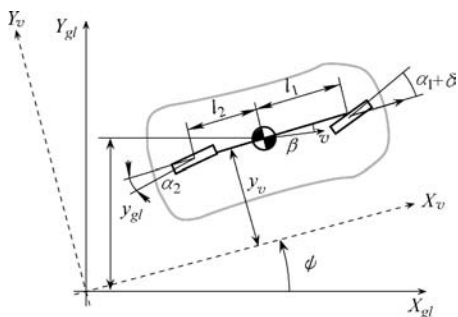


图 8.1 车辆的横向模型

式中, δ 是由驾驶人控制的转向角度。轮胎的侧偏角影响了实际横摆角速度, 使实际横摆角速度与参考值产生偏差。因此, 转向操作可能导致转向不足或过度转向的发生。这里的控制目标就是补偿侧偏角对车辆的影响。

8.2 可变几何悬架系统的建模

如图 8.2 所示, 本节使用双横臂悬架系统来展示可变几何机构的运动学模型。这个运动学模型包含了执行器的几何结构, 并还能显示悬架位移。

悬架系统在局部坐标系中进行分析, 其中心点为 C 。可变几何悬架系统中的点 A 只能在水平方向上移动。在可变几何系统中, 点 A 在方向 y 上的变化是该机构的实际输入, 其由 a_y 表示。

轮胎上标有两个点 B 和 D , 它们都在方向 y 和 z 上移动。它们的位移表示为 b_z 、 d_y 、 d_z 。 T 是道路-车轮接触点, 它根据道路不平度而变化, 即 t_y 、 t_z 。其目的是总结输入与车轮外倾角 γ 之间的关系。以下仅总结主要结果。更多细节见 Németh 和 Gáspár (2011, 2013a)。

让我们引入下面的变量: $\eta = [b_y \quad b_z \quad d_y \quad d_z \quad t_y]^T$ 。 η 和 a_y 之间的关系用下面的形式表示:

$$A_\eta(\eta)\eta = K(t_z) + B_\eta(a_y)a_y \quad (8.6)$$

其中, t_z 可被认为是干扰。在方程中, η 未知的情况下, 变量 A_η 和 $K(t_z)$ 以 η 和 t_z 的函数的形式变化, B_η 取决于 a_y 。矢量 η 由式 (8.7) 可推得:

$$\eta = A_\eta(\eta)^{-1} [K(t_z) + B_\eta(a_y)a_y] \quad (8.7)$$

其中, $A_\eta(\eta)$ 是可逆的。系统的输出是车轮的外倾角 $\gamma = \arccos\{(B_z - D_z)/L_{BD}\}$ 。因此, 输出方程可表达为 $C_\eta\eta = D_\eta$, 其中 $C_\eta = [0 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad 0]^T$ 且 $D_\eta = L_{BD}\cos(\gamma) + D_z - B_z$ 。因此, 输入 a_y 可以用下面的形式表示:

$$a_y = [C_\eta A_\eta(\eta)^{-1} B_\eta(a_y)]^{-1} [D_\eta - C_\eta A_\eta(\eta)^{-1} K(t_z)] \quad (8.8)$$

方程 (8.8) 给出了 γ 和 a_y 之间的关系。这是一个依照于 η 、 t_z 和 a_y 的参数变化表达式 (图 8.3, 见彩插)。

根据式 (8.8) 的数值解, a_y 和 γ 之间的关系为函数 t_z , 如图 8.4 (见彩插) a 所示。这个分析表明可以用下面形式的线性函数来近似它:

$$\gamma = \kappa + \xi_1 t_z + \varepsilon_1 a_y \quad (8.9)$$

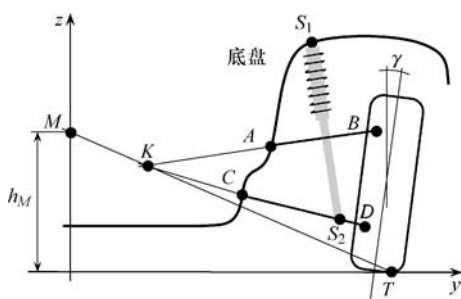


图 8.2 悬架系统的运动学模型

横向力的静态分量大致相等，因此在下一步计算中，常数 k 可从式 (8.9) 中省略。

在车辆正常的巡航操纵下，转向控制能够辅助驾驶人跟踪轨迹，而可变几何悬架控制的目的在于通过改变车辆的侧倾中心，使底盘侧倾角最小，此外，可变几何悬架控制还可使轮距变化最小。在驾驶辅助系统中，可变几何悬架系统能够专注于轨迹跟踪，以及帮助驾驶人执行各种车辆操纵。

因此，在紧急情况下，可变几何悬架控制也专注于轨迹跟踪。因此，可变几何悬架系统的性能要求与横摆角速度跟踪、侧倾角和悬架行程轮距变化有紧密的联系。

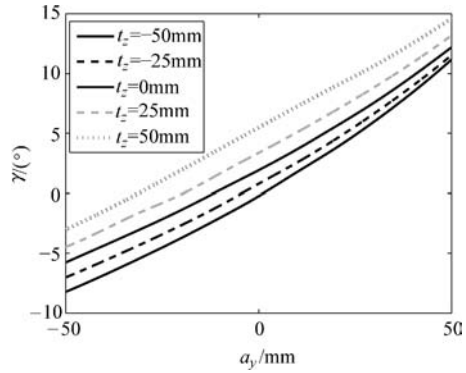


图 8.3 a_y — γ 特征图

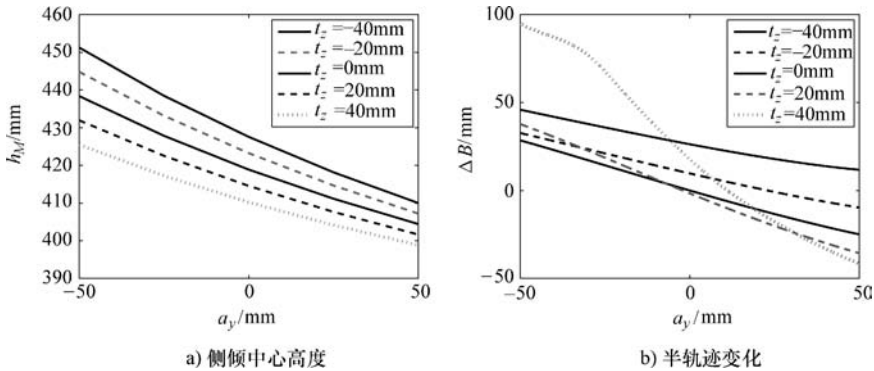


图 8.4 可变几何悬架系统的特性图

在轨迹跟踪控制中，车辆必须遵循公式 (8.5) 所示的参考横摆角速度。车辆的实际横摆角速度和参考横摆率之间的误差必须被最小化。

$$z_1 = |\dot{\psi}_{ref} - \dot{\psi}| \quad (8.10)$$

上文已经指出，侧倾中心依赖于 a_y 和 t_z 。侧倾中心的高度在车辆的侧倾动力学中起着重要的作用 Rajamani (2005)：

$$(I_{xx} + m\Delta h^2)\ddot{\phi} = mg\Delta h\phi + mv\Delta h(\dot{\beta} + \dot{\psi}) - Bi \sum F_{susp,i} \quad (8.11)$$

式中， Δh 是重心高度与侧倾中心高度之差 ($\Delta h = h_{CG} - h_M$)； ϕ 是底盘侧倾角； I_{xx} 是底盘转动惯量； B_i 是悬架行程； F_{susp} 是悬架的垂向力。

为了最小化底盘侧倾角度，必须使式 (8.13) 的侧倾中心高度的动态位移最小化。

$$z_2 = |\Delta h_M| \quad (8.12)$$

悬架的结构决定了底盘的侧倾中心的高度 h_M 。臂 (A, B) 和 (C, D) 的交点用 K 标记。线 (T, K) 和底盘的垂线交点就是侧倾中心。根据式 (8.8) 的数值解, a_y 和 h_M 之间的关系为函数 t_z , 如图 8.4b 所示。侧倾中心的高度可以分为静态和动态两部分: $h_M = h_{M,st} + \Delta h_M$ 。分量 $h_{M,st}$ 代表车辆静止时的侧倾中心的高度, Δh_M 代表行驶中的高度变化。动态部分由以下线性形式表示:

$$\Delta h_M = \xi_2 t_z + \varepsilon_2 a_y \quad (8.13)$$

因此, 性能标准被转化为以下形式: $z_2 = |\xi_2 t_z + \varepsilon_2 a_y| \rightarrow \min$ 。

可以通过增加 a_y 来实现这种性能。然而, 实际上 Δh_M 具有物理极限, 因为 a_y 是有限制的。因此, 引入信号 $h_{ref} (< h_{CG} - h_{M,ST})$ 来代替 Δh_M , 并将其用作跟踪任务的参考信号。

另一个重要的经济参数是轮距。使用线性逼近, 并且基于式 (8.15), 性能准则转化为以下形式:

$$z_3 = |\Delta B| \quad (8.14)$$

在行驶期间, 轮距变化 ΔB 也是悬架系统的重要经济动态参数, 因为它与轮胎磨损有关。基于式 (8.8) 的数值解, y 和 ΔB 之间的关系是函数 t_z , Δy 与 ΔB 的关系可以线性表示为:

$$\Delta B = \xi_3 t_z + \varepsilon_3 a_y \quad (8.15)$$

因此, 性能标准被表示为以下形式: $z_3 = |\xi_3 t_z + \varepsilon_3 a_y| \rightarrow \min$ 。

请注意, 各个性能要求是互相冲突的, 因此它们之间必须达到平衡。控制设计的目标就是实现性能之间的平衡。

8.3 可变几何悬架的鲁棒控制系统

可变几何悬架系统的控制设计是基于控制导向的自行车模型来实现的。

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \quad (8.16)$$

$$z = C_1(\rho)x + D_{11}(\rho)w + D_{12}(\rho)u \quad (8.17)$$

$$y = C_2 x \quad (8.18)$$

其中, 系统状态向量包含横摆角速度和侧偏角 $x = [\dot{\psi}, \beta]^T$ 。系统的控制输入为 $u = a_y$, 干扰为 $w = [\delta, t_z]^T$, 性能指标为 $z = [z_1, z_2, z_3]^T$ 。

控制设计通过闭环互联结构表示, 如图 8.5 所示。

根据干扰、输入和输出的特性选择输入和输出权重函数。控制设计的关键点在于对性能权重函数的选择。在控制设计中, 将参数依赖的加权函数应用于车辆

性能的优化中,即横摆角速度的跟踪,侧倾角和轮距变化:

$$W_{z1} = \frac{\rho}{e_{\dot{\psi}_{\max}}} \quad (8.19)$$

$$W_{z2} = \frac{1-\rho}{\varphi_{\max}} \quad (8.20)$$

$$W_{z3} = \frac{1-\rho}{\Delta B_{\max}} \quad (8.21)$$

式中, $\rho \in [0; 1]$, 是一个调度变量; $e_{\dot{\psi}_{\max}}$ 是横摆角速度误差的最大可能值; $\varphi_{\max}$ 是底盘侧倾角的最大值; $\Delta B_{\max}$ 是轮距变化的最大值。

参数 ρ 在加权函数中的作用是在不同的性能之间建立平衡。例如, 在 $\rho=1$ 的情况下, 控制系统优选横摆角速度跟踪; 而在 $\rho=0$ 的情况下, 控制系统侧重于侧倾角和轮距改变。需要注意的是, 侧倾力矩的参考高度 h_{ref} 也考虑到控制设计中。

在正常的巡航模式中, 可变几何悬架系统的控制保证了底盘侧倾角和轮距变化两个性能。在紧急情况下, 可变几何悬架系统必须关注轨迹跟踪性能, 并协助驾驶人进行各种车辆操纵。因此控制设计必须用可重构结构来扩展。

图 8.6 说明了可重构控制系统的架构。它包含除车辆模型和驾驶人模型以外的几个组件, 如悬架控制 $K(\rho)$ 、参考横摆角速度信号 (RSG) 的生成器和重构

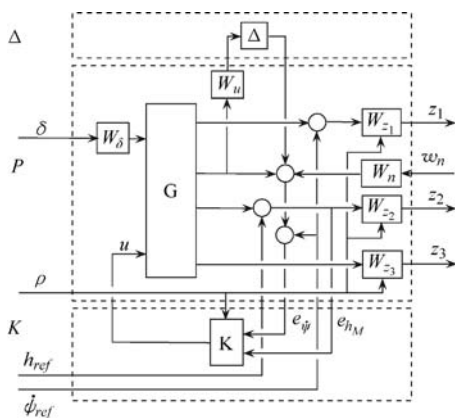


图 8.5 闭环互联结构

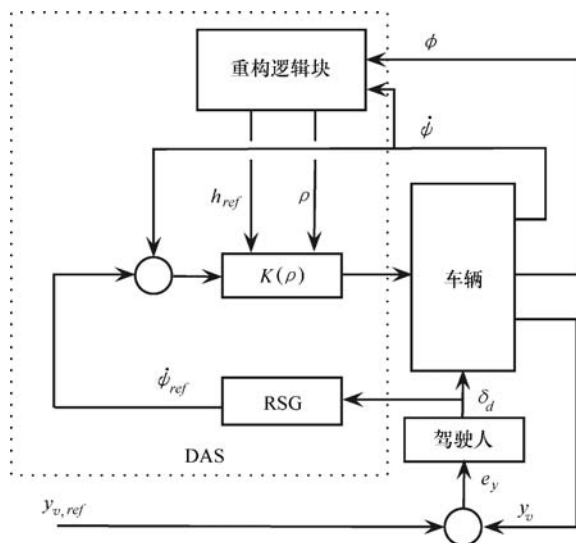


图 8.6 可变几何悬架系统的鲁棒控制

逻辑块。可变几何悬架控制 $K(\rho)$ 的作用是尽量减少底盘侧倾角和轮距变化,并在紧急情况下减小横摆角速度误差。由于这些性能是相冲突的,所以重构逻辑被应用于此类系统中。可变几何悬架控制使用两个信号 ρ 和 h_{ref} 。

下面,将各种车辆场景予以区分。

- 轮距变化最小化:在正常巡航中,可变几何悬架控制的目标是尽量减少轮距变化 ΔB 。可通过选择 $\rho = 0$ 、 $h_{ref} = h_M$ 来实现。

- 侧倾角度最小化:当侧倾角度显著增加时,可变几何悬架控制必须使侧倾角度最小化。可通过选择 $\rho = 0$ 、 $h_{ref} = h_{ref,max}$ 来实现。

- 在轮距变化和侧倾角最小化之间的平衡:两个性能之间平衡是可实现的,即减少轮距变化和减小侧倾角度。可通过选择 $\rho = 0$,并且使 h_{ref} 配置在 $h_M < h_{ref} < h_{ref,max}$ 区间内选择。

- 横摆角速度跟踪:当悬架系统必须关注轨迹跟踪时,调度变量 ρ 被选为大于 0。

- 在紧急机动中,当横摆角速度误差极大增加时,悬架系统必须将重点放在跟踪误差 $e_{\dot{\psi}}$ 上,而不是侧倾角与轮距变化。可通过选择 $\rho = 1$ 和 $h_{ref} = h_M$ 来实现。

在模拟示例中,车辆沿着预定的道路行驶,而可变几何悬架系统协助驾驶人进行操纵。使用 MATLAB / Simulink 进行控制设计,而使用 CarSim 仿真软件进行所设计控制器的验证。使用 CarSim 仿真软件来说明所提出的驾驶人辅助系统的有效性。

在第一个仿真示例中,介绍了各性能特性之间的交互。实线表示 $\rho = 1$ 的情况;虚线表示 $\rho = 0$ 、 $h_{ref} = h_M$ 的情况;而点画线表示 $\rho = 0$ 、 $h_{ref} = h_{ref,max}$ 。车辆沿着一条路线行驶,如图 8.7a 所示。

图 8.7b 显示了具有不同配置的控制系统,以及没有任何控制的系统的横摆角速度误差的跟踪。在不受控制的车辆中,驾驶人无法补偿转向不足或过度转向动作,因此横摆角速度的跟踪误差显著增加。在受控车辆中,实际横摆角速度跟踪参考横摆角速度的目的得以实现。

当悬架系统侧重于跟踪任务时,即 $\rho = 1$ 时,横摆角速度误差显著减小,如图 8.7c 所示。在默认情况下,当悬架系统侧重于轮距变化,即 $\rho = 0$ 、 $h_{ref} = h_M$ 时,轮距变化最小,见图 8.7c。但是,在这种情况下,侧倾角度增加。当悬架系统侧重于最小化侧倾角时,即 $\rho = 0$ 、 $h_{ref} = h_{ref,max}$,由于提升侧倾中心的高度需要大量的控制输入 a_y ,所以轮距变化明显增加,参见图 8.7d 与图 8.7f。图 8.7d 与图 8.7e 说明了增加的侧倾中心和减小的侧倾角之间的关系。图 8.7f 显示了可变几何悬架的控制输入。

在第二个例子中,介绍了在相同的转弯机动过程中驾驶人辅助系统的有效性。图 8.8a 与图 8.8b 分别显示调度变量 ρ 和参考信号 h_{ref} 。可变几何悬架系统

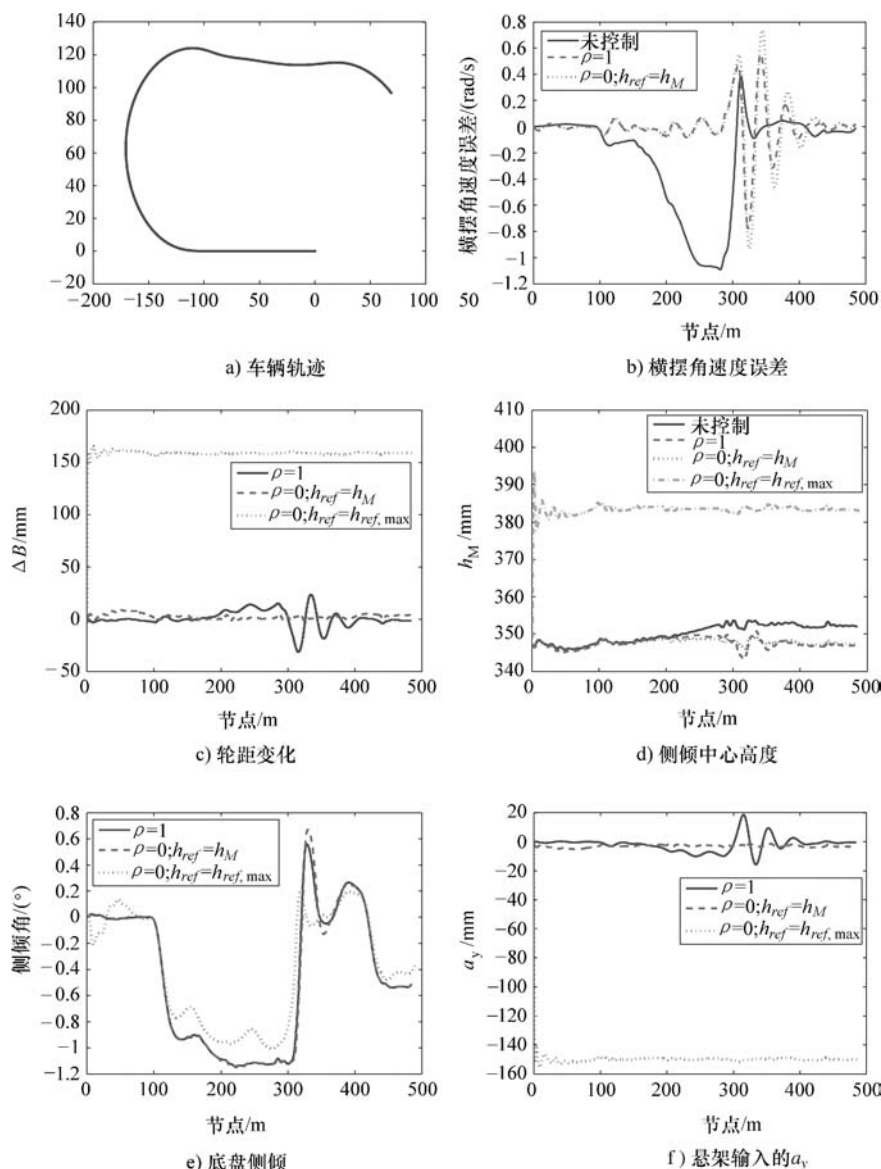


图 8.7 驾驶辅助系统的性能

的可重构控制就是基于这些变量。

图 8.8c 显示了车辆的横摆角速度误差。调度变量 ρ 表示变量 ρ 与横摆角速度误差之间的关系。当控制侧重于轮距变化并且使其减小时，控制动作需要大量的控制输入，同时横摆角速度误差增加，见图 8.8d 与图 8.8g。图 8.8e 与图 8.8f 显示了底盘的侧倾中心和侧倾角度的变化。如图 8.8b 所示， h_{ref} 的变化引起了 h_M 的变化。参考高度的变化改变了底盘的侧倾角 φ ，从而改变了侧倾的动态特性。

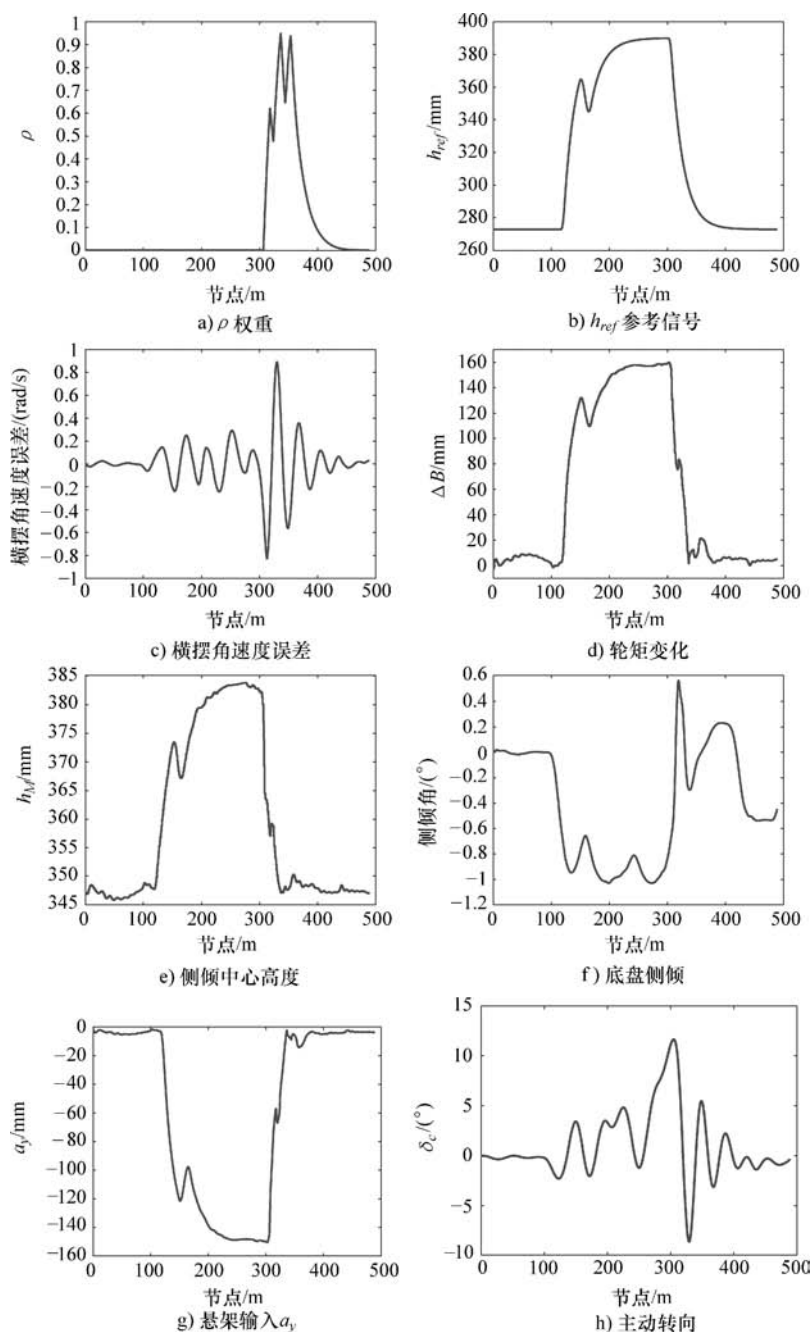


图 8.8 驾驶辅助系统的运行结果

第9章 轮毂电动机的控制设计

简介

随着人们对经济型及环保型道路车辆需求的日益增长，电动汽车领域的研究成为学者及汽车制造商关注的热点问题。作为一种替代型运输工具，将轮毂电动机集成于车轮内部的轮边驱动电动车辆与传统电动车辆相比具有多方面优势。

减少使用重型和耗费空间的动力总成部件，可以为小型城市车辆创造宽敞座舱并减小车辆的总质量。虽然车轮质量的增加可能会影响到车辆的行驶性能及稳定性，但使用半主动或主动悬架可以解决这方面的影响，请参见 Wang 等 (2014b)。从车辆动力学控制视角，实现每个车轮的独立操纵、轮毂电动机的快速控制及产生准确的转矩是设计高效稳定控制系统及防滑控制系统最有吸引力的指标，参见 Castro 等 (2012)，Ringdorfer 和 Horn (2011)。此外，每个车轮独立电动机可以提升再生制动性能，参见 Wang 等 (2014a)。近期的多数相关研究均聚焦于对轮毂电动机特殊优势的利用：如设计避免车辆倾覆的方法（参见 Kawashima 等 (2009)），研究轮毂电动机车辆的横向轨迹控制，参见 Wu 等 (2013)，Katsuyama (2013)，Xiong 等 (2012)，Shuai 等 (2013)。

虽然学者对道路车辆的容错及可重构控制策略进行了广泛研究（参见 Németh 和 Gáspár (2012)），不过针对轮毂电动机车辆的研究仍相对较少。

由于过热、机械故障或电动机控制故障引发的轮毂电动机故障或性能下降可能导致危险的车辆不稳定，研究这种车辆的容错控制设计至关重要。Ifedi 等 (2013) 对轮毂驱动车辆故障后对故障的准确处理进行了研究，Wang and Wang (2012) 提出了一种容错方法在故障事件发生后对轮毂电动机之间的车轮转矩重新分配。车辆控制系统的进一步研究仍需解决转向系统故障或转向性能下降的问题。

9.1 装有轮毂电动机的车辆控制系统设计

本节中，我们将设计轨迹跟踪控制来实现正常行驶情境甚至故障情境下对车

辆进行速度跟踪和路径追踪。因此，轮毂电动机车辆的纵向和横向动力学特征均需要考虑。该方法在双轮自行车模型中已得到广泛应用，如图9.1所示。考虑平面上的轮毂电动机车辆动力学方程如下：

$$\ddot{J}\psi = c_1 l_1 \alpha_1 - c_2 l_2 \alpha_2 + M_z \quad (9.1)$$

$$m\dot{\xi}(\dot{\psi} + \dot{\beta}) = c_1 \alpha_1 + c_2 \alpha_2 \quad (9.2)$$

$$m\ddot{\xi} = F_l - F_d \quad (9.3)$$

式中， m 是车辆总质量； J 是偏航惯量； l_1 和 l_2 是几何参数； c_1 和 c_2 是前轮胎和后轮胎的转弯刚度； $\alpha_1 = \delta - \beta - \dot{\psi}l_1/\dot{\xi}$ ， $\alpha_2 = -\beta + \dot{\psi}l_2/\dot{\xi}$ ，分别是前后侧滑角； $\dot{\psi}$ 和 β 表示分别横摆角速度和侧滑角， ξ 是纵向位移。需要注意，车辆模型的非线性是由速度 $\dot{\xi}$ 引起的。研究模型的高层输入为纵向力 F_l 、横摆力矩 M_z 和前转向角 δ 。

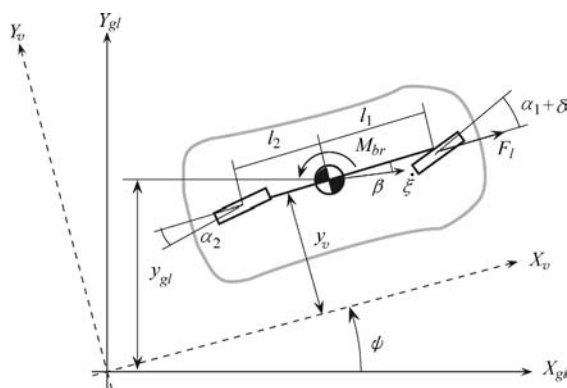


图9.1 两轮自行车模型

纵向扰动力 F_d 包含以下要素：道路坡度干扰 $F_{d1} = mg\sin\alpha_s$ ，其中 α_s 是道路坡度角度；气动阻力干扰 $F_{d2} = c_w \eta A \xi^2/2$ ，其中 c_w 是阻力系数， η 是空气密度， A 是轮毂电动机车辆的最大截面。这里，滚动阻力 $F_{d3} = mgf\cos\alpha_s$ 是车辆质量 m 、倾斜角度 α_s 和路面摩擦系数 f 的函数。上述干扰的总和为总干扰力 F_d 。

最后，将式(9.1)中轮毂电动机车辆的动力学方程转换为下述状态-空间形式：

$$\dot{x} = A(\rho_1)x + B_1 w + B_2(\rho_2)u \quad (9.4)$$

状态向量为 $x = [\dot{\xi} \ \xi \ \dot{\psi} \ \beta]^T$ ，控制输入是驱动/制动力 F_l 、转向角 δ 和产生的横摆力矩 M_z 。我们把这些也组成一个输入矢量 $u = [F_l \ \delta \ M_z]^T$ 。控制系统中使用的测量项是速度和车辆的横摆角速度，在输出向量中表示为 $y = [\dot{\xi} \ \dot{\psi}]^T$ 。需要注意的是，上面定义的干扰为 $w = [F_d]^T$ ， ρ_1 和 ρ_2 是车辆系统的调度变量。

9.2 线性变参数控制器的上层控制系统设计

多位学者通过控制设计实现对轮边驱动型车辆横摆角速度及速度的跟踪, 参见 Shibahata 等 (1993), Anwar (2005)。因此, 为了实现上述控制目标, 必须先定义参考信号。这里, 参考速度和参考横摆角速度由驾驶人设定。请注意, 参考横摆角速度基于车辆驾驶人的转向操纵 δ_d 给定, 参见 Rajamani (2005): $\dot{\psi}_{ref} = v/d \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \delta_d$, 其中 τ 是时间常数, d 参数取决于轮边驱动型车辆的几何结构和速度。然后, 基于驾驶人给定的参考量生成参考矢量 $R = [\dot{\xi}_{ref} \quad \dot{\psi}_{ref}]^T$ 。

因此, 控制目标是跟踪矢量 R 中的两个参考信号。由于速度误差 $z_\xi = |\dot{\xi}_{ref} - \dot{\xi}|$ 和横摆角速度误差 $z_\psi = |\dot{\psi}_{ref} - \dot{\psi}|$ 必须最小化, 我们需定义优化准则 $z_\xi \rightarrow 0$ 和 $z_\psi \rightarrow 0$ 并放入性能矢量 $z_1 = [z_\xi \quad z_\psi]^T$ 。此外, 轮毂电动机和电动转向系统相关的控制输入约束也必须在控制设计中予以考虑。而另一个性能矢量为 $z_2 = [F_l \quad \delta \quad M_z]^T$ 。

由于式 (9.4) 中的系统矩阵 A 依赖于车速 $\dot{\xi}$, 我们需要设计增益调度 LPV 控制器以实现整体解决方案。因此, 我们利用调度变量 $\rho_1 = \dot{\xi}$ 将最初给定的非线性车辆模型转换成 LPV 模型。

为了便于处理特殊驾驶情况或故障的执行器问题, 我们可以通过顶层控制的重新配置来实现轮边驱动车辆的容错设计。因此, 引入了第二个调度变量 $\rho_2 \in [0.01, 1]$, 分别对应了转向和横摆力矩的分配。

研究者提出的控制系统是基于加权策略的, 其通过闭环互联架构来实现, 如图 9.2 所示。

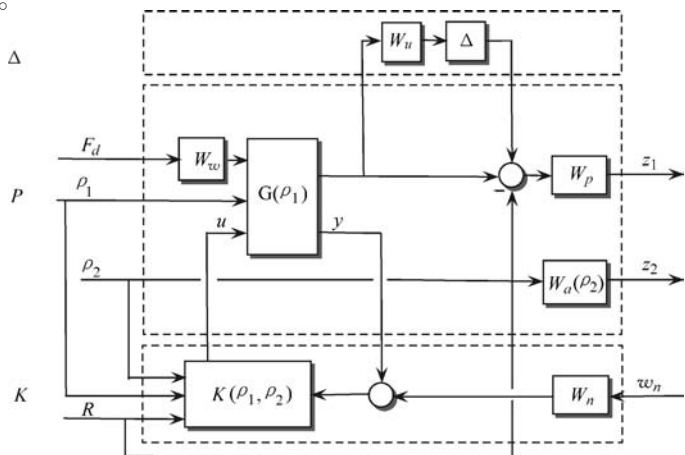


图 9.2 闭环互联结构

这里, 加权函数 W_p 的作用是保证矢量 z_1 中控制性能间的最佳平衡。由于把它们作为惩罚函数, 所以在预计有较小信号出现的地方应使用较大的权重, 反之亦然。加权函数 W_w 与 W_n 用来处理干扰和传感器噪声, 而系统的不确定性 (车辆的未建模动态和不确定参数) 由 Δ 模块及加权函数 W_u 处理 (系统的不确定性由 Δ 模块处理, 而被忽略的动态由加权函数 W_u 诠释)。上述详细的加权函数按以下二阶比例形式给出:

$$W_p = \vartheta \frac{\kappa_2 s^2 + \kappa s + 1}{T_1 s^2 + T_2 s + 1} \quad (9.5)$$

式中, ϑ 、 $\kappa_{1,2}$ 与 $T_{1,2}$ 是设计参数。

当发生故障情况时, 控制器通过加权函数 W_a (包含两个不同的权重函数) 进行重新配置。该函数包含转向加权函数 $W_{a\delta} = (\delta_{\max}\chi_1)/(\rho_2)$ 和横摆力矩函数 $W_{aM_z} = (\rho_2)/(M_{z\max}\chi_2)$, 其中 $\delta_{\max}$ 和 $M_{z\max}$ 代表最大转向角和最大横摆力矩, χ_1 和 χ_2 是调整参数, 以获得便利的控制分配。因此, 较小的 ρ_2 值会产生大的横摆力矩和小转向角, ρ_2 值的增加会产生更大的转向角和更小的横摆力矩。

容错性考虑可以通过进一步定义参数 $\rho_2^{M_z}$ 和 ρ_2^δ 来实现, 它们与调度变量 ρ_2 具有以下关系:

- FDI 滤波器未检测到转向故障时, 上述加权函数 W_a 中使用 $\rho_2 = \rho_2^{M_z}$ 。
- 检测到转向故障时, 设定 $\rho_2^\delta = 0$, 使用 $\rho_2 = \rho_2^\delta$ 。

轮毂电动机故障或车轮打滑情况下 $\rho_2^{M_z}$ 的计算方法已在 Gáspár (2015) 中有所介绍, 这里只做简单总结。利用轮毂电动机的特殊功能生成快速而精确的转矩, 可以精确估计车轮的传递力, 参见 Hu and Yin (2011)。因此, 传递的横摆力矩的总量可以表示为

$$M_z^{trans} = \left(\frac{-T_{fL}^{trans} + T_{fR}^{trans}}{R_{eff}} \right) \frac{b_f}{2} + \left(\frac{-T_{rL}^{trans} + T_{rR}^{trans}}{R_{eff}} \right) \frac{b_r}{2} \quad (9.6)$$

式中, b_f 和 b_r 是轮边驱动车辆的前后轮距; T_{ij}^{trans} ($i \in [f = \text{前}, r = \text{后}]$, $j \in [L = \text{左}, R = \text{右}]$) 是传递的车轮转矩。从而, $\rho_2^{M_z}$ 计算为

$$\rho_2 = \left| \frac{M_z - M_z^{trans}}{M_z} \right| \quad (9.7)$$

式中, M_z 是顶层控制器给出的横摆转矩。方程 (9.7) 表明, 当轮边驱动电动机出现故障或性能下降而导致规定的顶层横摆力矩不能实现时, $\rho_2^{M_z}$ 的值将增加, 顶层 LPV 控制器将规定更大的转向角度且更小车辆的横摆转矩。

顶层控制器的设计是基于 LPV 框架实现的。该设计方法应用了参数相关的李雅普诺夫函数, 参见 Bokor 和 Balas (2005), Fen 等 (1996)。LPV 性能问题是探寻一个参数变化的控制器确保闭环系统的二次稳定性, 同时对性能的干扰引

起的 L_2 范数小于 γ 。因此, 最小化问题可以写成:

$$\inf_{K} \sup_{\rho \in F_{\rho}} \sup_{\|w\|_2 \neq 0, w \in \Delta} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \leq \gamma \quad (9.8)$$

式中, w 是系统干扰; Δ 是轮边驱动车辆的未建模动态。我们使用 LMI 解决二次 LPV γ 性能问题, 计算每个顶点的反馈增益。LPV 控制 $K(\rho)$ 运用了整体增益, 是局部增益的凸面组合方法。

9.3 控制策略的执行

执行器重构的容错控制系统被认为是一个多层分层结构, 如图 9.3 所示。

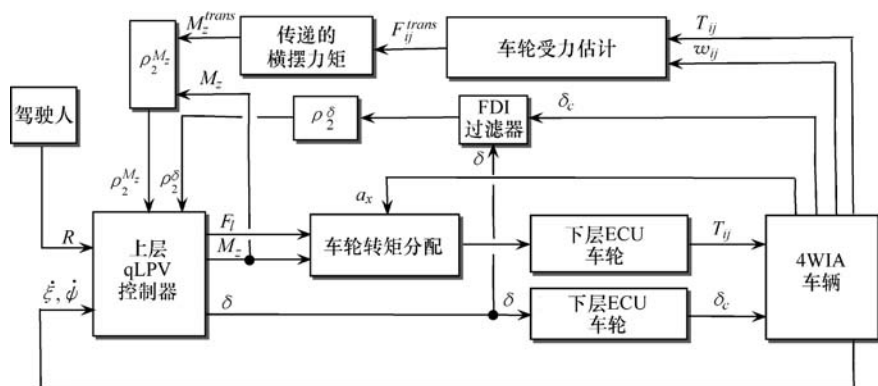


图 9.3 多层重构控制系统

第一层是顶层 LPV 控制器, 用来计算 9.2 节中提到控制输入, 包括驾驶人参考信号、轮边驱动车辆的速度及横摆力矩及派生调度变量 ρ_2 的值。

第二层用来分配车辆执行器之间第一层的结果输入, 如纵向力 F_l 、横摆力矩 M_z 及转向角 δ 。转向角被限制为 $\delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max}$, 并被直接发送到第三层。因此, 第二层的主要任务是计算第三层轮边驱动电动机的转矩。在这个过程中需要考虑车辆动力学对第一层顶层控制信号 (纵向力和横摆力矩) 进行分配。这里, 运用 Zhao 等 (2014) 及 Shuai 等 (2013) 提出的统一动态分配方法。使用加速计测量轮边驱动车辆的纵向加速度, 俯仰动力学可以在分配过程中予以考虑。因此, 车辆的轴荷可以由下述方式表示:

$$F_{zf} = \frac{mgl_2 - ma_x h}{(l_1 + l_2)}, F_{zr} = \frac{mgl_1 + ma_x h}{(l_1 + l_2)} \quad (9.9)$$

式中, h 是重心高度的中心, a_x 是纵向加速度。重新整理前面的方程式, 负载分配如下:

$$\frac{F_{zf}}{F_{zr}} = \frac{mgl_2 - ma_x h}{mgl_1 + ma_x h} = \kappa \quad (9.10)$$

当设置较小的转向角 δ 时, 纵向力 F_l 应该满足以下方程:

$$F_l = F_{fL} + F_{fR} + F_{rL} + F_{rR} \quad (9.11)$$

其中 F_{ij} , $i \in [f = \text{前}, r = \text{后}]$, $j \in [L = \text{左}, R = \text{右}]$ 是每个车轮的纵向力。产生的横摆力矩 M_z 可以表示为

$$\Delta M_z = (-F_{fL} + F_{fR}) \cdot \frac{b_f}{2} + (-F_{rL} + F_{rR}) \cdot \frac{b_r}{2} \quad (9.12)$$

由于 $F_i = \mu F_{zi}$, 以下关系式成立: $F_f/F_r = \kappa$ 。因此, 纵向力和横摆力矩可以表示如下:

$$F_l = (F_{fL} + F_{fR}) \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \quad (9.13)$$

$$M_z = (-F_{fL} + F_{fR}) \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \frac{b}{2} \quad (9.14)$$

最后, 重新整理上面方程, 每个车轮力可以表示为

$$F_{fL} = \frac{F_l}{2\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right)} - \frac{M_z}{b\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right)}, \quad F_{rL} = \left(\frac{1}{\kappa}\right) F_{fL} \quad (9.15)$$

$$F_{fR} = \frac{F_l}{2\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right)} - \frac{M_z}{b\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right)}, \quad F_{rR} = \left(\frac{1}{\kappa}\right) F_{fR} \quad (9.16)$$

请注意, 发送给第三层的所需轮边驱动电动机转矩给定为 $T_{ij} = R_{eff} F_{ij}$ 。

最后, 第三层是底层控制器, 负责生成线控转向系统和轮毂电动机的实际物理输入。学者们已对电动机的控制进行了广泛研究, 参见 Wu 等 (2013) 及 Yang and Lo (2008), 这里不再做详细阐述。运用简单的一阶模型将第二层的转矩信号与轮毂电动机实际产生的转矩表述如下:

$$T_{motor}(s) = \frac{1}{1 + (L_m/R_m)s} T \quad (9.17)$$

式中, T_{motor} 是实际的电动机转矩; T 是第二层给出的参考转矩; L_m 和 R_m 是与电感和电阻相关的电动机参数。

9.4 模拟结果

将小型 4WIA 车辆装配 4 个轮毂电动机和 1 个转向线控转向系统在 CarSim 中进行模拟。基于 Watts 等 (2010) 人给出的参数, 轮毂电动机的物理参数见表 9.1。

4WIA 车辆的其他物理参数包括质量、空气动力学系数、悬架几何形状和车轮转弯刚度等，是常规的 A 级车参数，见表 9.2。

在两种模拟情况下，驾驶人驾驶轮边驱动车辆遵循 S 形转弯的轨迹行驶，如图 9.4a 所示。车速设定为恒定的 54 km/h（图 9.4b），车辆跟踪的参考横摆角速度由驾驶人的转弯操作产生，如图 9.4c 所示。

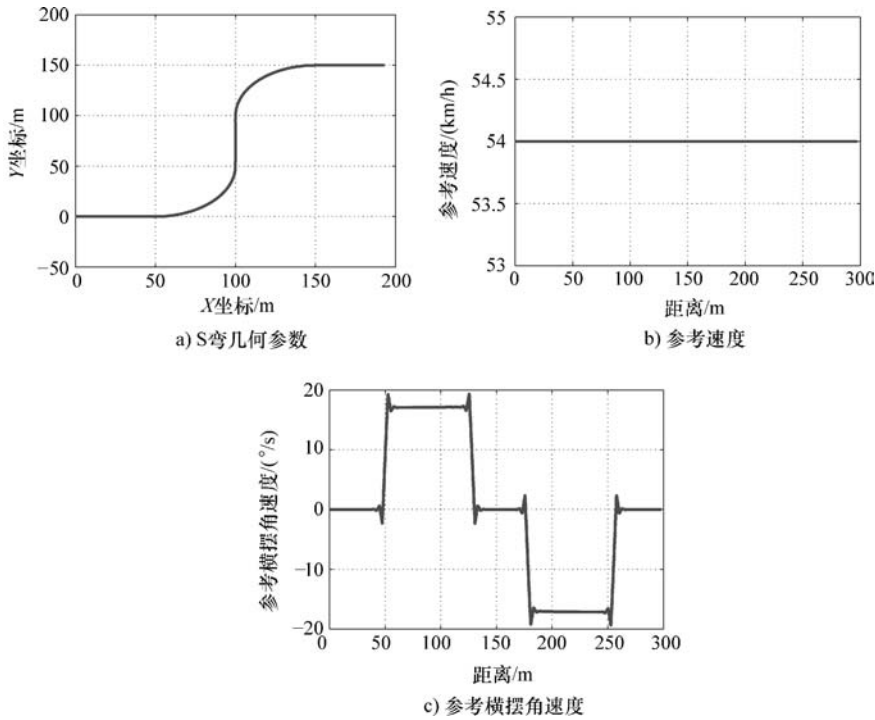


图 9.4 参考信号

假定 4WIA 的横摆角速度、纵向和横向加速度及轮速可以用低成本的惯性传感器和加速度计进行测量。请注意，这些测量对评估文中提及的重新分配控制策略至关重要。

表 9.1 电动机规格

参数	值	单位
电动机总质量	34	kg
峰值功率	75	kW
持续输出功率	54	kW
峰值转矩	1000	N · m
持续输出转矩	650	N · m

表 9.2 4WIA 车辆参数

参数	值	单位
车辆质量 (m)	830	kg
横摆惯性矩 (J)	1110.9	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
质心到前轴距离 (l_1)	1.103	m
质心到后轴距离 (l_2)	1.244	m
前轮距 (b_f)	1.416	m
后轮距 (b_r)	1.375	m
质心高度 (h_{cog})	0.54	m
前轮转弯刚度 (C_1)	22	kN/rad
后轮转弯刚度 (C_2)	85	kN/rad
空气阻力系数 (C_w)	0.343	—
迎风面积 (A)	1.6	m^2

9.4.1 轮毂电动机故障模拟

第一个仿真示例中,通过与没有任何故障的结果进行比较来分析轮毂电动机故障的影响。这里,在第二个转弯处左前轮轮毂电动机发生故障。

两个模拟所规定的 LPV 控制器顶层控制信号如图 9.5 所示。由图 9.5b、图 9.5c 可见顶层重新分配策略效果良好。在第一个转弯,生成了有效的转向和横摆力矩组合。在第二个转弯,由于轮毂电动机故障和 ρ_2 值的增加,与没有故障事件的正常情况相比,4WIA 车辆的 LPV 控制器规定了更大的转向角度和减小的横摆力矩。

动态车轮转矩分配方法的结果显示,车辆俯仰时轮毂电动机生成了差速转矩,如图 9.6 (见彩插) 所示。图 9.6a 显示没有故障事件发生时,在两个转弯处,左侧和右侧电动机产生相同的差速转矩。与此同时,左前轮轮毂电动机在第二转弯前发生故障,不产生转矩,如图 9.6 所示。由于顶层控制重新分配 (ρ_2),正常运转轮毂电动机的差速转矩也有所减小。

该方法的效果如图 9.7 所示。由于控制器的重新配置,即使在左前方电动机故障情况下,4WIA 车辆的速度误差不超过 1 km/h (图 9.7a),横摆角速度误差 (图 9.7b) 也保持可接受的较小值。在轮毂电动机故障的情况下,如图 9.7c 所示,虽然来自车道中心的横向误差增加,车辆也能够成功评估转弯操纵。

9.4.2 转向系统故障模拟

第二个仿真模拟中,假定线控转向系统在第二个弯道之前发生严重故障。因

此, 依据 9.2 中详细阐述过的容错重新配置方法, 故障发生时将设置 ρ_2 与 $\rho_2^\delta = 0$ 相等。

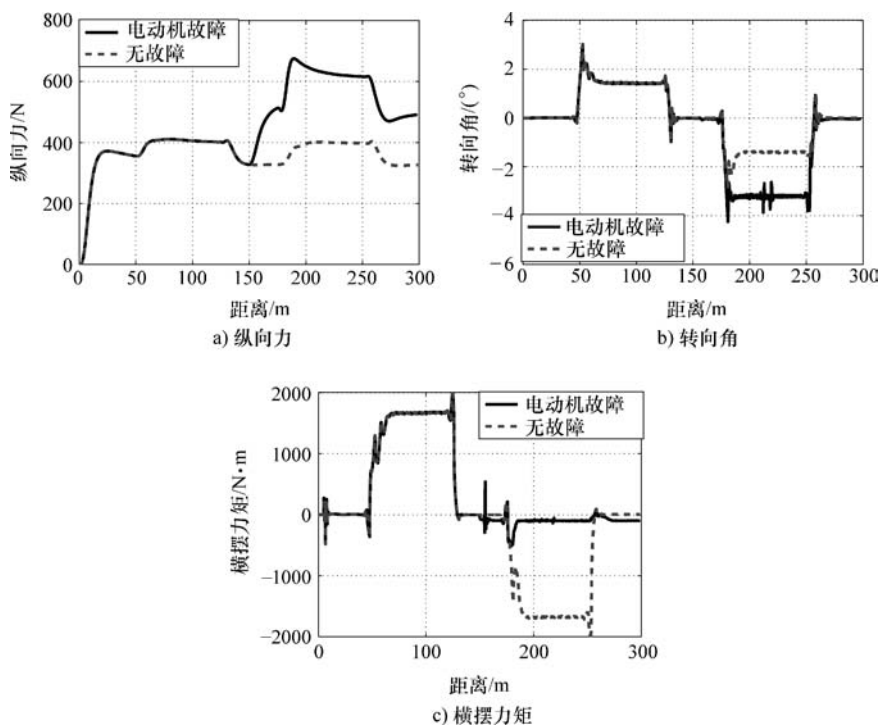


图 9.5 高阶控制信号

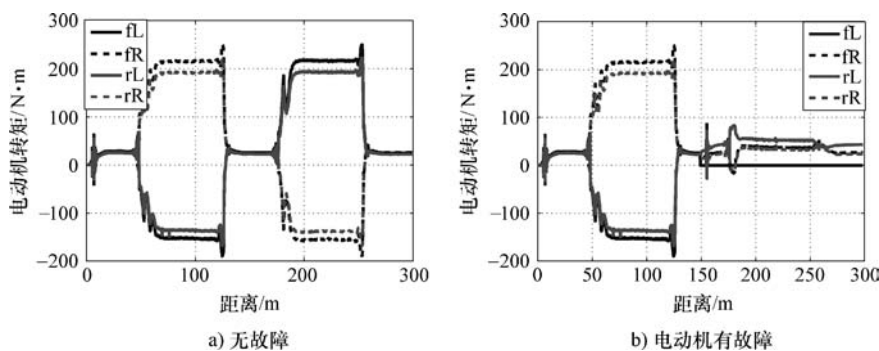


图 9.6 轮毂电动机转矩

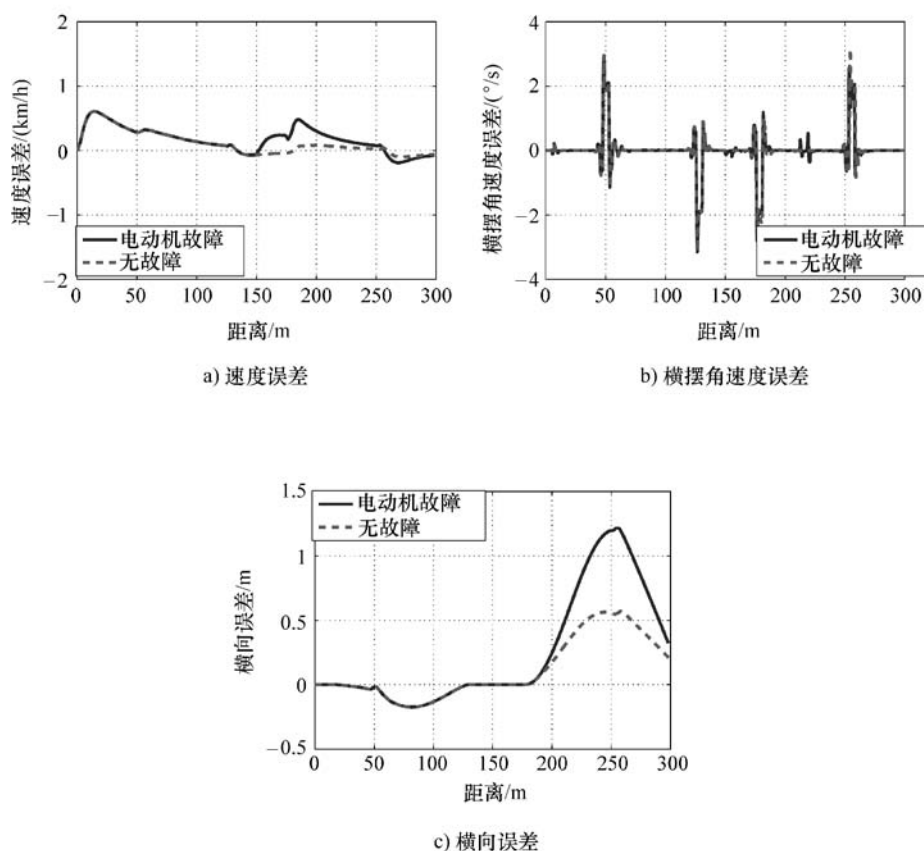


图 9.7 不同方法的效果对比图

因此,在检测到线控转向系统故障后,顶层控制信号进行重置,车辆仅通过横摆力矩评估转弯,如图 9.8b 和图 9.8c 所示。通过与无故障情况进行比较,转向的影响被显著增大的横摆力矩所替代。

由于顶层控制重新配置和额外的横摆力矩,与正常情况相比较,差速轮毂电动机转矩在第二个转弯更为明显,如图 9.9a 和图 9.9 (见彩插) b 的比较所示。

控制系统在转向系统故障时的性能如图 9.10 所示。由于有效的重新配置,速度和横摆角速度误差保持较小值,如图 9.10a 和图 9.10b 所示。车辆的横向误差与没有故障的情况相似,如图 9.10c 所示。

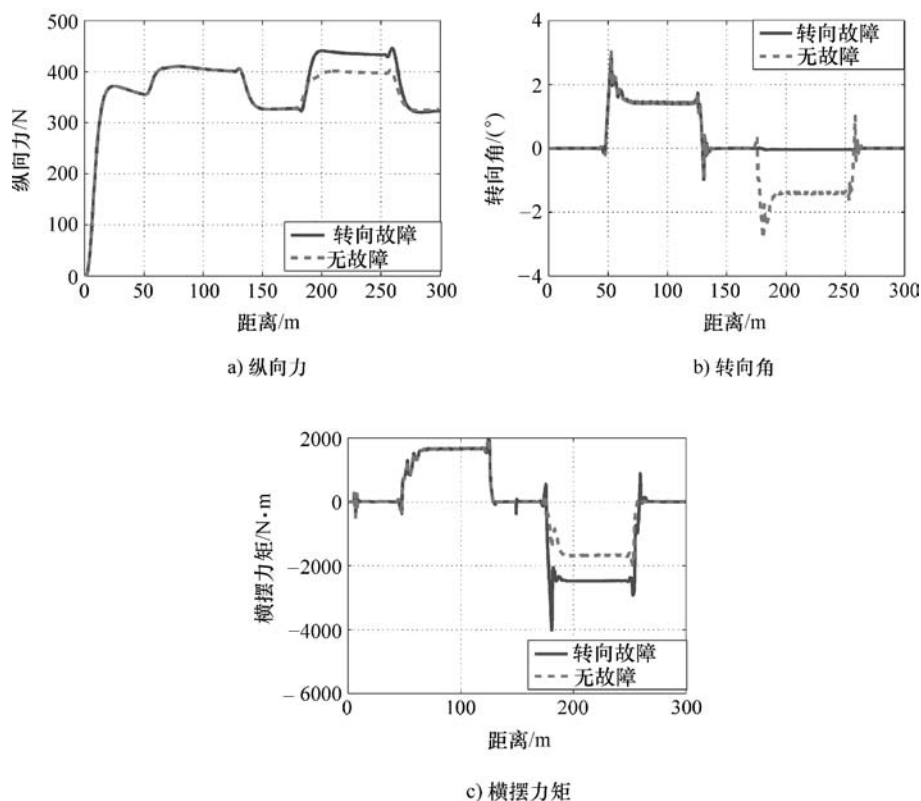


图 9.8 高阶控制信号

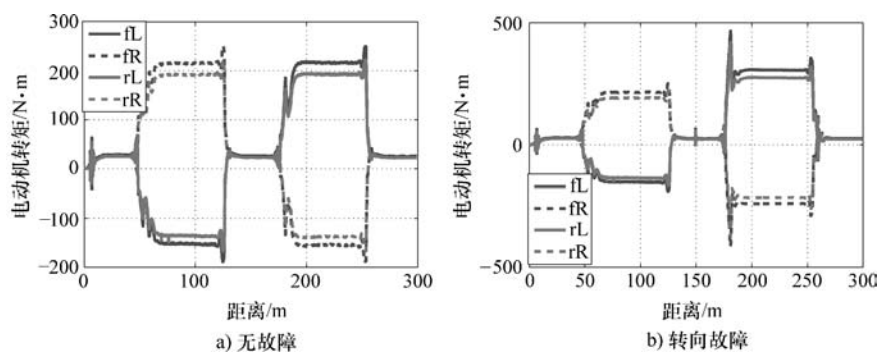


图 9.9 轮毂电动机转矩

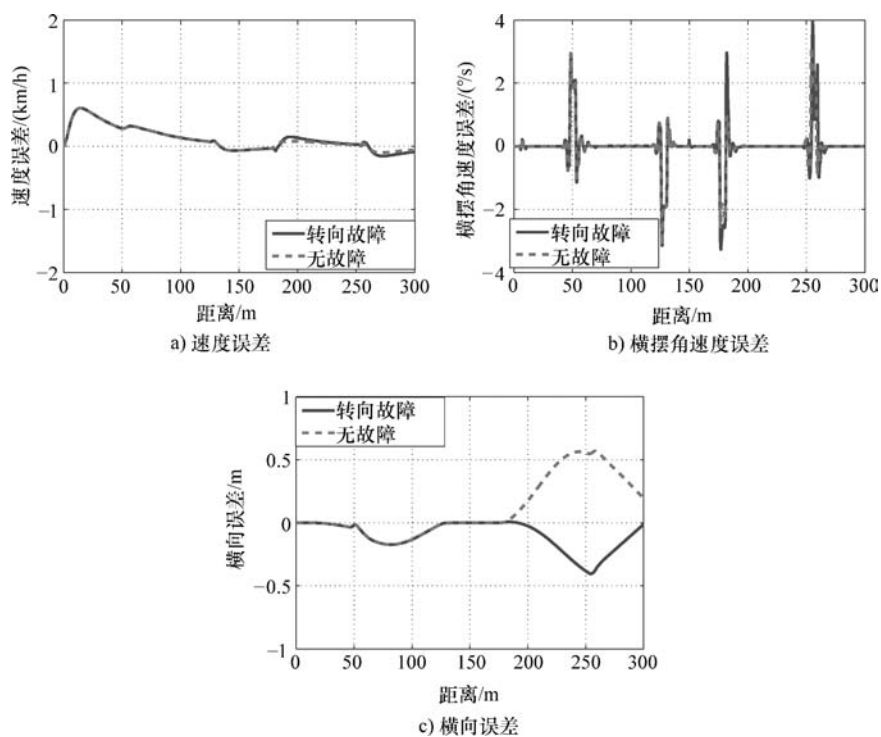


图 9.10 不同方法的效果比较图

第 10 章 控制系统中的驾驶人模型

介绍

本章所提出的集成控制是建立在使用独立设计控制部件的监控集成结构的基础上的。监控器的作用是用来保证组件之间的协调并满足性能指标。监控器拥有当前车辆操作模式的各种信息，例如从监视组件收集的车辆各种操控或不同的故障操作的信息。之后就可以做出对车辆各部件进行必要干预的决定了。

在集成控制系统中，应该考虑到驾驶人的行为特征。控制系统的最终方案应该是在操纵（或道路状况）、舒适以及安全之间建立一个平衡。这种平衡常常导致车辆功能之间的妥协，而这种平衡可能并不适合所有的驾驶人。例如，一般驾驶人会选择尽可能小的曲率半径来转弯，而需要舒适性感受的驾驶人在转弯时则会选择较大的曲率半径。然而与此同时，不同曲率半径的选择也可能与当前的速度选择有关，例如，较大的曲率半径允许驾驶人选择较高的速度。而实际的控制方案是建立在系统运行期间学习到的驾驶人行为基础之上的。

驾驶人的操作不仅是计划行驶轨迹的一种函数，而且同时也影响了车辆动力学的表现。因此，驾驶人模型必须与车辆模型相结合。在本章中，将监控器的控制与驾驶人模型相结合，使得驾驶人行为和要求被纳入控制系统设计中。因此，在驾驶辅助系统中，应该考虑到车辆和驾驶人之间的相互干预作用。车辆同时带有一个手动模式开关，确保车辆的动态符合驾驶人的要求。例如，驾驶人可以使悬架变硬以实现运动模式或者可以使悬架变软以提高乘坐的舒适性。

各种驾驶模式都应该考虑到驾驶人的行为。以下是一些学者关于驾驶人模型的研究，这里提到的驾驶人模型还没有用于以控制导向为目的的研究中。Kiencke 等人（1999）开发了一个混合驾驶人模型，在其中结合了离散事件系统理论与经典控制理论。在驾驶人模型中，视觉感知被分为两类，即与交通相关的因素和与车辆相关的因素。该模型可处理横向和纵向车辆的运动，参见 Kiencke 和 Nielsen 的文章（2000）。基于实际状况，如驾驶人预测和适应能力的局限，Macadam（2003）在纵向和横向两个方向建立了一个驾驶人模型。Salvucci 等人开发了一个可以检测驾驶人车道变化的方法（2007）。结合 PATH 项目，Delorme

和 Song 分析了在智能交通系统下的驾驶人行行为 (2001)。Fujiwara 等人为驾驶辅助系统创建了多重驾驶人模型 (2004)。驾驶人模型的神经网络模型、模糊逻辑和遗传算法也被广泛使用, 参见 Kageyama 等人 (2000) 的文章。基于博弈论和非合作方式方法的模型预测控制被用于开发驾驶人转向控制模型, 参见 Na 和 Cole (2013) 的文章。Lefevre 等人的文章中建立了一个基于学习的驾驶人模型, 该模型可以识别在高速公路上驾驶人的操作并预测未来指令 (2015)。

驾驶人转向控制的数学模型的详细分析是由 Sharp 等人 (2000) 完成的。驾驶人模型与非线性车辆动力学模型相关联, 使车辆遵循规定的路径。当驾驶人接近车辆重心的纵向横向位置时, 车辆的偏航角度和纵向速度也被考虑在内, 并分析了多种控制场景, 如转向控制、速度控制和路径跟随控制。在闭环系统中驾驶人模型的转向控制由 Hess 和 Modjtahedzadesh 构建 (1990)。此驾驶人模型可分为高频和低频补偿元素。高频补偿是指整个系统的交叉频率附近的频率。驾驶人转向模型的参数依赖关系分析由 Pauwelussen (2012) 给出。Rossa 等人 (2014) 的文章中采用分歧分析方法, 研究了相关联的人车模型的稳态转弯和直线运动。

Menhour 等人 (2009) 为转向控制构建了一个两级驾驶人模型。基于横向动力学部分的目标, 是生成道路的参考曲率和预计位置。基于一组 PID 控制器的补偿部分修正了车辆的偏航角度和横向位移, 并基于切换机制来选择合适的 PID 控制器。在此两级模型的基础上, Edelmann 等人将驾驶人转向模型扩展到更高的横向加速度上 (2007)。Ungoren 和 Peng (2005) 关注于一个自适应的横向预判驾驶人模型。尽管驾驶人模型的模板只有少数几个参数, 但都进行了调整, 使其趋近于有着不同驾驶风格的驾驶人一样的人工驾驶转向方式。不同的方法被尝试用于预判驾驶人模型, 其预测路径信息是直接关系到空间视界模型的, 参见 Jiang 等人 (2011) 的文章。Braghin 等人 (2008a) 开发了一个赛车驾驶人模型, 其重点是轨迹规划, 因为赛车手的目的是获得最少的圈速时间。因此, 既要求最短的赛道长度, 又需要最高的赛车速度。Cole (2012) 和 Mehrabi 等人 (2015) 还考虑到了驾驶人的神经肌肉动力学。

Lu 和 Filev 提出一个包括连续激活的主回路和离散激活的辅助回路的具有多重交互式循环控制回路系统的框架 (2009)。主回路包括驾驶人程序, 而辅助回路包括电子设备。

天气条件也被考虑进驾驶人模型中, 见 Hoogendoorn 的文章 (2010)。驾驶人模型的参数通过使用驾驶模拟器来进行经验估计和测量。一种基于实测的跟车数据人工驾驶的识别方法模型由 Lee 和 Peng (2004) 提出。在这里, 为了验证, 在模拟器中加入 Gipps 模型, 此方法被用于碰撞预警和回避系统。最后, 对不同危急情况下的不同驾驶人模型进行的评估由 Markkula 等人 (2014) 提出。

10.1 以控制设计为目的的驾驶人模型

控制导向的驾驶人模型

上文提到的驾驶人模型适用于人工驾驶，并对驾驶人的行为提供了复杂的描述。在这一节中，将一个驾驶人模型应用于控制导向的目的。由于驾驶人与有源部件，如主动转向和制动器一起，在一个闭合回路系统中运行，因此驾驶人辅助系统的设计需要考虑驾驶人模型。驾驶人模型的选择应该符合：该模型中人/车模型结合的精确性可以接受，并且该模型可以很容易地应用于控制设计中。Hess 和 Modjtahedzadesh 曾经致力于建立以控制为导向的驾驶人模型（1990）。

驾驶人模型的输入是驾驶人控制的车辆横向位置 y_v 和道路的参考横向位置 $y_{v,ref}$ 的差值：

$$e_y = y_{v,ref} - y_v \quad (10.1)$$

输出是驾驶人的转向盘转角 δ_d 。

驾驶人模型被分为高频和低频补偿元素，如图 10.1 所示。高频驾驶补偿描述了整个驾驶人/车辆开环的交叉频率周围的十倍频程回报率。它由三个环形组件所定义。驾驶模型 G_{NM} 是驾驶人手臂神经肌肉系统的二阶传递函数： $G_{NM} = K_N / (T_{N1}s^2 + T_{N2}s + 1)$ ，其中 T_{N1} , T_{N2} 是时间常数。 G_{P1} 和 G_{P2} 代表来自人类肢体和肌肉运动变量的反馈组织。它们的形式是 $G_{P1} = K_1s / (T_1s + 1)$ 和 $G_{P2} = K_2s / (T_2s + 1)$ 。

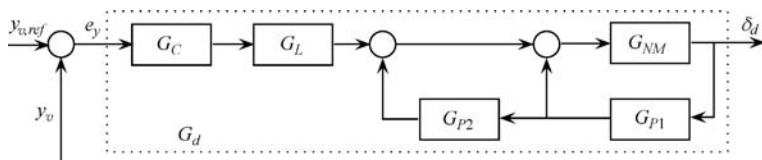


图 10.1 以控制设计为目的的驾驶人模型

低频驾驶补偿是由有延迟的两个部分所定义的。固有的人类信号处理延迟由时间延迟 G 表示。该时间延迟近似于一阶传递函数： $G_L = 1 / (T_Ls + 1)$ 。驾驶人模型的低频补偿由 G_C 表示，表示为 $G_C = K_C / (T_Cs + 1)$

横向误差 e_y 和转向输出 δ_d 之间的驾驶人模型的形式如下：

$$G_d = (I + G_{NM}G_{P2}G_{P1} + G_{NM}G_{P1})^{-1} G_{NM}G_LG_C \quad (10.2)$$

理论上，驾驶人模型可以用四阶比例传递函数来近似。使用式（10.1），驾驶人模型可以转换成状态空间的表示形式：

$$\dot{x}_{dr} = A_{dr}x_{dr} - B_{dr}y_v + B_{dr}y_{v,ref} \quad (10.3)$$

$$\delta_d = C_{dr} x_{dr} \quad (10.4)$$

不同的驾驶人之间的差异取决于不同的传递函数间的极点配置。在下面的部分,讲述了一个用来分析驾驶人行为的初步鉴定方法。

10.2 横向动力学的控制导向模型

图 9.1 所示车辆的基本动力学由驾驶人决定,横向动力学由控制系统辅助。当驾驶人本人不能保证轨迹跟踪的情况下,辅助系统在此紧急情况下有着巨大优势。

基于自行车模型的车辆横向动力学参见 Rajamani (2005) 的文章。轮胎侧向力与轮胎侧滑角度近似呈线性关系: $F_{yf} = C_f \alpha_f$ 和 $F_{yr} = C_r \alpha_r$, 其中 C_f 和 C_r 是线性轮胎模型的侧偏刚度。轮胎侧滑角度表示为 $\alpha_f = -\beta + \delta - l_1 \cdot \dot{\psi}/v$, $\alpha_r = -\beta + l_2 \cdot \dot{\psi}/v$, 其中 β 是侧滑角, δ 是前轮转向角度, $\dot{\psi}$ 是车辆的横摆率, l_1 和 l_2 是几何参数, v 是纵向速度。

系统中的执行器是前轮转向角 δ_c 和制动偏航力矩 M_{br} 。在手动驾驶操控中,车辆实际横向与参考横向的差值,由驾驶人通过使用转向盘产生转角 δ_d 来实现最小化。如果有必要,这个角度可通过由自动转向系统产生附加转向角 δ_c 来校正。因此,转向角被分成两个部分: $\delta = \delta_c + \delta_d$ 。自行车模型的公式如下:

$$J \ddot{\psi} = C_1 l_1 \alpha_f - C_2 l_2 \alpha_r + M_{br} \quad (10.5)$$

$$mv(\dot{\psi} + \dot{\beta}) = C_1 \alpha_f + C_2 \alpha_r \quad (10.6)$$

$$\ddot{y}_v = v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \quad (10.7)$$

式中, m 是质量; J 是车辆的偏航惯性; y_v 是车辆的横向加速度。车辆的运动方程被转换成状态空间表示形式如下:

$$\dot{x}_{veh} = A_{veh} x_{veh} + B_{veh,1} \delta_d + B_{veh,2} u_{veh} \quad (10.8)$$

$$z_{veh} = C_{veh,2} x_{veh} \quad (10.9)$$

$$y_{veh} = C_{veh,1} x_{veh} \quad (10.10)$$

其中车辆的状态矢量 $x_{veh} = [\dot{\psi} \quad \beta \quad \dot{y}_v \quad y_v]^T$ 包含偏航率、侧滑角、横向速度和位置。控制输入和干扰分别是 $u_{veh} = [\delta_c \quad M_{br}]^T$ 和 δ_d 。性能信号是车辆的横向位置 $z_{veh} = y_v$ 并且测量的信号是车辆的横摆率 $y_{veh} = \dot{\psi}$ 。

10.3 驾驶人与车辆系统的互联

驾驶辅助系统的结构中驾驶人与车辆模型的互联如图 10.2 所示。驾驶模型的输入是横向位置误差 e_y , 而其输出是驾驶人的转向角 δ_d 。车辆模型的控制输

入是制动偏航力矩 M_{br} 和前转向角 δ_c ，而其输出是车辆的横向位置 y_v 和偏航率 $\dot{\psi}$ 。该系统的目的是在车辆驾驶中改善轮胎与地面的附着力，并保证车辆在操纵稳定性和乘客舒适性之间的平衡。在互联系统中使用的两个控制系统，即转向系统 K_{st} 和制动系统 K_{br} ，它们的行动是基于偏航率误差，其中参考偏航率由驾驶员的转向角 δ_d 产生。

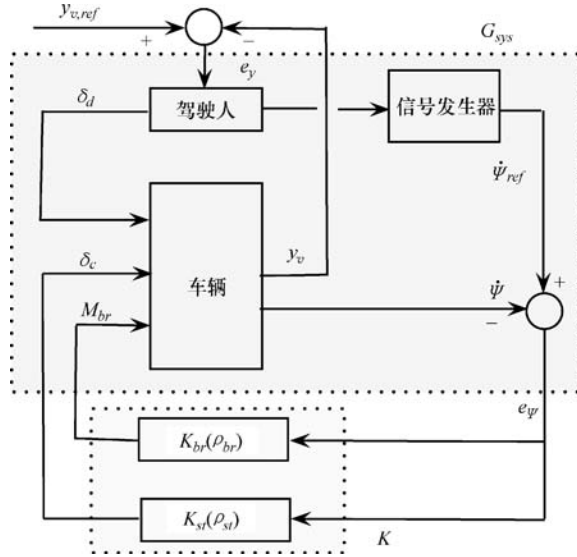


图 10.2 驾驶人辅助系统的结构

在实际中，驾驶员的操控要求必须由转向盘转角 δ_d 进行估算，其中必须考虑速度 v 。这是由参考偏航率 $\dot{\psi}_{ref}$ 所导致的，其必须通过集成控制系统来实现。基于 δ_d ，参考偏航率 $\dot{\psi}_{ref}$ 是使用一个一阶比例传递函数来计算的，参见 Pacejka (2004) 的文章。

$$G_{\dot{\psi}_{ref}, \delta_d}(s) = \frac{v}{l_1 + l_2 + \frac{\eta}{g}v^2} \cdot \frac{1}{\tau s + 1} \quad (10.11)$$

式中， η 为转向不足梯度； τ 为时间常数。参考信号发生器的模块被插入到驾驶辅助系统的体系结构中。该信号发生器的状态空间表示形式是

$$\dot{x}_{SG} = A_{SG}x_{SG} + B_{SG}\delta_d \quad (10.12)$$

$$\dot{\psi}_{ref} = C_{SG}x_{SG} \quad (10.13)$$

最后，通过联合使用式 (10.3) 的车辆、式 (10.8) 的驾驶员和式 (10.12) 的信号发生器模块的方程式，从而形成了整个复杂系统的状态空间表达式 G_{sys} 。下面介绍增广状态的向量形式： $x_{aug} = [x_{veh} \ x_{dr} \ x_{SG}]^T$ 。由于 δ_d 和

y_v 由式 (10.4) 和式 (10.9) 两个方程表示, 增强系统的状态空间表示如下:

$$\dot{x}_{aug} = \left[\begin{array}{c|c|c} A_{veh} & B_{veh,1} C_{dr} & 0 \\ \hline -B_{dr} C_{veh,2} & A_{dr} & 0 \\ \hline 0 & B_{SG} C_{dr} & A_{SG} \end{array} \right] x_{aug} + \left[\begin{array}{c} B_{veh,2} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] u_{veh} + \left[\begin{array}{c} 0 \\ B_{dr} \\ 0 \end{array} \right] y_{v,ref} \quad (10.14)$$

$$y = \left[\begin{array}{c|c|c} -C_{veh,1} & 0 & C_{SG} \end{array} \right] x_{aug} \quad (10.15)$$

其中增广系统的输出是偏航率误差 $y = e_{\dot{\psi}}$, 这是在控制器中使用的。

备注 10.1: 注意在闭环互联结构中, 使用 $\dot{\psi}_{ref}$ 而不是 δ_d , 与测量的偏航率 $\dot{\psi}$ 进行比较。因此, 从控制设计方面, 信号 δ_d 就不是如方程 (10.8) 一样的干扰项。

备注 10.2: 执行器的选择取决于以下几个因素: 结构的限制、能量的需求以及执行器的动力学。例如, 为了避免轮胎打滑, 必须减小制动偏航力矩, 同时, 偏航运动必须由前轮转向控制。相似地, 为避免达到转向极限, 必须增加差速制动。该执行器的选择策略不在本文的考虑范围之内。

10.4 驾驶人辅助系统的性能指标

下面定义一下, 基于驾驶辅助系统的互联结构的车辆导向和驾驶人导向的性能。

10.4.1 性能方程

为了保证操控过程中的车道保持, 距离车道中心线 $y_{v,ref}$ 的车辆横向位置 y_v 必须达到最小。横向位置由驾驶人在操控中决定。控制器的作用是协助驾驶人减少横向误差。控制系统的轨迹追踪性能如下:

$$z_1 = y_{ref} - y_v; |z_1| \rightarrow \min! \quad (10.16)$$

同时, 在控制执行期间, 必须避免执行器饱和。在驱动和制动期间, 制动器的最大值由它们的物理结构操控和限制, 例如轮胎路面附着力条件。因此, 控制输入也被制定为如下的性能标准:

$$z_2 = [\delta_c \quad M_{br}]^T; |z_2| \rightarrow \min! \quad (10.17)$$

系统的人工驾驶人性能表现在驾驶人的行为上。驾驶人的转向盘转角 δ_d 有两个方面: 幅度和转向速率, 这必须受控制设计的影响。

δ_d 的幅度: 在操控车辆的过程中, 驾驶人必须旋转转向盘。虽然转向盘一

般由两手旋转，但旋转的角度却应尽可能小。否则，转向会不舒服并很可能发生危险。故此控制目标是限制 δ_d 的幅度大小来减小旋转角度，如下所示：

$$z_{3,1} = \delta_d; |z_{3,1}| \rightarrow \min! \quad (10.18)$$

δ_d 的速率：除了转向盘转角的幅度大小之外，转向速率也是一个重要的因素。高速时需要高度集中注意力。因此，控制目标是限制 δ_d 的速率如下：

$$z_{3,2} = \dot{\delta}_d; |z_{3,2}| \rightarrow \min! \quad (10.19)$$

10.4.2 系统性能的权重分配策略

在控制设计中，必须考虑几个方面的性能表现。虽然它们之间有一定冲突，但必须使其达到一种平衡。下面为了达到性能指标，加权函数及其幅度和频率被引入到传递函数中。

横向追踪误差的加权函数是这样选择的，其稳定状态应低于某预定值：

$$W_{z_1} = e_{y,\max} \frac{T_{z_1}s + 1}{T_{z_2}s + 1} \quad (10.20)$$

式中， $e_{y,\max}$ 是设计参数； T_{z_1} 、 T_{z_2} 是时间常数。

性能 z_2 在监控设计中起着重要的作用。转向和制动控制器在分别独立的控制系统下独立设计。它们的整合由执行器选择参数 ρ_{st} 和 ρ_{br} 来保障。因此， z_2 的加权函数通过以下传递函数被分别用于转向和制动。

转向角的加权函数如下：

$$W_{z_{2,1}} = (1 - \rho_{st}) \frac{T_{d_1}s + 1}{T_{d_2}s + 1} \quad (10.21)$$

式中， T_{di} 是时间常数； ρ_{st} 是参数相关增益，表示转向驱动的相对重要性，其取决于转向角 δ 和速度 v 。差速制动转矩的加权函数如下：

$$W_{z_{2,2}} = (1 - \rho_{br}) \frac{T_{b_1}s + 1}{T_{b_2}s + 1} \quad (10.22)$$

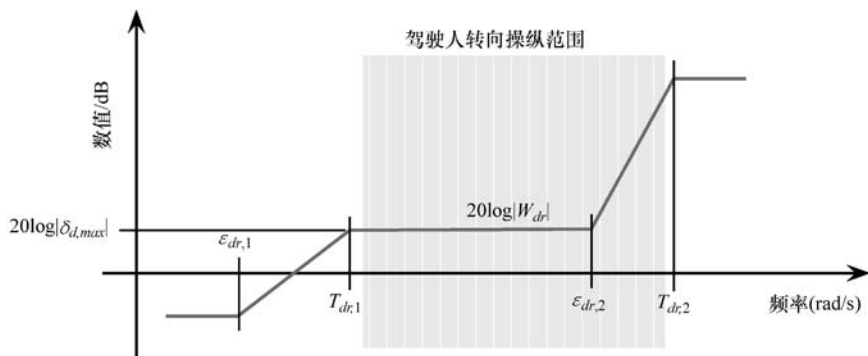
式中， T_{bi} 是时间常数； ρ_{br} 是参数相关增益，表示制动驱动的相对重要性，其取决于轮胎的纵向滑动 κ 。

驾驶人表现的重要性体现在不同频率范围内，因此选择以下性能加权：

$$W_{z_{3,1}} = \delta_{d,\max} \frac{(\varepsilon_{dr,1}s + 1)(\varepsilon_{dr,2}s + 1)^2}{(T_{dr,1}s + 1)(T_{dr,2}s + 1)^2} \quad (10.23)$$

其中， $\delta_{d,\max}$ 与允许的最大转向盘转角有关。这部分的作用是根据性能表现 $z_{3,1}$ 来保证 δ_d 的极限。 $\varepsilon_{dr,1}$ 、 $\varepsilon_{dr,2}$ 、 $T_{dr,1}$ 和 $T_{dr,2}$ 是设计参数，其在转向盘转角中起限制作用，如图 10.3 所示。权重函数 $\dot{\delta}_d$ 的选择如下：

$$W_{z_{3,2}} = \frac{\delta_{d,\max}}{T_{dr,3}s + 1} \quad (10.24)$$


 图 10.3 $\dot{\delta}_d$ 的权重

10.5 驾驶人辅助系统的综合控制系统设计

闭环互联结构，包括增强模型 G_{sys} 和控制器 K 的反馈关系，如图 10.4 所示。该组合方案被应用于转向控制和制动控制二者的设计中。控制器的外部信号是参考横向位置 $y_{v,ref}$ 、传感器噪声 ω_n 和另一个为当 ρ 在执行器选择中是计划变量时被视作干扰量的控制信号 u_{ext} 。

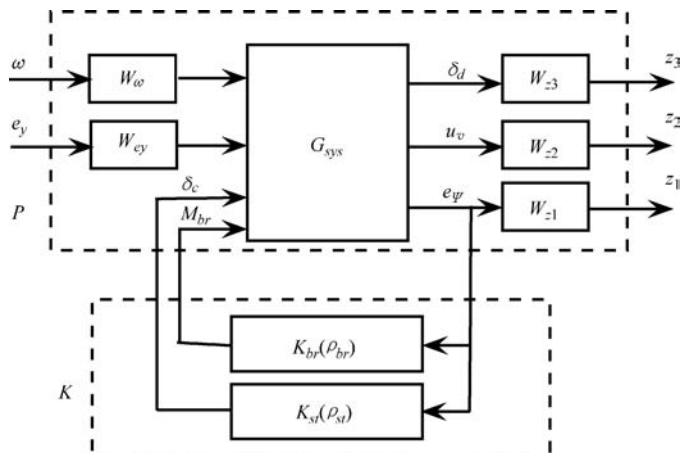


图 10.4 闭环互联结构

控制系统设计是基于在闭环互联结构中的一个加权策略来实现的。加权函数 $W_{z_{i,j}}, i \in \{1, 2, 3\}, j \in \{1, 2\}$ 用作定义性能参数，参见 10.4 节。加权函数 W_{ref} 用作生成横向位置的参考量， W_n 则反映了传感器噪声，而 W_{ext} 表示外部信号。

控制设计导致了二次 LPV 的性能表现问题。这些方法的优点是, 通过在整个操作间隔中仿射使用参数化李雅普诺夫函数, 使得控制器能够适应于当前操作条件, 从而满足稳定性和性能要求, 参见 Bokor 和 Balas (2005), Wu 等人 (1996) 的文章。

二次 LPV 性能表现问题是要找到一个满足如下参数变化的控制器: 在此方式下, 所得到的闭环系统是二次稳定的, 并且从干扰 ω 和性能 z 中得出的诱导 L_2 范数小于某个预设值 γ , 如下所示:

$$\inf_K \sup_{\rho \in \mathcal{FP}} \sup_{\|\omega\|_2 \neq 0, \omega \in \mathcal{L}} \frac{\|z\|_2}{\|\omega\|_2} < \gamma \quad (10.25)$$

LPV 问题的解决方案取决于满足所有 $\rho \in \mathcal{FP}$ 的无限维 LMI 集合, 所以它是一个凸出的问题。在实际中, 这个问题通过对参数空间进行网格化并对在 $\mathcal{FP}$ 的子集上的 LMI 集合的求解来完成。此控制设计为基于使用参数依赖李雅普诺夫函数的 LPV 方法。

10.5.1 模拟结果

在最后一节中, 通过一个模拟实例对所提出的控制系统设计的操作进行说明。驾驶人的目的是沿着密歇根州沃特福德赛道路线行驶, 如图 10.5 所示。此道路轨迹包含几个高难度的急转弯。车辆和驾驶人的数据见表 10.1。

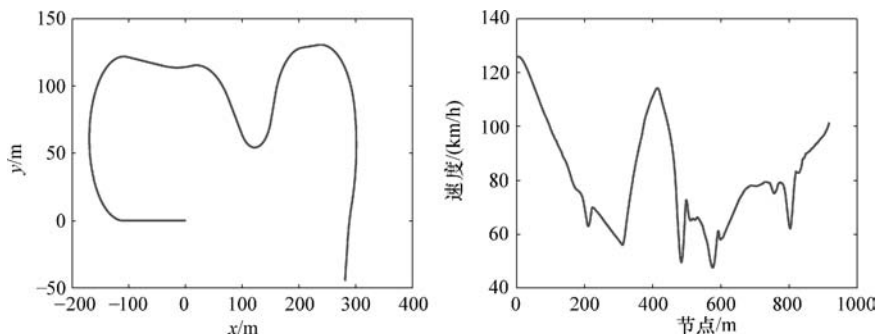


图 10.5 车辆行驶进程

在模拟中, 比较如下两种情况: 在不受控制的情况下, 车内没有驾驶辅助系统; 而在受控情况下, 则采用提出的集成驾驶人辅助系统来帮助驾驶人。

驾驶人在路途中改变车辆速度。由于道路的急转弯导致了车辆的横向误差的增加 $e_y = y_{ref} - y_v$ 。没有驾驶人辅助系统的驾驶人不能按规定路径行驶, 偏离车道并伴随横向误差的显著增加。而集成控制系统能够在驾驶人的操作中提供帮助, 并在驾驶人操作中减少横向误差。两者之间误差的值 $|e_{y,uncontrolled}| -$

$|e_{y,controlled}|$ 如图 10.6a 所示。所提出的驾驶人辅助系统显著地减少了横向轨迹误差。图 10.6b 表明,驾驶人辅助系统不仅减少了 e_y ,也减小了转向盘转角 δ_d 。设计适当的加权函数 $W_{z_{3,1}}$ 和 $W_{z_{3,2}}$ 使转向更舒适。它们的参数选择如下, $\varepsilon_{dr,1} = 20$, $\varepsilon_{dr,2} = 0.2$, $T_{dr,1} = 10$, $T_{dr,2} = 0.1$, $T_{dr,3} = 10$, $\delta_{d,max} = 3.18$, $\dot{\delta}_{d,max} = 0.16$ 。

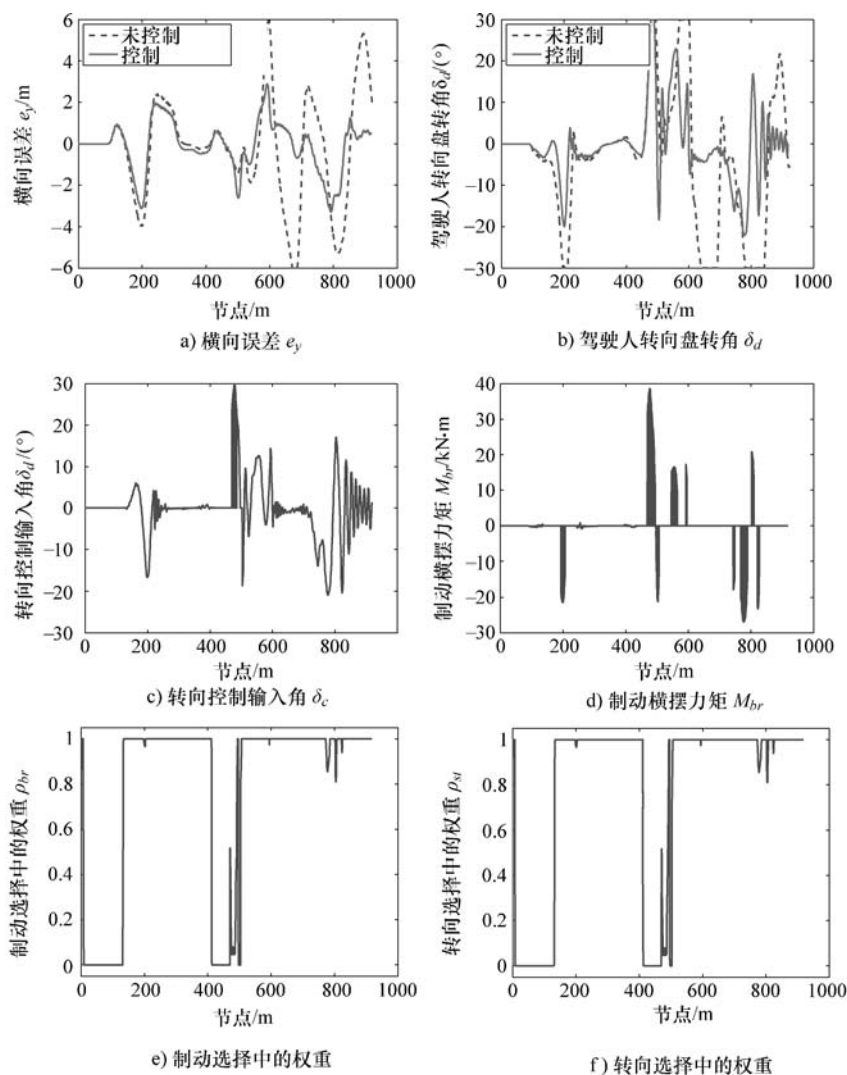


图 10.6 驾驶人和控制系统的互动

表 10.1 车辆和驾驶人的数据

m	1833 kg	K_C	10
J	2765 kgm ²	T_C	2
l_1	1.402 m	K_N	1
l_2	1.646 m	T_{N1}	0.01
C_1	70000 N/rad	T_{N2}	0.1414
C_2	105000 N/rad		
K_1	5	T_1	5
K_2	8	T_2	4

然而,应该指出的是 δ_d 的减小与输入 δ_c 和 M_{br} 之间存在着一个平衡。因为 δ_d 是 $\dot{\psi}_{ref}$ 计算的来源,见式(10.11),它也同样影响控制输入。 δ_d 和 $\dot{\psi}_{ref}$ 的减少需要更大更频繁的控制干预措施。操控所需要的控制输入 δ_c 和 M_{br} 分别如图10.6c和图10.6d所示。此执行器的干预由选择权重 ρ_{st} 和 ρ_{br} 所控制,见图10.6e与图10.6f。驾驶人辅助系统中,选择适当的 ρ_{st} 和 ρ_{br} 保证了其在各控制器中的优先权。模拟实例表明,所提出的集成驾驶人辅助系统能够提高车辆的机动性,使得横向误差和转向盘转角同时减小。这使驾驶人在操控行驶中更加安全与舒适。

10.5.2 驾驶人模型的模拟仿真环境

基于理论驾驶模型的分析,将系统识别方法应用于一辆真正的汽车中。图10.1所示的关联于神经肌肉系统或人体四肢动作的模型结构的内部信号不再被测量;在输入信号和输出信号之间,直接应用黑箱识别方法。在本节中,将给出识别结果。

识别过程由真实汽车在模拟环境中执行。硬件在环模拟环境是建立在模拟器尽可能地倾向于真实的车辆参数之下的。

面临的挑战是执行模拟仿真参数时保持原始车辆参数的完整性。出于这个原因,在模拟仿真模式下,车辆的通信网络控制被模拟组件接管,以实现仪表组的全面仿真化。虽然车辆在模拟过程中静止,只有车轮在转向架上转动,但驾驶人可以体验到类似于真实驾驶的感觉。静止的车辆能够以与测试道路上相同的方式被准确地驾驶:在打滑时有发动机声和啸叫声;仪表板显示当前的速度和转速;并可以像在现实生活中一样换挡。

模拟仿真环境包括几个重要的组件,如人机界面(HMI):一个在个人电脑运行并具有实时可视图形的高精度验证过的模拟仿真软件。具体的信号(加速踏板和制动踏板的位置以及转向角度)可以由使用标准通信接口的CAN网络读取。在发动机关闭的情况下,车辆模拟仍在进行,车辆中内部缺失信号也将继续

生成, 以确保基础功能顺畅。

驾驶人可以通过使用转向盘、加速/制动踏板操控汽车行驶。经验证过的模拟软件在仿真过程中生成车辆的各种信号。CarSim 的驾驶模拟器通过在车辆前方实时投影的方式显示车辆行驶过程, 并在过程中提供各种信号。当车沿着一条路线行驶, 驾驶人减少了横向位置误差和航向误差。

图 10.7 显示了一位驾驶人正在体验使用真实车辆和投影路径的模拟仿真驾驶。模拟系统可以生成各种路途情景。该系统的优点是除了能测量各种信号, 如转向角、加速踏板位置、制动踏板或档位等以外, 原则上在模拟仿真期间可以监测任何信号。通过此方法, 那些在实际中不可测量的信号也能够被识别。在项目的后期阶段, 也将进行实际测量以加强并验证识别结果。



图 10.7 驾驶人体验场景

在识别过程中, 使用了 ARX 模型结构, 其中 AR 指的是自回归部分, X 指的是额外输入 (外生) 部分。在 ARX 结构中, 线性差分方程的输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$ 之间的关系如下式所示:

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)}u(t) + e(t) \quad (10.26)$$

其中, $A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \cdots + a_nq^{-n}$, $B(q) = b_1q^{-1} + \cdots + b_mq^{-m}$, q 是延迟因子, $e(t)$ 是噪声项。操作级数 n 和 m 与初始的驾驶模型的级数有关。鉴于识别模型式 (10.26) 的时间是离散的, 因此采用了一个离散到连续的转换以契合驾驶人模型。

一些具有不同行为和能力的驾驶人沿着预定的道路行驶。由测量信号得到的轨迹如图 10.8 所示。

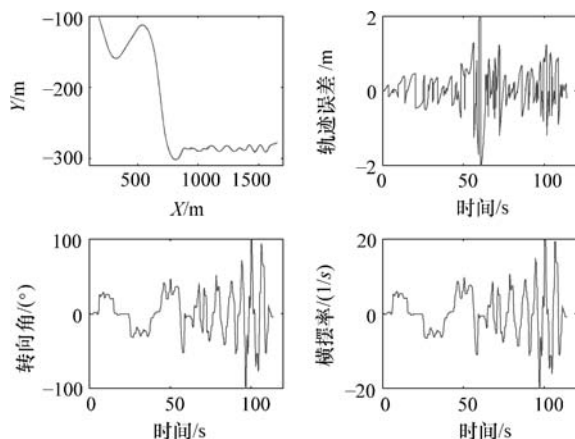


图 10.8 典型车辆操控行为

识别过程包括以下主要步骤：结构评估、参数评估、模型验证和模型分析。结构如操作级数是由初始的理论方法决定的。这种结构也能通过使用各种标准如 AIC（Akaike 信息标准）和 FPE（最终预测误差）来检测，见 Khorshidi 和 Karim（2009）的文章。然后，识别方法用来执行识别模型 $\hat{G}_d$ 。识别过程的结果如图 10.9 所示。

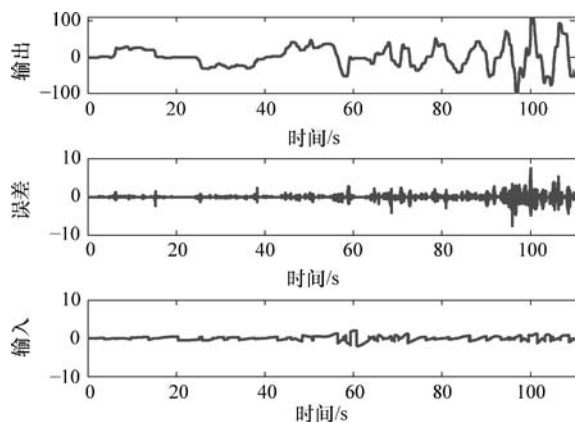


图 10.9 识别过程的结果

基于所识别的模型，分析了驾驶人行为的极点配置。比较了驾驶人以不同速度行驶的测试结果。根据详细的分析，可以对不同驾驶人的行为活动进行分类，

典型的驾驶人性格可以用来建模,例如,温和型、积极型、冷静型等。

此结果可以应用于驾驶人在环模拟中,如图 10.10 所示。



图 10.10 驾驶人在环模拟

基于 CarSim 的模拟仿真和可视化的环境如图 10.11 所示。

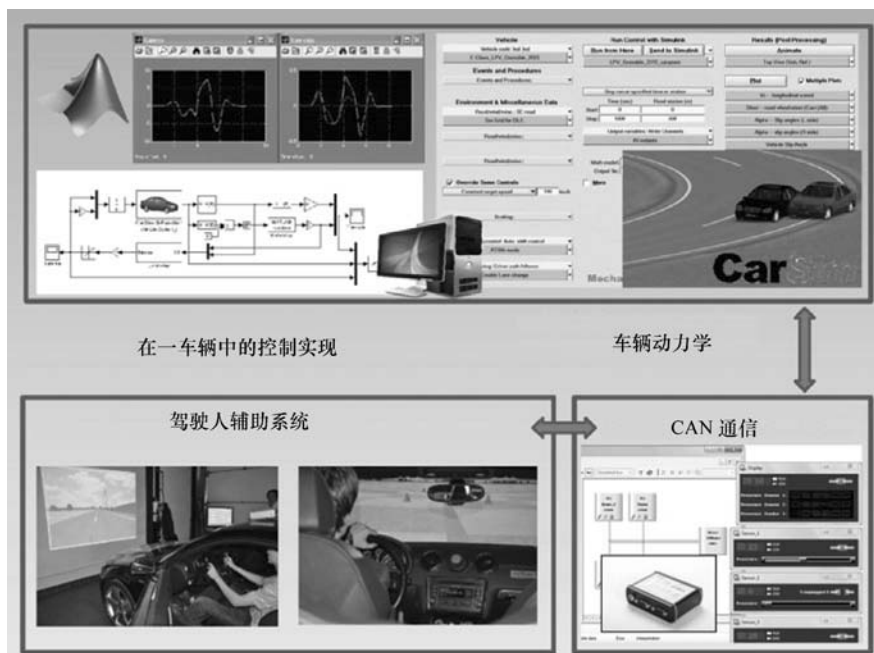


图 10.11 CarSim/CAN 的模拟仿真和可视化

附录 A 线性变参数系统模型

A.1 可控性, 可观测性, 可稳定性

在线性变参数系统理论中, 一个重要的问题为确定该系统是否为可控的和(或)可观测的。下面让我们看一下一个可控的线性时变(LTV)系统的状态空间方程:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (\text{A.1})$$

其中, $x(t) \in X \subset \mathbb{R}^n$, 为状态向量; $u(t) \in \mathbb{R}^m$, 为初始条件 $x_0 = x(t_0)$ 时的控制输入量。待测信号可通过一个线性映射 $y(t) = C(t)x(t)$ 获得, 其中 $y \in \mathbb{R}^p$ 。

如果存在一个控制函数 $u(t)$ 可以在有限时间内使系统回到初始状态, 那么这个状态 x_0 就被认为在时间 t_0 是可控的; 如果在有限时间内系统可以从初始状态到达状态 x_f , 那么状态 x_f 就被认为是可达的。如果每个状态 x 和每个 t_0 都拥有这样的属性, 那么该系统就被认为是可控的(可达的)。如果在 t_0 时刻任一初始状态 x_0 可由超出给定区间的系统输出 $y(t)$ 和输入 $u(t)$ 确定, 那么系统(A.1)被认为在有限区间 $[t_0, T]$ 内是可观测的。

通常, 可控子空间用 C 表示, 可达子空间用 R 表示。对于线性系统(完整的)来说, 可控性和可达性是等价的, 也就是说, 有且仅有 $C = R = X$ 时, 系统是完全可控的。

类似地, $U(O)$ 代表不可观测性(可观测性)子空间; U 是所有无法从输出函数中识别的初始状态的集合。有且仅有 $U = 0$, 也就是, 当 $O = X$ 时, 系统是可观测的。

我们所关注的是非线性动力学模型可以作为一个 LTV 系统, 见式(A.2), 通过选择一组合适的调度函数 ρ 来计算。函数 ρ 仅与待测变量 y 有关, 也就是

说, 它的值在系统工作时间内是可获得的 (qLPV 系统)。

$$\dot{x}(t) = A(\rho(y))x(t) + B(\rho(y))u(t) \quad (\text{A. 2})$$

但是还存在一种特殊情况, 即来自调度变量的依赖是仿射的, 即:

$$A(\rho(t)) = A_0 + \rho_1(t)A_1 + \cdots + \rho_N(t)A_N \quad (\text{A. 3})$$

$$B(\rho(t)) = B_0 + \rho_1(t)B_1 + \cdots + \rho_N(t)B_N$$

为了简化起见, 在下文中, 矩阵的时间依赖性在必要时将会被省略掉 ($A(\rho) := A(\rho(t))$)。

在该框架中同时可以分析一些混合动力学的性质, 例如, 线性开关系统的种类。

$$\dot{x}(t) = A(\sigma(t))x(t) + B(\sigma(t))u(t) \quad (\text{A. 4})$$

其中 $\sigma: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{N}$ 是转换函数的分段常数, 即矩阵 $A(\sigma)$ 和 $B(\sigma)$ 为分段常数。

对于所有可能出现的初始值, 在区间 $[\sigma, \tau]$ 上求线性方程的所有解的简便方法为: 引入相应的转移矩阵 $\Phi(\tau, \sigma)$

$$\begin{aligned} x(\tau) &= \Phi(\tau, \sigma)x(\sigma) + \int_{\sigma}^{\tau} \Phi(\tau, t)B(t)u(t)dt \\ &= \Phi(\tau, \sigma)(x_0 + \int_{\sigma}^{\tau} \Phi(\sigma, t)B(t)u(t)dt). \end{aligned}$$

前面提到 $\Phi(t, t_0)$ 是非奇异的, 且 $\Phi(t, t_0) = X(t)X^{-1}(t_0)$, 并有

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t), \quad X(t_0) = I, X(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

在状态空间中运用时变坐标变换 $z = \Phi(\sigma, t)x$, 动力学方程可以转换为 $\dot{z} = \Phi$

$(\sigma, t)B(t)u(t)$ 。因此在新的坐标系下, 可控性简化为对方程 $z_0 = - \int_{\sigma}^{\tau} \Phi(\sigma, t)B(t)u(t)dt$ 在对应有限的 τ 条件下的求解问题。如果我们定义 C_{τ} 为在 τ 上的可控状态集合, 且 C_{τ} 为一个子空间 (闭合), 那么在 $\tau_1 < \tau_2$ 时, $C_{\tau_1} \subset C_{\tau_2}$ 。由于对应积分算子的相空间是有限维数的, 如果系统是可控的, 那么一定存在有限的 $\bar{\tau} > 0$, 这样, $C_{\bar{\tau}} = \mathbb{R}^n$ 。

因此, LTV 系统的可控性问题被简化为是否能够将有限秩算子 $L: L_2([\sigma, t],$

$\mathbb{R}^m) \rightarrow \mathbb{R}^n$ 定义为与 $L_u = \int_{\sigma}^t \Phi(\sigma, t)B(t)u(t)dt$ 相关。这类线性算子拥有一个完美的理论解释: 伴随算子 $L^*: \mathbb{R}^n \rightarrow L_2^*([\sigma, \bar{\tau}], \mathbb{R}^m)$ 可以等同于 $L^*x = B^*(t)\Phi^*(\sigma, t)x$, 并且, 当且仅当 $LL^* > 0$ 时, L 为 L^* 的映射。所以关于 LTV 系统可控性的 Kalman 基本原理 (1960) 可以被认为等价于以下结论:

定理 A.1 (Kalman) 存在一个 $\tau > 0$, 使得

- 可控性格拉姆矩阵 $W(\sigma, t) = \int_{\sigma}^{\tau} \Phi(\sigma, s) B(s) B^*(s) \Phi^*(\sigma, s) ds$ 是正定的;
- 不存在非零向量 $p \in \mathbb{R}^n$, 使得 $\langle p, \Phi(\sigma, t) b_i(t) \rangle = 0$, 其中 $t \in [\sigma, \tau]$, $i = 1, \dots, m$ 。

Silverman 和 Meadows 在 1967 年得出标准结果, 即可以通过秩条件得到并保证了当它不涉及积分时的可控性, 并且可以通过初始矩阵 $(A(t), B(t))$ 直接获得:

定理 A.2 如果 (A.1) 在区间 J 上是解析的, 同时 t 是一个 J 的任意固定元素, 且系统在每一个 J 的非平凡子集上都是完全可控的, 当且仅当

$$\text{rank}[B_0(t) B_1(t) \cdots B_k(t)] = n \quad (\text{A.5})$$

对于部分整数 k , 有

$$B_0(t) := B(t), B_{i+1}(t) := A(t) B_i(t) - \frac{d}{dt} B_i(t) \quad (\text{A.6})$$

如果分析条件被省略掉, 那么秩条件是仅充分的。

然而时变矩阵很难计算是一个现实存在的问题, 并且我们没有办法计算系统的可控性分解。在 LTI 理论的框架中可控性问题可以被理解为计算可达性子空间的维数, 这样可以对可控性问题的初始数据 (A, B) 简单地进行计算, 例如,

$$\mathcal{R} = \sum_{k=0}^{n-1} \text{Im} A^k B \quad (\text{A.7})$$

实际上, $\mathcal{R}$ 的维数就等于从矩阵 $A^k B$ 中选出的列组成的新矩阵的秩, 其中 $k = 1, \dots, n-1$ 。这个条件被称为 Kalman 秩条件。

Kalman 可控性结果同样说明了线性系统的一个结构特性, 也就是说, 应用一个合适的 (一般指时变) 状态转换, 这些系统被分解为一个可控的和完全不可控的部分。为了进一步说明这一点, 我们假设至多存在 r 个向量 $p_i \in X$, $\langle p_i, \Phi(\sigma, s) B(s) \rangle = 0, s \in [\sigma, \tau]$ 。选取 $\Pi^* \Pi = I_r$, 其中 $\Pi = [X^*(\sigma) p_i]$ 。我们认为 $n-r$ 向量 $\lambda_i \in X$ 在 p_i 上是正交的, 这样 $\Lambda^* \Lambda = I_{n-r}$, 其中 $\Lambda = [X^*(\sigma) \lambda_i]$ 。然后, 时变矩阵为

$$z = T_x \text{ 和 } T(t) = \begin{bmatrix} \Pi^* \\ \Lambda^* \end{bmatrix} X^{-1}(t)$$

将系统 (A.1) 转换为可控性分解形式:

$$\dot{z}_1(t) = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$\dot{z}_2(t) = \Lambda^* X^{-1}(t) B(t) u \quad (\text{A.9})$$

其中伴随着不可控模式 $z_1(t) = \Pi^* X^{-1}(t)x(t)$ 和完全不可控模式 $z_2(t) = \Lambda^* X^{-1}(t)x(t)$ 。换句话说, 可获得的集合是受控动力学的不变量。在这种情况下, 不变性的概念对几何系统理论的研究起着核心作用, 它在解决一系列的控制问题上被证明是非常有用的。

对于 LTI 系统来说, 可达性集合是一个子空间, 并且已知该子空间可以利用不依赖 t 的状态转换方法将系统分解为一个可控的和不可控部分。此外, 对于 LTI 系统而言, 不同的可稳定性能与可控性严格相关。

仿射线性系统的可控性

对于仿射时间依赖性 $A(t) = \sum_{i=1}^N \rho_i(t) A_i$, 可以根据 Wei - Norman 公式至少局部地求解出基本矩阵。Wei - Norman (1964) 公式如下:

$$\dot{g}(t) = \left(\sum_{i=1}^k e^{\Gamma_1 g_1} \dots e^{\Gamma_{i-1} g_{i-1}} e^{\Gamma_i g_i} \right)^{-1} \rho(t), g(0) = 0. \quad (\text{A. 10})$$

这里 $\rho(t) = [\rho_1(t), \dots, \rho_N(t)]^T$, 并且 $\{\hat{A}_1, \dots, \hat{A}_K\}$ 是李代数 $\Psi(A_1, \dots, A_N)$ 的主要成分, 代数学的结构矩阵 $\Gamma_i = [\gamma_{i,j}^l]_{l,j=1, \dots, K}$ 由 $[\hat{A}_i, \hat{A}_j] = \sum_{l=1}^K \gamma_{i,j}^l \hat{A}_l$ 得出, 并且 E_{ii} 是在第 i 个对角元素上存在的一个单一非零西矩阵。

在此, 基本矩阵如下表示:

$$\Phi(t) = e^{g_1(t)\hat{A}_1} e^{g_2(t)\hat{A}_2} \dots e^{g_n(t)\hat{A}_n}, \quad (\text{A. 11})$$

一般来说, 它不是以封闭形式存在的。不管怎样, 通过利用仿射结构和对转移矩阵使用 Peano - Baker 公式可以证明以下结果:

引理 A. 1 对于仿射线性系统, 来自原点的可到达点均可从子空间 $R(A, B)$ 中获得:

$$R(A, B) = \text{span} \left\{ \prod_{j=1}^J A_{l_j}^i B_k \mid J \geq 0, l_j, k \in \{0, \dots, N\}, i_j \in \{0, \dots, n-1\} \right\} \quad (\text{A. 12})$$

即 $R \subset R(A, B)$ 。

此外, 如果存在一个有限生成李代数 $\Psi(A_0, \dots, A_N)$ 包含矩阵 $A_0, \dots, A_N$ 和其基础部分 $\hat{A}_1, \dots, \hat{A}_K$, 那么

$$\mathcal{R}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \sum_{l=0}^N \sum_{n_1=0}^{n-1} \dots \sum_{n_k=0}^{n-1} \text{Im}(\hat{A}^{n_1}_{11}, \dots, \hat{A}^{n_k}_{KK} B_l)$$

这个事实的直接结论是, 如果包含关系 $R_{A,B} \subset \mathbb{R}^n$ 是严格的, 即如果 $R_{A,B}$ 是一个合适的子空间, 那么系统 (A. 1) 就不可能是完全可控的。

主要的问题在于在什么情况下可达性集合等于李代数, 如当 $R = R_{A,B}$ 时。在下文中, 如果这个属性成立, 那么这个系统将被称为 C 激励。仅通过使用初始

数据表征该属性存在一定的难度:

定理 A. 3 一个系统是 C 激励的, 当且仅当下面的含义成立时: 存在一个非零 $\xi \in \mathbb{R}^n$ 使得所有 $t \in [t_0, T]$ 的 $B(t)^* \Phi^*(t_0, t)\xi = 0$, 这意味着对于所有 $t \in [t_0, T]$, 有 $R_{A,B}^* \Phi^*(t_0, t)\xi = 0$ 。

显然, 对于 C 激励系统, 如果关系式 $R_{A,B} = \mathbb{R}^n$, 即多值 Kalman 秩条件成立, 则可控性就得以保证。此外, 如果秩条件不成立, 那么对于这类系统, 可通过使用仅依赖于李代数矩阵的时间无关状态跃迁矩阵来进行可控性分解。

在 Szigeti (1992) 中, 一个系统是 C 激励的充分条件是由下面的性质给出的:

定理 A. 4 (Szigeti), 如果从等式

$$B^* A_{i_1}^* \cdots A_{i_l}^* A(t)^* \Phi^*(t_0, t)p = 0 \quad (\text{A. 13})$$

遵照

$$B^* A_{i_1}^* \cdots A_{i_l}^* A_j^* \Phi^*(t_0, t)p = 0, j=0, \cdots, N, \quad (\text{A. 14})$$

其中 p 是一个 $\mathbb{R}^n$ 的非零向量。那么我们说具有仿射时间依赖性的系统 $\dot{x} = A(t)x + Bu$ 在 $[t_0, T]$ 上 C 持续激励。

完全可控线性切换系统的可稳定性

可稳定性的概念与一个依赖于状态的控制律 (闭环) 有关, 这个控制律从任何初始状态开始, 渐近地将系统驱动到平衡点 (原点)。这个概念表达了实际应用对自动控制解决方案的要求, 是每个控制设计算法的基石。

对于受控的 LTI 和 LTV 系统而言, 可控性与可稳定性是密切相关的, 而且通过应用线性状态反馈可以实现可稳定性。

然而对于一般的非线性系统并不存在这样的结果。可控性确保从每个初始状态开始, 系统可以通过使用适当的控制在有限的时间内驱动到原点。一般来说, 是否存在至少一个由初始条件的范数统一界定的范围, 这是未知的。如果这个属性成立, 则该系统被称为渐近可控的。事实证明, 渐近可控性不仅等同于可稳定性, 而且还保证了在一定的温和条件下不存在病态反馈和 Lyapunov 控制函数, 详见 Kellelt 和 Teel (2004), Rifford (2002)。

如果存在一个解 $x(t)$ 使得对于任意 $\varepsilon > 0$, 存在一个 $\delta > 0$ 且 $\Delta > 0$, 那么微分包含 $\dot{x} \in A_c(x)$ 的零解称为渐近弱稳定的。如果 $\|x(0)\| < \delta$, 并有 $\|x(t)\| < \varepsilon$ 对于所有的 $t \geq 0$ 成立, 且如果 $\|x(0)\| < \Delta$, 那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ 成立。

引理 A. 2 一个完全可控的线性切换系统是全局渐近可控的。

它与 Szabó (2009) 提出的保持一致, 即,

定理 A. 5 完全可控的线性切换系统是闭环稳定的。

与一般非线性理论的联系

通过增大时间变量 $\xi: = [t, x']^T$ 的状态, 并将系统方程改写为下式, 可以将时变系统看作是输入仿射非线性系统:

$$\dot{\xi} = g_0(\xi) + \sum_{i=1}^m g_i(\xi) u_i$$

其中, $g_0(\xi) = \begin{bmatrix} 1 \\ A(t)x \end{bmatrix}$, $g_i(\xi) = \begin{bmatrix} 1 \\ B_i(t) \end{bmatrix}$, B_i 是矩阵 B 的第 i 列。

对于所有的 $\eta_j \in \Delta$ 和 $\xi \in U$, 在矢量场 g_i 下, 一个开集 U 中的分布 Δ 是不变的, 当且仅当 $[g_i, \eta_j] = \frac{\partial \eta_j}{\partial \xi} g_i - \frac{\partial g_i}{\partial \xi} \eta_j \in \Delta(\xi)$, 其中 $\eta_j, j = 1, \dots; \dim(\Delta)$ 是局部生成 Δ 的矢量场, 参见 Isidori (1995)。

可控性取决于包含 g 的最小分布的秩, 并且, 在矢量场 f 下是不变的, 由下面的算法给出: $\Delta_0 = g$, $\Delta_{i+1} = \Delta_i + [f, \Delta_i]$, $\Delta^* = \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta_i$ 。

对于仿射线性系统, 分布 Δ_i 恰好可以通过 Silverman - Meadows 算法给出的向量 $B_i(t)$ 来生成。

如果 Δ^* 是对合的, 则由 Frobenius 定理可以确定以可控性形式分解系统方程的变换。要做到这一点, 就要求解形式为 $(\partial_x \lambda) \delta_j = 0$ 的偏微分方程, 其中 $\{\delta_j\}$ 生成分布 Δ^* , 参见 Isidori (1995)。

LTI 系统的几何学

有关本节所用概念和命题的细节, 感兴趣的读者可以参阅 Basile 和 Marro (2002) 以及 Wonham (1985) 的文献。

存在一个 LTI 控制系统

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

其输出为

$$y = Cx$$

假设矩阵 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 的列和矩阵 C 的行是线性无关的。

与原点位于同一轨道上的一组点称为可达性 (可控性) 子空间。我们用 $\mathcal{R}(A, B)$ 表示 (A, B) 的可控性子空间。

在没有控制行为的情况下, 当且仅当它是 A 的不变集时, 状态空间 $\mathcal{X}$ 的子空间是轨道的轨迹。这种性质可扩展到有控制行为存在的情况, 并该控制适当地沿方便的轨道引导状态时, 使得 (A, B) 受控不变子空间 V 的概念可被定义为

$$A\mathcal{V} \subset \mathcal{V} + \mathcal{B}, \mathcal{B} = \text{Im} B$$

受控不变子空间的对偶是 (A, C) 条件不变子空间 $\mathcal{S}$, 其定义如下:

$$A(\mathcal{S} \cap \mathcal{L}) \subset \mathcal{S}, \mathcal{L} = \text{Ker} C$$

包含在给定子空间 $\mathcal{E}$ 中的所有 (A, B) 控制不变量的集合是一个上半格, 它确定了一个上确界, 即包含在 $\mathcal{E}$ 中的最大 (A, B) 控制不变量, 该上确界可由 $\mathcal{V}_{\mathcal{E}} = \max V(A, B, \mathcal{E})$ 来定义。类似地, 包含给定子空间 D 的所有 (A, C) 且包含一个给定子空间 D 不变量的集合 S 是一个确认了下确界的下半格, 其可由 $\mathcal{S}_{\mathcal{D}} = \min S(A, C, \mathcal{D})$ 来定义。这些子空间可以通过在有限步骤中的有效算法来确定。

当且仅当它的初始状态属于一个包含在 $\mathcal{E}$ 中的受控不变量时, 一对 (A, B) 的轨迹可以在 $\mathcal{E}$ 上被控制, 因此一对 (A, B) 的轨迹包含在 $\mathcal{V}_{\mathcal{E}}$ 中。一般而言, 对于任意属于受控不变量 $\mathcal{V}_{\mathcal{L}}$ 的初始状态, 不仅可以通过适当的控制动作持续维持 $\mathcal{V}_{\mathcal{E}}$ 上的状态, 而且还可以使 $\mathcal{V}_{\mathcal{E}}$ 在 $\mathcal{E}$ 上留下轨迹并传递给其他包含在 $\mathcal{E}$ 中的控制不变量。另一方面, 存在对控制关闭的受控不变量, 也就是不能通过 $\mathcal{E}$ 上的任何轨迹来激发的量: 这些被称为关于 $\mathcal{E}$ 的自界限。如果 $\mathcal{V}_{\mathcal{E}} \cap \mathcal{B} \subset \mathcal{V}$, 那么一个包含在子空间 $\mathcal{E}$ 中的 (A, B) 控制不变量 $\mathcal{V}$ 相对于 $\mathcal{E}$ 而言被认为是自界限的。

自有界控制不变量的对偶是自隐式条件不变量: 如果 $\mathcal{S} \subset \mathcal{S}_{\mathcal{D}} + \mathcal{E}$, 则包含子空间 $\mathcal{D}$ 的 (A, C) 条件不变量 $\mathcal{S}$ 相对于 $\mathcal{D}$ 是自隐藏的。

然而, 一般来说, 不可能从任何其他点 (特别是从原点) 通过完全属于受控不变量的轨迹到达它的任何点。换句话说, 给定一个子空间 $\mathcal{E}$, 从原点出发且属于 $\mathcal{E}$ 的轨迹称此处认定为 $\mathcal{V}$ (最大 (A, B) 控制不变量包含在 $\mathcal{E}$ 中), 子空间 $\mathcal{E}$ 不可能到达 $\mathcal{V}_{\mathcal{E}}$ 的任何点, 除了唯一一个它的子空间, 该子空间被称为 $\mathcal{E}$ 上的可达集合并用 $\mathcal{R}_{\mathcal{E}}$ 表示。可以证明, 当 $\mathcal{S} = \min \mathcal{S}(A, \mathcal{E}, \mathcal{B})$ 时, $\mathcal{R}_{\mathcal{E}} = \mathcal{V}_{\mathcal{E}} \cap \mathcal{S}$ 。

我们用 $\mathcal{V}^* = \max \mathcal{V}(A, B, \mathcal{E})$ 来表示包含在 C 中的最大 (A, B) 控制不变子空间, 用 $J_* = \max S(A, C, \mathcal{B})$ 表示包含 $\mathcal{B}$ 的最小 (A, C) 条件不变子空间。

定理 A.6 (四映射定理) 我们认为状态变换

$$\xi = T^{-1}x, \text{ 并定义 } T = [T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4]$$

其中 $\text{Im} T_1 = \mathcal{V}^* \cap \mathcal{S}_*$, $\text{Im}[T_1 \quad T_2] = \mathcal{V}^*$, $\text{Im}[T_1 \quad T_3] = \mathcal{S}_*$, 那么

$$T^{-1}AT = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ 0 & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ 0 & 0 & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} T^{-1}B = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \\ B_3 \\ 0 \end{bmatrix} CT = [0 \quad 0 \quad C_3 \quad C_4],$$

其中 $A_{23} = \bar{A}_{23}C_3$, $A_{43} = \bar{A}_{43}C_3$ 。此外, 利用一个合适的反馈可以使 A_{31} 和 A_{32} 归零。

当 (A, C) 不可观测 (可重构) 时, 可以确定模子空间 $\text{Ker} \Psi_{A, B, C} = \mathcal{Q}$ 的初始或最终状态, 其中 $\mathcal{Q}$ 表示 $\mathcal{E}$ 中包含的最大 A 不变子空间, 称为不可观测子空间

(不可重构子空间)。这意味着 $\mathcal{X} \perp \mathcal{Q}$ 上的状态投影可以由输出函数来确定。 $\mathcal{Q}$ 是对应输出函数自由度的轨迹。如果当给出一个任意的短输出段 y 时可以确定一个系统的状态 x ，那么该动态系统凭借微分器对未知输入状态是完全可观的。

利用微分器求解未知输入状态可观测子空间如下

$$\min \mathcal{V}(A^T, \text{Ker} B^T, \text{Im} C^T) = \max \mathcal{V}^\perp(A, B, C)$$

泛函输入可观测子空间为 $B^T \min \mathcal{V}(A^T, \text{Ker} B^T, \text{Im} C^T)$ 。在子空间 $\mathcal{V}^{*, \perp}$ 上的状态正交投影可以从输出和其导数推导出来，此外，这是唯一能够从输出中求解出状态正交投影的最大子空间。如果状态是已知的，那么可以在 $B^T \mathcal{V}^{*, \perp}$ 上确定输入的正交投影，并且不能再求解出一个更大的子空间（可以通过模 $B^{-1, T} \mathcal{V}^*$ 来确定）。

系统可逆性可以定义为从输出函数重构输入函数的可能性。假设 B 存在最大秩。如果在给定的区间 $[0, t_1], t_1 > 0$ 上定义的任何输出函数 $y(t)$ 均属于 $\text{Im} \Phi_{A, B, C}^0$ ，那么系统 (A, B, C) ，其中 $x(0) = 0$ ，是可逆的（左可逆的），同时存在一个唯一的输入函数 $u(t)$ ，使得 $\Phi_{A, B, C}^0 u(t) = y(t)$ 成立，即 $\text{Ker} T_{A, B, C}^0 = 0$ 。

当且仅当它是完全可重构的未知状态、未知输入（零状态，未知输入）时，含有最大秩的 B 的三元 (A, B, C) 矩阵是未知状态（零状态）可逆的。

存在一个动态系统，如果该系统连接到系统输出并且初始状态设定为系统状态（假设已知）的一个线性函数，并提供了对系统状态模 $\mathcal{S}^*$ 的轨迹跟踪，那么这个系统不一定是稳定的。对应变换 $T = [T_1 \quad T_2], \text{Im} T_1 = \mathcal{S}^*$ 的基本原理中表述的观测方程可以写成：

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} y$$

其中 G 可以理解为 $(A + GC) \mathcal{S}^* \subset \mathcal{S}^*$ 。如果根据 $\eta(0) = T^{-1} x(0)$ 设置观测初始状态，则推断出模为 $\mathcal{S}^*$ 的状态估计。

具有微分器的代数重构器提供输出一个模为 $\mathcal{V}^*$ 的状态估计 z_1 ，并且在初始状态和输入函数均未知的情况下依然可以正常工作，而动态跟踪设备则提供了一个模为 $\mathcal{S}^*$ 的状态估计 z_2 ，但是需要初始状态是已知的。模为 $\mathcal{V}^* \cap \mathcal{S}^*$ 的状态估计可以作为两个设备的输出的线性函数而获得，即 $z = Mz_1 + Nz_2$ 。该状态重构器通过观测任意非零时间间隔内的输出，在输入函数未知且初始状态已知的情况下提供了关于系统状态的最大信息。

功能可控性（右可逆性）可定义为始于零状态的合适输入函数施加于任意充分平滑（至少 n 次分段可微）输出函数的可能性。

对于多输入单输出（MISO）系统，可以给出一个正式的定义：

定义 A.1 假设 C 具有最多的列，如果存在一个整数 $\rho \geq 1$ ，那么系统 $(A, B,$

C) 被称为是功能可控的 (右可逆的), 这样给定 p^{th} 导数分段连续的任意输出函数 y , 并且使得 $y(0) = 0, \dots y^{(\rho)}(0) = 0$, 至少存在一个输入函数 u 使得 $\Phi_{A,B,C}^0 u = y$ 成立。满足上述表达式的 ρ 的最小值称为系统的相对程度。

为了定义几何条件下 MIMO 系统的相对程度, 引入了功能输出可控性的以下扩展:

定义 A.2 (约束功能输出可控性) 如果三元组 (A, B, C) 的输出可以沿着任意轨迹驱动, 则子空间 $Y(h)$ 被认为是相对于 h 导数的功能输出可控性子空间 y 使得 $y \in \mathcal{Y}^{(h)}$ 与 h^{th} 导数分段连续。

当存在 (A, B) 控制的不变子空间 $\mathcal{V}$ 时, 这恰好可能使 $\mathcal{Y}^{(h)} = C\mathcal{V}$ 。让我们考虑 $\mathcal{E}$ 中包含的最大 (A, B) 控制不变子空间 $\mathcal{E} = C^{-1}\mathcal{Y}^{(h)}$ 与 $\mathcal{V}^{(h)}$, 使得输出可以在 $C\mathcal{V}^{(h)}$ 上沿任意轨迹 y 驱动所有初始状态 $x(0) \in \mathcal{V}^{(h)}$ 的分段连续 h^{th} 导数。

输出 y_i 的多变量相对度 ρ_i 被定义为 $\rho_i = h$ (如果存在), 其中 $\mathcal{Y}^{(h)} = C\mathcal{V}^{(h)}$, 假设 $\mathcal{Y}^{(h)} = \{y | y_k = 0, k \neq i\}$ 。

功能控制器的实现方式与 (左) 逆系统完全相同, 即通过一个状态重构器完成另一个微分器阶段和一个代数部分。当且仅当 (A, B, C) 的所有不变零点都是稳定的时, 其动态部分是渐近稳定的, 然而, 在这种情况下, 对应于所需输出的输入 u 通常不是唯一的。任何两个允许的输入之间的差值对应于不影响输出的零状态运动, 从而可以实现功能控制器提供任何一个允许的输入, 例如通过设置为零输入分量, 对应于属于 $\mathcal{V}^* \cap \text{Im} B$ 的强制动作, 其以合适的基础表示。

左右可逆性可用以下几何定理进行描述:

定理 A.7: 三角形 (A, B, C) 左可逆, 当且仅当满足 $\mathcal{V} \cap \mathcal{B} = 0$ 时, 左可逆等价于 $\mathcal{V}^* \cap \mathcal{S}^* = 0$ 。

定理 A.8: 假定 $\mathcal{E} := \text{Ker} C$, 三角形 (A, B, C) 右可逆, 当且仅当 $\mathcal{S}^* + \mathcal{E} = X$ 时, 右可逆等价于 $\mathcal{V}^* + \mathcal{S}^* = X$ 。

A.2 变参数的不变空间

对于线性时不变系统, 状态方程的不变子空间及其对应的全局分解的概念, 是应用几何方法解决一系列相关问题的主要推动力, 参照 Wonham (1985)。非线性系统可以通过微分几何的工具进行研究, 其主要作用体现在不变分布的概念上。从几何学的角度看, 经典线性控制的效果可以看成一般非线性结果的特例, 具体内容可以参照 Isidori (1995)、Nijmeijer 和 Schaft (1991)。由于计算复杂度的原因, 这些一般非线性方法的应用受到限制。

为将经典几何学工具用于描述线性时不变系统的检测滤波器, 对于下面的线性时变系统:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)v(t) \quad (\text{A.15})$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (\text{A.16})$$

其中, $x(t) \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n, x_0 = x(t_0), u(t) \in \mathbb{R}^m$ 并且 $y(t) \in \mathbb{R}^p$ 。当状态空间矩阵依赖于时变参数时, 线性时变系统的特例是线性变参数系统, 如 $A(t) = A(\rho(t))$ 。考虑到常数 C 不会限制一般性, 因为通过适当的状态转移, 就可以得到想要的形式。

限制对线性子空间的搜索, 作为子空间分布的特殊实例, 那么当且仅当对于所有的 $t \in \mathcal{T}, A(\rho(t))\mathcal{V} \subset \mathcal{V}$ 时, $\mathbb{R}^n$ 的一个子空间 $\mathcal{V}$ 即为系统的不变子空间, 其中, $\mathcal{T}$ 是定义的一个区间。

上述内容引出了线性变参数系统的以下概念: 当满足式 (A.17) 时, 子空间 $\mathcal{V}$ 称作线性映射 $A(\rho)$ (或者简称为不变子空间 $\mathcal{A}$) 的集合的变参数不变子空间。

$$A(\rho)\mathcal{V} \subset \mathcal{V}, \rho \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.17})$$

同样地, 用 $\mathcal{B}(\rho)$ 表示 $\text{Im } B(\rho)$, 若对于所有的 $\rho \in \mathcal{P}$, 当满足式 (A.18) 或者存在映射 $F\rho: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$, 并满足式 (A.19) 时, 子空间 $\mathcal{V}$ 称作变参数 (A, B) 的不变子空间。

$$A(\rho)\mathcal{V} \subset \mathcal{V} + \mathcal{B}(\rho) \quad (\text{A.18})$$

$$(A(\rho) + B(\rho)F(\rho))\mathcal{V} \subset \mathcal{V} \quad (\text{A.19})$$

双重定义如下: 假定 $\mathcal{E}(\rho)$ 表示 $\text{Ker } C(\rho)$, 若对于所有的 $\rho \in \mathcal{P}$, 当满足式 (A.20) 或者存在映射 $G\rho: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^{n \times p}$ 并满足式 (A.21) 时, 子空间 $\mathcal{W}$ 称作变参数 (C, A) 的不变子空间 (简称为 $\mathcal{E}, \mathcal{A}$)。

$$A(\rho)(\mathcal{W} \cap \mathcal{E}(\rho)) \subset \mathcal{W} \quad (\text{A.20})$$

$$(A(\rho) + G(\rho)C(\rho))\mathcal{W} \subset \mathcal{W} \quad (\text{A.21})$$

这些定义同样适用于 qLPV 系统。

让我们用 $\mathcal{K}|A(\rho)$ 来表示包含在一个常数子空间 $\mathcal{K}$ 中的最大 A 不变子空间。对于 LPV 情况 (具有常数 B 矩阵), 可以得到可控性子空间的以下定义: 如果存在常数矩阵 K 和参数变化矩阵 $F: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$, 则子空间 $\mathcal{R}$ 被称为参数可变可控性子空间, 如

$$\mathcal{R} = \langle \mathcal{A} + B\mathcal{F} | \text{Im } BK \rangle \quad (\text{A.22})$$

其中, $\mathcal{A} + B\mathcal{F}$ 表示系统 $A(\rho) + BF(\rho)$ 。

与经典情况一样, 可以看出, 包含在给定子空间 K 中的可控性子空间的子集在子空间加法下是封闭的。因此这个子集有一个最大元素 $\mathcal{R}^*$ 。参数变化可控性子空间的双重概念如下: 如果存在一个常数矩阵 H 和一个参数变化矩阵 $G: \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times p}$, 那么子空间 $\mathcal{S}$ 被称为与 LPV 系统相关的不可观测子空间。

$$\mathcal{S} = \langle \text{Ker } HC | A(\rho) + G(\rho)C \rangle \quad (\text{A.23})$$

与包含给定子空间 $\mathcal{E}$ 的 LPV 系统相关的不可观察子空间的子集在子空间交集处是关闭的。这个子集有一个最小元素, 表示为 $\mathcal{S}^*$ 。

从实际的角度来看, 通过有限数量的条件来表征与 LPV 系统相关的这些子空间是一个重要的问题。为了计算这些子空间, 推导出了一系列有效的算法, 详

见 Balas 等 (2003 年)。

如果满足某些条件,例如,如果参数函数是微分代数独立的,则上面定义的不变量子空间分别与相应的不变分布或代码分布一致。然而,为了给出状态反馈和观测器滤波器设计问题的解决方案的充分条件,对状态方程进行一些分解就足够了。这些不变空间的参数变化版本是定义所需分解的合适对象,因此它们可以在干扰解耦、未知输入观测器设计、故障检测 (FPRG) 等基本问题的解决中发挥同样的作用,如它们在时间不变的环境一样。

计算算法

设 Δ 是一个开集 U 上的分布。我们感兴趣的是找到在给定矢量场 $(\tau_1, \dots, \tau_q)$ 下不变的最小分布,并且用符号 $\langle \tau_1, \dots, \tau_q | \Delta \rangle$ 表示。给定一个分布 Δ 和矢量场的一组 $\tau_1, \dots, \tau_q$, 那么我们就定义了一个非递减分布的序列:

$$\Delta_0 = \Delta, \Delta_k = \Delta_{k-1} + \sum_{i=1}^q [\tau_i, \Delta_{k-1}] \quad (\text{A. 24})$$

也就是说,对于所有的 k 都有 $\Delta_k \subset \langle \tau_1, \dots, \tau_q | \Delta \rangle$ 。如果存在整数 k^* 使得 $\Delta_{k^*} = \Delta_{k^*+1}$, 则 $\Delta_{k^*} = \langle \tau_1, \dots, \tau_q | \Delta \rangle$ 。

设 Ω 是在开放集合 U 上定义的公共分布,并且我们感兴趣的是找到在给定矢量场 $(\tau_1, \dots, \tau_q)$ 下不变的最小相互分布,并且用符号 $\langle \tau_1, \dots, \tau_q | \Omega \rangle$ 表示。给定一个相互分布 Ω 和矢量场的一组 $\tau_1, \dots, \tau_q$, 那么我们就定义了对偶情况,即:

$$\Omega_0 = \Omega, \Omega_k = \Omega_{k-1} + \sum_{i=1}^q L_{\tau_i} \Omega_{k-1} \quad (\text{A. 25})$$

那么对于所有的 k , 有 $\Omega_k \subset \langle \tau_1, \dots, \tau_q | \Omega \rangle$ 与 $\Omega_{k^*} = \langle \tau_1, \dots, \tau_q | \Omega \rangle$, 并存在整数 k^* 使得 $\Omega_{k^*} = \Omega_{k^*+1}$ 。

在 LTI 系统的特殊情况下,算法 (A. 24) 以可知的系统可控子空间结束:

$$\Delta_{n-1}(x) = \text{Im}[B \ AB \cdots A^{n-1}B], x \in \mathbb{R}^n$$

考虑到对偶情况,令 Ω_0 为 C 的行向量 $c_1, \dots, c_p$ 所跨越的公共分布。算法 (A. 25) 以如下子空间结束:

$$\Omega_{n-1}(x) = \text{Im}(C^T \ A^T \ C^T \cdots (A^T)^{n-1} C^T)$$

由对偶性, $\Omega_{n-1}^\perp(x)$ 是在矢量场 f_A 下的最大分布不变量,并包含于分布 $\Omega_0^\perp(x)$ 中。而且,在每个 $x \in \mathbb{R}^n$, 有:

$$\Omega_0^\perp(x) \text{Ker} C, \Omega_{n-1}^\perp(x) = \text{Ker} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

对于由 $\tau_i(x) = A_i x, i=0, 1, \dots, m$ 表示的仿射 LPV 系统而言, 我们可以得到

$$\Delta_k = \Delta_{k-1} + \sum_{i=0}^m A_i \Delta_{k-1}$$

并服从于

$$\Delta_{n-1} = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{j_i \in \{0, \dots, m\}, i=1, \dots, l} A_{j_1} \cdots A_{j_l} \Delta$$

其中, 这个算法以一个常数分布 Δ 初始化。

从常数公共分布 $\Omega_0 = \text{Im} C = \text{Im} C^T$ 开始, 就有了

$$\Omega_k = \Omega_{k-1} + \sum_{i=0}^m \Omega_{k-1} A_i$$

让 $p_1(x), \dots, p_d(x)$ 作为在开集 U 上定义的一组光滑的向量场。设置 $P = \text{span}\{p_1, \dots, p_d\}$, 并考虑如下定义的非递减分布序列:

$$S_0 = \bar{P}, S_k = \bar{S}_{k-1} + \sum_{i=0}^m [g_i, \bar{S}_{k-1} \cap \{\text{Ker} dh\}]$$

其中 $\bar{S}$ 表示 S 的对合关闭。

假设存在整数 k^* , 使得 $S_{k^*+1} = \bar{S}_{k^*}$, 并且设置 $\Sigma_*^P = \bar{S}_{k^*}$ 。那么 Σ_*^P 就是包含 P 的最小条件不变和对合分布。这个算法被称为条件不变分布算法。通过设置

$$g_0(x) = Ax, g_1(x) = B, h(x) = Cx$$

我们有

$$[g_0, \bar{S}_{k-1} \cap \text{Ker} C](x) = A(S_{k-1} \cap \text{Ker} C)$$

因此, 对于 LTI 系统, 我们得到可知的 (C, A) 不变子空间算法:

$$S_0 = \mathcal{P}, S_k = S_{k-1} + A(S_{k-1} \cap \text{Ker} C)$$

对于仿射 LPV 系统而言, 如 $g_i(x) = A_i x$, 它遵循:

$$S_0 = \mathcal{P}, S_k = S_{k-1} + \sum_{i=0}^m A_i (S_{k-1} \cap \text{Ker} C)$$

对于一个带有常数矩阵 C 与常数分布 $\mathcal{S}$ 的线性时变系统来说, 运用增广状态空间 $\xi = [t, x]^T$, 我们得到如下方法:

$$S_0(\xi) = \mathcal{P}, S_k(\xi) = S_{k-1}(\xi) + \left(\frac{\partial}{\partial t} - A(\pi(t)) \right) (S_{k-1}(\xi) \cap \text{Ker} C)$$

这一对偶是通过公共分布式 (A. 26) 定义的不变分布算法。

$$\Omega_0 = \text{spand} h, \Omega_k = \Omega_{k-1} + \sum_{i=0}^m L_{g_i}(\Omega_{k-1} \cap G^\perp) \quad (\text{A. 26})$$

假设存在一个整数 k^* , 使得 $\Omega_{k^*+1} = \Omega_{k^*}$ 。那么对于所有 $k > k^*$, 有 $\Omega_k =$

Ω_{k^*} , 如果 $\Omega_{k^*} \cap G^\perp$ 与 $\Omega_{k^*}^\perp$ 是平滑的, 那么 $\Omega_{k^*}^\perp$ 是 dh 的核中包含的最大受控不变式平滑分布。

考虑到 LTI 系统, 下面的算法为 $\text{Im } C^T$ 上最小的 (B^T, A^T) 不变子空间, 所以它的对偶是 C 的核中最大的 (A, B) 不变子空间。

$$\Omega_0 = \widetilde{\text{Im}} C = \text{Im } C^t, \Omega_k = \Omega_{k-1} + (\Omega_{k-1} \cap \text{Ker } B^T) A$$

受控不变分布算法 (A. 26) 的时间依赖形式 (在增广状态空间中) 的推导为

$$\widetilde{\Omega}_{k+1}(\xi) = \text{span}\{dh\} + (\widetilde{\Omega}_k \cap \mathcal{B}^\perp) A(\rho)$$

并存在 k^* 使得 $\Omega_{k^*+1} = \Omega_{k^*}$ 。那么 $\widetilde{\Omega}_{k^*}^\perp$ 将是 $\text{Ker}\{dh\}$ 中的最大可控不变分布, 其中包含 $G = \text{span}\{g_1, \dots, g_m\}$ 。

考虑到每一步中的常数公共分布, 我们得到

$$\widetilde{\Omega}_{k+1} = \text{span}\{dh\} + \sum_{i=0}^N (\widetilde{\Omega}_k \cap \mathcal{B}^\perp) A_i$$

让 Θ 为一个确定的公共分布, 并定义公共分布的非减序列为

$$Q_0 = \Theta \cap \text{span} dh, Q_{k+1} = \Theta \cap \left(\sum_{i=0}^m L_{g_i} Q_k + \text{span} dh \right) \quad (\text{A. 27})$$

假设这个序列的所有公共分布都是非奇异的, 即存在一个整数 $k^* \leq n-1$, 使得对于所有 $k > k^*$, 有 $Q_k = Q_{k^*}$ 。设置集合 $\Omega^* = Q_{k^*}$, 并且使用符号 $\Omega^* = \text{o. c. a.}(\Theta)$, 其中 o. c. a. 代表可观察性公共分布算法。那么

$$Q_0 = Q^* \cap \text{span}\{dh\}, Q_{k+1} = Q^* \cap \left(\sum_{i=0}^m L_{g_i} Q_k + \text{span} dh \right)$$

如果, 由可观察性分配算法产生的所有公共分布都是非奇异的, 因此 $\text{o. c. a.}(\Omega^*) = \Omega^*$, 并且如果 Θ 是条件不变的, 那么公共分布 Ω^* 也是如此。

如果满足下列关系, Ω 被认为是一个有可观性的公共分布:

$$L_{g_i} \Omega \subset \Omega + \text{span} dh, i=0, 1, \dots, m, \text{o. c. a.}(\Omega) = \Omega$$

如果零化子 $\Omega = \Delta^\perp$ 是有可观测性的公共分布, 则分布 Δ 称为不可观测性分布。如果算法 (A. 27) 在 $(\Sigma_*^P)^\perp$ 被初始化, 那么 $\text{o. c. a.}((\Sigma_*^P)^\perp)$ 是包含在 $\mathcal{S}^\perp$ 中的具有可观性的公共分布。而且, 这是拥有这种属性的最大公共分布。

让我们考虑下面这个非线性系统

$$\dot{x} = A_0 x + \sum_{i=1}^m u_i A_i x + l(x) m + \sum_{i=1}^d p_i(x) \omega_i, y = Cx$$

并假定 $\mathcal{S} = \text{span}\{p_1, \dots, p_d\}$ 独立于 x 。那么可观察性公共分布算法将被写成:

$$Q_0 = \Theta \cap \widetilde{\text{Im}} C, Q_{k+1} = \Theta \cap \left(\sum_{i=0}^m Q_k A_i + \widetilde{\text{Im}} C \right) \quad (\text{A. 28})$$

A.3 可辨识性

可辨识性是模型参数辨识的基本前提,它关注的是理想状态的无噪声测量和无差模型结构的情况下,根据输入输出数据而决定的模型参数的唯一性。可辨识性分析需要求解高度非线性代数方程组,其主要分析工具是差分代数。关于可辨识性的详细情况,可参阅 Ljung 和 Glad (1994)、Saccomani (2003) 等人发表的论文及其中参考文献。

从实用性的角度看,我们可以证明可辨识性的必要条件是系统最小实现客观可控。对于系统可控性的重要作用,可参阅 Saccomani (2003) 等。

定义 $y = \Phi_{x_0}(u, p)$ 为由向量参数 p 决定的非线性输入仿射系统的输入输出映射,如下式所示:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, p) + g(x, p)u \\ y &= h(u, x, p)\end{aligned}\quad (\text{A. 29})$$

对于所有的初始状态 $x(0) = x_0$, 如果存在至少一个输入 u , 使得方程 $\Phi_{x_0}(u, p) = \Phi_{x_0}(u, p^*)$ 存在唯一解, 则参数 p^* 对于输入输出数据是优先全局可辨识的。当唯一性只存在于 p^* 的一个邻域时, 称为局部可辨识, 这是一个相对弱一些的概念。

方程组的解, 即映射 Φ , 通常是不可获取的。然而, 在一些情况下, 一个输入输出的隐式映射, 即 $\Psi(y, u, p) = 0$, 可以由系统方程组决定。为了检测上文中 LPV 系统的可辨识性, 在下文中, 将逐步展示可辨识性测试的主要步骤。

考虑一个如式 (A. 30) 所示的线性时变系统

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(t)x + B(t)u \\ y &= C(t)x\end{aligned}\quad (\text{A. 30})$$

定义 $\tilde{y} := [y \cdots y^{n-1}]^T$, 则有式 (A. 31):

$$\tilde{y} = \Omega(t)x + \Gamma(t)\tilde{U} \quad (\text{A. 31})$$

其中, $\Omega^T(t) = [C_0^T(t) \cdots C_{n-1}^T(T)]$, 且

$$\begin{aligned}C_0(t) &:= C(t) \\ C_{i+1}(t) &:= C_i(t)A(t) + \frac{d}{dt}C_i(t)\end{aligned}\quad (\text{A. 32})$$

定义 γ^k 的行向量:

$$\begin{aligned}\gamma_0^{k+1} &= \gamma_0^k + C_k \\ \gamma_j^{k+1} &= \gamma_j^k + \gamma_{j-1}^k, j = k, \cdots, 1 \\ \gamma_j^k &= 0, j \geq k\end{aligned}\quad (\text{A. 33})$$

则 $\Gamma(t)$ 为行向量 $\gamma_k, k = 0, \cdots, n-1$ 。同时, 表示成 $U(t) = B(t)u$, 并且 $\tilde{U} :=$

$[U \dots U^{n-1}]^T$ 。

如果系统 (A. 30) 在区间 $\mathcal{S}$ 上有解, 并且 t 是区间 $\mathcal{S}$ 上任一固定元素, 则当且仅当 $\Omega(t)$ 的秩等于 n , 即式 (A. 31) 对于状态 x 有解时, (A. 30) 在任一 $\mathcal{S}$ 的区间上是完全可观测的。由此可得:

$$y^{(n)} - C_n(p) \Omega^\#(p) \tilde{y} = (\gamma^n(p) - C_n(p) \Omega^\#(p) \Gamma(p)) \tilde{U}(p) \quad (\text{A. 34})$$

其中, $\Omega^\#(p)$ 是 $\Omega(p)$ 的广义逆, 这个方程给出了在如式 (A. 35) 所示初始状态下的隐式映射 $\Psi(y, u, p) = 0$ 。

$$\tilde{y}(0) = \Omega(0)x(0) + \Gamma(0)\tilde{U}(0) \quad (\text{A. 35})$$

方程 (A. 34) 和方程 (A. 35) 通常对于参数 p 具有高度非线性, 然而, 它可以通过含有新参数的方程 $\Pi := [\pi_1(p, x_0)]$ 进行二次参数化。新参数可用如下线性方程的形式表示:

$$\Psi_1(u, y) + \Pi(p, x_0) \Psi_2(u, y) = 0 \quad (\text{A. 36})$$

如果映射 $(p, x_0) \rightarrow \Pi(p, x_0)$ 是单射, 即可以解出唯一的 (p, x_0) , 则系统是可辨识的。

在 Ljung 和 Glad 看来, 式 (A. 36) 中的映射 Π 是恒等映射。在包含机械问题的辨识过程中, 依赖于状态矩阵的参数通常是非线性的, 所以这种简单的映射一般是不可能实现的。

若式 (A. 36) 的输入输出对是可以解出来的, 即 $\Psi_2(u, y)$ 是满秩的, 则称为“持续激励”(参阅 Stoica, 1989)。如果初始状态 x_0 已知, 且映射 $\Pi(p)$ 需是单射时系统才可辨识。对于离散时间系统的可辨识性, 一些学者研究了已在式 (A. 34) 中给出离散变量的系统, 详情请参阅 Bamieh 和 Giarre (2000, 2002); Bokor 和 Keviczky (1987) 对于连续时间系统的分析案例, 以及 Kowalczyk 和 Kozłowski (2000); Soderstrom (1997) 等。

A. 4 采样时间的作用

寻找未知参数通常要求解微分方程, 并通过迭代的方法进行最优化求解, 有关概述请参阅 Polak (1997)。尽管我们将系统嵌入到一个线性变参数系统的类当中, 但通常来讲, 我们不能在求解过程中直接利用线性结构代替微分方程求解器。我们需要对系统进行离散化处理, 并利用数值算法求解微分方程, 有时还可能需要用到变步长的隐式方程。

此外, 由于 $\rho(t)$ 、 $u(t)$ 和 $y(t)$ 只在采样时间决定的离散时间系列中是可以解的, 初始的线性变参数系统主要是嵌入到能控制一系列常数集的线性变参数系统。为了确保这类线性变参数系统能够表示原始系统, 需要对采样时间 τ 施加一定的条件, 即采样时间必须足够小。此处的“足够”的含义, 很大程度上依赖

于在辨识过程中需要求解的微分方程。

从文献中可知,对于这类针对刚性方程组的微分方程 采样时间需要非常小,因此该条件基本无法满足。这类系统的数值方法很复杂,且通常采用变步长的方法,具体可参阅 Hairer 和 Wanner (1996)。由于以上提出的问题使得在参数辨识的过程中有许多难点,即对于刚性微分方程组,在一个给定的切实可行的采样时间的情况下,产生的误差可能导致求解失败。

在最优控制时也存在相同的问题。一个能够使给定系统保持全局稳定性的反馈率,在状态量化过程中,通常无法保证闭环系统的全局渐进稳定,详情请参阅 Liberzon (2003)。至于量化过程对线性时不变系统观测器设计的影响,请参阅 Sur 和 Paden (1998)。

案例:四分之一车辆,簧上质量估计

本例将通过四分之一车辆模型来辨识车辆的簧上质量。通过对输入输出数据的初步观察,对该参数的辨识并没有太多困难。但是从实现层面来看,由于系统固有的非线性,这个问题将变得非常困难。

非线性模型的状态空间表示式如下:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_s^l}{m_s} & \frac{k_s^l}{m_s} & \frac{b_s^l}{m_s} & \frac{b_s^l}{m_s} \\ \frac{k_s^l}{m_u} & -\frac{k_s^l}{m_u} - \frac{k_t}{m_u} & \frac{b_s^l}{m_u} & \frac{b_s^l}{m_u} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_s^{nl}}{m_s} & -\frac{b_s^{sym}}{m_s} & \frac{b_s^{nl}}{m_s} \\ -\frac{k_s^{nl}}{m_s} & \frac{b_s^{sym}}{m_s} & -\frac{b_s^{nl}}{m_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_k^3 \\ |\rho_b| \\ \sqrt{|\rho_b| \operatorname{sgn}(\rho_b)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_u} \end{pmatrix} \omega$$

其输出量为

$$y_1 = x_2 - x_1, y_2 = x_4 - x_3$$

它们也可以当成调度参数,即 $\rho_b = y_2$, $\rho_k = y_1$ 。用列向量 $\phi(\rho_k, \rho_b)$ 表示:

$$\phi(\rho_k, \rho_b) = [\rho_k^3 \quad |\rho_b| \quad \sqrt{|\rho_b| \operatorname{sgn}(\rho_b)}]^T$$

若将 $\phi(\rho_k, \rho_b)$ 看成一个虚拟的输入,且 $\mu = m_u/m_s$, 线性变参数系统的状态空间表达式可以写成如下形式:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\mu\pi_1 & \mu\pi_1 & -\mu\pi_2 & \mu\pi_2 \\ \pi_1 & -\pi_1 - \pi_t & \pi_2 & -\pi_2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mu\pi_3 & -\mu\pi_4 & \mu\pi_5 \\ -\pi_3 & \pi_4 & -\pi_5 \end{pmatrix} \phi(\rho_k, \rho_b) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \pi_t \end{pmatrix} \omega$$

$$\text{其中, } \pi: = [\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3 \quad \pi_4 \quad \pi_5] = \left[\frac{k_s^l}{m_u} \quad \frac{b_s^l}{m_u} \quad \frac{k_s^{nl}}{m_u} \quad \frac{b_s^{sym}}{m_u} \quad \frac{b_s^{nl}}{m_u} \right], \pi_t = \frac{k_t}{m_u},$$

均为已知参数。由于 m_s 的值可能发生变化, 所以将参数 μ 当成未知参数。

定义下式:

$$\Lambda(y) = \pi_1 y_1 + \pi_2 y_2 + [\pi_3 - \pi_4 \pi_5] \phi(y)$$

则通过可辨识性分析得到以下对应于式 (A. 34) 的输入输出映射关系式:

$$y_2^{(3)} + (1 + \mu) \Lambda^{(2)}(y) + \pi_t y_2^{(2)} + \mu \pi_t \Lambda(y) - \pi_t \omega^{(2)} = 0$$

通过对方程 (A. 36) 的连续推导可以得到下式:

$$\Psi_1(u, y) = \begin{pmatrix} y_2^{(3)} \\ y_2^{(3)} \\ y_2^{(3)} \end{pmatrix}, \Pi = \begin{pmatrix} \pi_t \\ \mu \pi_t \\ 1 + \mu \end{pmatrix},$$

$$\Psi_2(u, y) = \begin{pmatrix} y_2^{(2)} - \omega^{(2)} & \Lambda(y) & \Lambda^{(2)}(y) \\ y_2^{(3)} - \omega^{(3)} & \dot{\Lambda}(y) & \Lambda^{(3)}(y) \\ y_2^{(4)} - \omega^{(4)} & \Lambda^{(2)}(y) & \Lambda^{(4)}(y) \end{pmatrix}$$

接下来, 如果 $\Lambda(y)$ 不等于零, 并且输入为持续激励, 则参数 μ 是可辨识的。不难看出, 即使 π_t 是未知的, 它也是可辨识的。由于真实系统的实际原因, $\Lambda(y) = 0$ 不能长久持续, 我们可以得出结论, 参数 μ 在理论上是可辨识的。

后注: 如果考虑 $\dot{\mu} = 0$ 组成的扩展系统, 通过研究扩展系统的可观测性, 也可以得到相同的结果。

我们在仿真模拟中使用的模型可以用下式中的参数描述:

$$\pi = (398.30 \quad 20.33 \quad 3.38 \quad -1.69 \quad 0.16),$$

$$\mu_0 = 0.2034, \pi_t = 322.03$$

假设 μ 的值在其名义值 μ_0 附近的 $(-0.15\mu_0, 0.1\mu_0)$ 区间内变化, 其真值为 $\mu = (1 + \alpha)\mu_0$, 其中 $\alpha = 0.05$ 。

在仿真实验中, 我们设置了 3 种采样时间 τ_s , 分别为 0.01、0.001、0.0001。仿真过程中, 用 MATLAB 中的非线性最小二乘算法进行优化, 用 lsim 程序求解微分方程组。使用 LMI (线性矩阵不等式) 技术时, 计算出来的观测器增益 K 必须是观测器对于所有可能的系统参数都保持稳定。计算出来的增益为

$$K^T = \begin{pmatrix} 3.6 & -0.9 & 2.1 & 1116.6 \\ 326.0 & 1121.7 & 214.9 & 226.7 \end{pmatrix}$$

在第一种情况下, 假设初始条件是已知的。参数估计是基于最初的系统结构, 然后基于不同采样时间对应的观测器系统结构进行。计算出来的 α 值见表 A. 1。在这种情况下, 可以发现基于原始系统的识别结果似乎略优于当观测器需要被辨识时的结果。然而, 这些差异并不显著, 并且可以用数值原理解释。

表 A.1 已知 x_0 时, α 的计算结果

τ_s	0.01	0.001	0.0001
$\alpha, K=0$	0.049	0.0501	0.0501
α, K	-0.15	0.0434	0.0545

观测器不能用于最小采样时间时的参数辨识。图 A.1 展示了 α 的标称值为 0.05 时的仿真误差, 图 A.1a 为原始系统, 图 A.1o 为带观测器的系统。从图中可以看出系统失稳, 证实了优化算法在这种情况下失效。

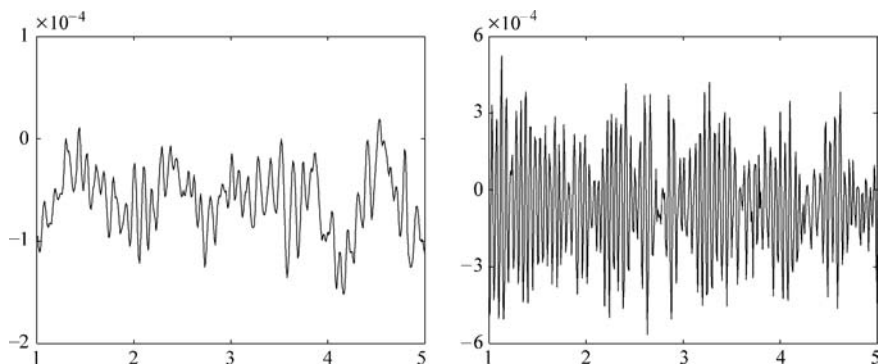


图 A.1 原始系统 (a) 和带观测器的系统 (o) 的仿真误差

在第二种情况下, 假设初始状态未知, 并且设置了一个观测器用于参数辨识, 在仿真过程中:

$$x_0 = (-0.0024 \quad -0.0026 \quad -0.0200 \quad 0.0408)$$

x_0 按上式设置, 在辨识过程中, 使用 $x_0 = 0$ 。 α 的计算值见表 A.2。

表 A.2 x_0 未知时, α 的计算结果

τ_s	0.01	0.001	0.0001
$\alpha, K=0$	0.0254	0.0260	0.0260
α, K	-0.15	0.0478	0.0474

可以看出, 基于原始系统的辨识方案结果并不太理想, 即计算出来的 α 值离标称值 0.05 较远。然而带观测器的辨识方案表现良好, 得到了与真值几乎一样的结果。通过将图 A.2a 展示的原系统对于 α 标称值的仿真误差与带观测器的系统仿真误差 (图 A.2o) 相比较, 可以看出其误差的幅值有所增加。

A.5 线性变参数系统的自适应观测器

本节中研究的系统类型如下式所示:

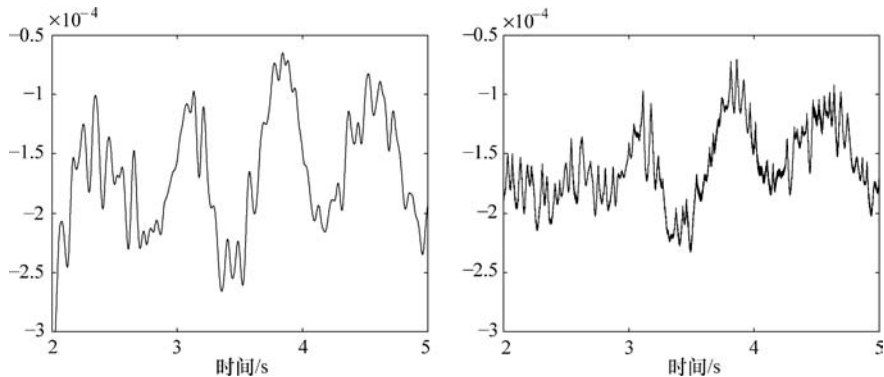


图 A.2 原始系统 (a) 和带观测器的系统 (o) 的仿真误差

$$\dot{x} = A(\rho(t))x + B_u(\rho(t))u + B_p(\varphi(\rho(t), y))p \quad (\text{A. 37})$$

$$y = Cx \quad (\text{A. 38})$$

式中, p 是一个参数向量; $\rho(t)$ 是一个已知的时变调节参数向量, 其主要取决于输出测量值, 即 $\rho(t) = \rho(y)$; $\varphi(\rho(t), y)$ 也是已知的、非线性的以及相关参数的函数。我们的研究目标为: 根据式 (A. 38) 得到的输入输出映射测量值计算未知的参数 p , 换言之, 就是解决灰箱参数辨识问题。

Zhang 和 Alleyne (2002) 中提出通过以下全局指数级收敛自适应观测器对参数 p 进行估计:

$$\dot{\hat{x}} = A(t)\hat{x} + B_u(t)u + B_p\varphi(t)\hat{p} + (K(t) + \Omega(t)G(t))(y - \hat{C}\hat{x}) \quad (\text{A. 39})$$

$$\dot{\Omega}(t) = (A(t) - K(t)C)\Omega(t) + B_p\varphi(t) \quad (\text{A. 40})$$

其中, $\dot{\hat{p}} = G(t)(y - \hat{C}\hat{x})$, $G(t) = \Gamma(t)\Omega^T(t)C^T\Sigma(t)$ 。这里, 需要确定增益矩阵 $K(t)$, 以保证 $A(t) - K(t)C$ 指数级稳定, 同时假设持续性条件成立, 即存在正常数 α 、 β 、 T 和有界正定矩阵 I , 对所有的 t 满足下式:

$$\alpha I \leq \int_t^{t+T} \Omega^T(\tau)C^T\Sigma(\tau)C\Omega(\tau)d\tau \leq \beta I \quad (\text{A. 41})$$

其中, 通常选定 $\Gamma(t)$ 为正的对角矩阵。

然而, 目前还没有最优设计的结果, 算法需要通过实验来进行调整。在面向参数辨识的应用程序中, 我们发现很难对算法进行适当的调整, 即寻找合适的 $\Sigma(t)$ 和 $\Gamma(t)$ 以达到可接受的性能。

收敛

在应用中, 我们经常考虑下式所示形式的系统:

$$\dot{x} = A(t)x + B_u(t)u + B_p\varphi(y)p \quad (\text{A. 42})$$

$$y = Cx \quad (\text{A. 43})$$

其中, p 是一个参数向量, $\varphi(y)$ 为已知的与非线性的, 假设存在一个对称的正定矩阵 P 、增益矩阵 $K(t)$ 、矩阵 M 和 $\mu > 0$, 并满足:

$$PA_o(t) + A_o^T(t)P \leq -\mu I, PB_p = C^T M \quad (\text{A. 44})$$

其中, $PA_o(t) = A(t) - K(t)C$ 不变, 并且信号 φ 是持续激励, 则自适应观测器可定义如下:

$$\dot{\hat{x}} = A(t)\hat{x} + B_u(t)u + B_p\varphi(t)\hat{p} + K(t)(y - C\hat{x}) \quad (\text{A. 45})$$

$$\dot{\hat{p}} = -\varphi^T(t)P(y - C\hat{x}) \quad (\text{A. 46})$$

接下来, 我们突出该方案的全局收敛证明的主要观点。定义 $e = \hat{x} - x$ 和 $e_p = \hat{p} - p$ 。则系统误差为

$$\dot{e} = A_o(t)e + B_p\varphi(t)e_p, \dot{e}_p = -\varphi^T(t)M^T Ce \quad (\text{A. 47})$$

考虑以下李亚普洛夫方程:

$$V(e, e_p) = e^T P e + e_p^T e_p \quad (\text{A. 48})$$

从而得到下式:

$$\dot{V}(e, e_p) = e^T (PA_o(t) + A_o^T(t)P) e \leq -\mu e^T e \quad (\text{A. 49})$$

这意味着 $\|e\|$ 和 $\|e_p\|$ 都是有界的, 所以 $\|\dot{e}\|$ 也有界。从 Barbalat 引理可以得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$ 。而且, 由于 φ 是持续激励的, 则同样可以得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_p\| = 0$ 。

在实际应用中, 测量值受噪声和有界干扰的影响, 即 $\bar{y} = y + \omega$, 其中, $\|\omega\| < c_\omega$ 。定义 $\bar{\varphi}(t) = \varphi(\bar{y}) = \varphi(t) + \Delta_\varphi$, 则误差表达式为

$$\dot{e} = A_o(t)e + B_p\bar{\varphi}(t)e_p + \zeta(t) \quad (\text{A. 50})$$

$$\dot{e}_p = -\bar{\varphi}^T(t)M^T Ce - \Delta_\varphi^T M^T \omega \quad (\text{A. 51})$$

其中, $\zeta(t) = K(t)\omega + B_p\Delta_\varphi p$ 。假设 φ 具有的 Lipschitz 性质是合理的, 即 $\|\Delta_\varphi\| \leq c\|\omega\|$ 。继而可以得到:

$$\dot{V}(e, e_p) = -\mu e^T e + e^T P \zeta - \omega^T M \Delta_\varphi e_p \quad (\text{A. 52})$$

即, 存在合适的正数 μ_1 、 μ_2 、 μ_3 , 如果满足 $\mu \geq \mu_1 + \frac{\lambda_{\max}(P)}{\mu_2}$,

则:

$$\dot{V}(e, e_p) \leq -\mu_1 \|e\|^2 + \mu_2 \|\zeta\|^2 + \mu_3 \|\zeta\| \|e_p\| \quad (\text{A. 53})$$

应用激励引理延长持续性 (参阅 Marino 和 Santosuosso, 1999), 可以看出, 当 $\zeta = 0$ 时, 如果 $\bar{\varphi}(\bar{y})$ 满足式 (A. 41) 的持续激励条件, 误差系统就是输入到状态稳定的, 且原点是全局指数级稳定的平衡点。

A.6 几何法设计 qLPV FDI

首先考虑线性变参数系统的 m 输入量和 p 输出量的层级, 可被描述为

$$\dot{x}(t) = A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))v(t) \quad (\text{A.54})$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (\text{A.55})$$

其中

$$A(\rho(t)) = A_0 + \rho_1(t)A_1 + \cdots + \rho_N(t)A_N \quad (\text{A.56})$$

$$B(\rho(t)) = B_0 + \rho_1(t)B_1 + \cdots + \rho_N(t)B_N \quad (\text{A.57})$$

并且状态空间的维度应当是 n 。

假设每个参数 ρ_i 在已知极值 $\rho_i(t) \in [\underline{\rho}_i, \overline{\rho}_i]$ 的范围内取值, 并且参数集包含所有的 $(\rho_1(t), \cdots, \rho_N(t))$, 其中 $t \in [0, T]$ 将用 P 来表示。为了计数方便, 矩阵的时间从属关系将尽可能地省略 ($A(\rho) := A(\rho(t))$)。

qLPV 系统的逆

不难发现, 如果参数函数 (持续性) 满足一些技术要求的话, 那么 $Z_x Z^* = V^*$, 其中 V^* 是包含在 C 的核中的最大范围 (A, B) 的不变子空间。可逆性状态归纳为

$$\dim \text{Im} B = m, V^* \cap \text{Im} B = 0 \quad (\text{A.58})$$

对其进行观察, 如果这些条件满足, 总能够选取出该形式的坐标变换 $z = Tx$, 其中 $T = \begin{bmatrix} V^{*\perp} \\ A \end{bmatrix}$, $A \subset (\text{Im} B)^\perp$ 。相应的, 系统将被分解为

$$\dot{\xi} = A_{11}(t)\xi + A_{12}(t)\eta + Bv \quad (\text{A.59})$$

$$\dot{\eta} = A_{21}(t)\xi + A_{22}(t)\eta \quad (\text{A.60})$$

$$y = C_1 \xi \quad (\text{A.61})$$

由此应用适当的反馈

$$v = F_2(\rho(t))\eta + v \quad (\text{A.62})$$

例如 V^* 在 $(\mathcal{A} + \mathcal{B}F, \mathcal{B})$ 中是不变的, 可以获得系统:

$$\dot{\xi} = A_{11}(t)\xi + Bv \quad (\text{A.63})$$

$$y = C_1 \xi \quad (\text{A.64})$$

根据 V^* 的最大值可以得出 ξ 和 v 都能通过函数 y 和它的衍生形式表达。

当 $\tilde{y} = S\xi$, 其中

$$\tilde{y} = [y_1, \cdots, y_1^{(\gamma_1)}, \cdots, y_p, \cdots, y_p^{(\gamma_p)}]^T$$

其中

$$v = B^{-1}S^{-1}(\dot{\hat{y}} - \dot{S}S^{-1}\hat{y} - S\bar{A}_{11}S^{-1}\hat{y}),$$

也就是说

$$\dot{\eta} = A_{22}\eta + A_{21}\xi$$

$$v = F_2\eta + \bar{B}^{-1}S^{-1}(\dot{\hat{y}} - (\dot{S}S^{-1} + S\bar{A}_{11}S^{-1})\hat{y}).$$

详细说明参考 Szabó et al. (2003)。

qLPV 系统检测滤波器设计

让我们考虑以下的 LPV 系统:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\rho)x(t) + B(\rho)u(t) + L_1(\rho)m_1(t) + L_2(\rho)m_2(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (\text{A. 65})$$

设计一个对 L_1 方向的故障敏感而对 L_2 方向的故障不敏感的残差产生器被称作残留物产生的基本问题 (FPRG)。更准确地说, 我们要首先设计一个残差产生器, 让我们用 r_1 表示其输出, 例如, 如果 $v_1 \neq 0$, 那么 $r_1 \neq 0$, 并且如果 $v_1 = 0$, 那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|r_1(t)\| = 0$, 也就是说, 残差产生器要求一种稳定状态。

当且仅当 $\mathcal{S}^* \cap \mathcal{E}_1 = 0$ 时, 残差产生器有解。此外, 如果有解, 残差产生器的动力学可以被任意分配。

对于在等式 (A. 65) 中给出的 LPV 系统, 我们可以设计出一个 (不一定需要稳定的) 残差产生器, 形式如下

$$\dot{w}(t) = N(\rho)w(t) - G(\rho)y(t) + F(\rho)u(t) \quad (\text{A. 66})$$

$$r(t) = Mw(t) - Hy(t) \quad (\text{A. 67})$$

对于一个包含 $\mathcal{E}_2$ 的最小不可观察性子空间 $\mathcal{S}^*$ (与 LPV 系统相关), 当 $\mathcal{E}_i = \sum_{j=0}^N \text{Im}L_{i,j}$, $i = 1, 2$ 时, 有 $\mathcal{S}^* \cap \mathcal{E}_1 = 0$ 。

我们可以计算出一个可接受的 $\hat{G}(\rho)$ 如下: 让我们分别根据映射 $P: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{X} \mid \mathcal{S}^*$ 与 $P^\perp$, 来拆分 $A(\rho)$ 和 C , 接下来, 让 $A_{12}(\rho) := PA(\rho)P^\perp$ 和 $C_{12} := CP^\perp$ 。那么我们有

$$\hat{G}(\rho) = \begin{bmatrix} -A_{12}(\rho)C_{12}^{(-1)} \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中, $C_{12}^{(-1)}$ 是一个伪逆矩阵。

为了让 $\mathcal{S}^* \cap \mathcal{E}_1 = 0$ 变为充要条件, 包含 $\mathcal{E}_2$ 的子空间 $\mathcal{S}^*$ 必须是最小不可观共分布。如果参数函数 ρ 的组成部分是微分代数独立的, 那么此性质成立。

稳定性的问题

回顾上文, 如果存在一个矩阵 $P = P^T > 0$, 那么仿射的 LPV 系统将是二次型

稳定的, 例如

$$A(\rho)^T P + P A(\rho) < 0 \quad (\text{A. 68})$$

对于 $\rho \in \mathcal{P}$ 内的所有的参数成立。

系统二次型稳定的充要条件为: 等式 (A. 68) 的条件适用于状态空间内的所有角点。也就是说, 为了获得一个 LMI 的有限系统, 需通过适当的正定矩阵 P 来满足 $A(\rho)$ 。

为了获得一个二次型稳定的残差产生器, 当确定

$N(\rho) = (A(\rho) + \hat{G}(\rho)C) \mid \mathcal{X}/\mathcal{S}^*$ 与 $G(\rho) = G_0 + \rho_1 G_1 + \cdots \rho_N G_N$ 后, 我们可以在等式 (A. 66) 中设置 $N_{stable}(\rho) = N(\rho) + G(\rho)M$, 如等式 (2. 91) 的 LMI 系统一样, 也就是说,

$$(N(\rho) + G(\rho)M)^T P + P(N(\rho) + G(\rho)M) < 0$$

适用于相配的 $G(\rho)$ 和 $P = P^T \geq 0$ 。通过引入辅助变量 $K(\rho) = G(\rho)P$, 必须要解决接下来的 LMI 设置中的参数空间的角点问题:

$$N(\rho)^T P + P N(\rho) + M^T K(\rho)^T + K(\rho)M < 0$$

在特殊情况下我们可以发现 $\text{Ker} C \subset \mathcal{S}^*$ 。由于等式 $G(\rho)CU = UT - A(\rho)U$ 对于任意的 T 有解, 那么我们可以选择 $G(\rho)$, 这样, 矩阵 $N(\rho)$ 就变为了常数。矩阵 T 是一个包含所需极点信息的设计参数。

鲁棒性问题

基于模型设计的基本问题在于模型不能完全表现实际的事物, 因此有效的故障检测应对方法会有很多的不确定性。当设计方法通常依赖高非线性方法解决不确定性的问题的时候, 这个问题会被加重。

为了在面对干扰和不确定性时实现鲁棒性, 提出了基于优化的 FDI 方案, 其中恰当选取的性能指标被用来增加对故障与干扰的敏感度。要想尝试增强针对扰动和模型不确定性检测滤波器的方法, 可借由线性内容中提到的特征结构配置法实现, 也就是说, 对于等价空间法 (Patton 和 Chen 1996) 或基于观测器法 (Douglas 和 Speyer 1996; Chen 和 Speyer 2002), 并不适用于一般的非线性设置。在 LPV 设置中, 鲁棒性问题在特定的情况下可使用 H_∞ 理论处理, 参考 Ganguli (2002)、Grenaille 等 (2008)。

应用一个基于设计的转置, 如果额外的输出可得, 那么, 被原系统消除的未知输入就可以观测了 (也就是通过代数关系 $A(x)v = B(x)$ 消去的输入量), 并且可以建造一个观测器以及得到一个逆 (未减小)。在这种情况下输出的导数仍是需要的, 但零动态的稳定性不起任何作用。这类鲁棒性问题可由 Edelmayer (2004, 2009) 处理。

如果满足设计指标, 则可以用 LPV/FPRG 方法来实现针对参数变量和噪声

的鲁棒性的故障检测滤波器, 参考 Szűsi 等人 (2005)。

通常 FDI 滤波器的设计与反馈控制器的设计分开考虑。如果没有模型不确定性, 最优化整合设计等同于控制器和检测滤波器的分别最优设计。如果存在不确定性, 整合设计方法更加适合性能和鲁棒性的权衡。对于解决线性问题, 请分别参考 Stoustrup 和 Grimble (1996), Stoustrup 和 Niemann (2002) 以及 Weng (2008) 等 LPV 情况。

附录 B LPV 系统的鲁棒性控制

B.1 结构不确定性

当设备受到多重扰动时, 结构不确定性会增加。当设备包含一系列不确定参数或者设备包含多重非结构化不确定性时, 多重扰动会发生。在实际设计中, 许多实际设备都为包含参数化不确定性的系统。在这个例子中实数参数化和复数不确定性应当被区分, 如图 B.1 所示。混合的实数和复数包含三种模块: 重复的实数标量、重复的复数标量以及完整模块。 S_r 代表重复实数标量模块的数量, S_c 代表重复复数标量模块的数量, 并且 F 代表完整模块的数量。它们满足以下等式: $\sum_{i=1}^{S_r} k_i + \sum_{j=1}^{S_c} r_j + \sum_{k=1}^F m_k = n$ 。第 i 个重复的实数标量模块为 $k_i \times k_i$, 第 j 个重复的复数模块为 $r_j \times r_j$, 第 k 个完整模块为 $m_k \times m_k$ 。不确定性的容许集 $\Delta \subset C^{n \times n}$ 被定义为

$$\nabla = \{ \text{diag}(\Phi_1 I_{k_1}, \dots, \Phi_{S_r} I_{K_{S_r}}, \delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_{S_c} I_{r_{S_c}}, \Delta_1, \dots, \Delta_F) : \Phi_i \in R, \delta_j \in C, \delta_k \in C^{m_k \times m_k} \} \quad (\text{B.1})$$

定义 B.1 (μ 的定义) 对于矩阵 $M \in C^{n \times n}$, 函数 μ_{Δ} 被定义为

$$\mu_{\nabla}(M) := \frac{1}{\min \{ \sigma(\Delta) : \Delta \in \nabla, \det(I - M\Delta) = 0 \}} \quad (\text{B.2})$$

除非没有 $\Delta \in \nabla$ 使 $I - M\Delta$ 为奇异; 在 $\mu_{\nabla}(M) = 0$ 的情况下, 请参考 Doyle (1985)。

因此 $1/\mu_{\nabla}(M)$ 是最小扰动量 Δ 的“尺度”, 使 $\det(I - M\Delta) = 0$, 可通过其最大奇值进行测量。基于对 μ 的定义, 设定 μ 的下界和上界如下:

$$\rho(M) \leq \mu_{\nabla}(M) \leq \overline{\sigma}(M) \quad (\text{B.3})$$

然而, 这些边界条件对于控制系统设计来说还是不够的, 因为 ρ 和 $\overline{\sigma}$ 的间隙可以是任意大的值。在不影响 $\mu_{\nabla}(M)$ 的情况下, 通过基于 M 的转换过程来精确化, 但是这种方法会影响 ρ 和 $\overline{\sigma}$ 。为此, 我们定义以下三个子项:

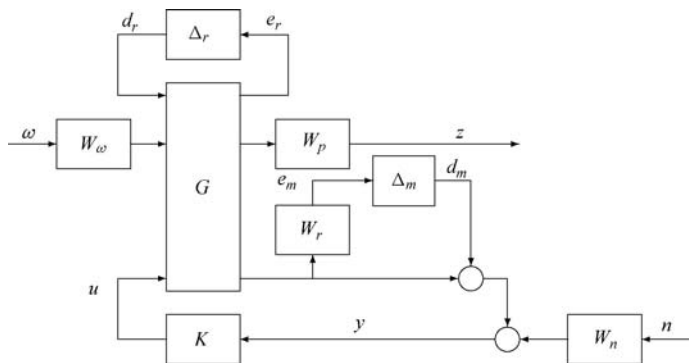


图 B.1 包含参数化和非结构化不确定因素的反馈构型

$$Q = \{ \Delta \in \Delta : \Phi_i \in [-1, 1], |\delta_i| = 1, \Delta_i \Delta_i^* = I_{m_i} \} \quad (\text{B.4})$$

$$D = \left\{ \text{diag}[\tilde{D}_1, \dots, \tilde{D}_{sr}, D_1, \dots, D_{sc}, d_1 I_{m_1}, \dots, d_{F-1} I_{m_{F-1}}, I_{m_F}] : \right. \\ \left. \tilde{D}_i \in C^{k_i \times k_i}, \tilde{D}_i = \tilde{D}_i^* > 0, D_i \in C^{r_i \times r_i}, D_i D_i^* > 0, d_j \in R, d_j > 0 \right\} \quad (\text{B.5})$$

$$G = \{ \text{diag}[\tilde{G}_1, \dots, \tilde{G}_{sr}, 0, \dots, 0, 0] : G_i = G_i^* \in C^{k_i \times k_i} \} \quad (\text{B.6})$$

然而，下边界可能会有多重局部最大值，而非全局值的情况出现。因此局部搜索无法保证获得 μ 。上边界可以被重构为一个凸优化问题，因此全局最小值可以被找到，但是上边界不总等于 μ ：

$$\mu_{\Delta}(M) \leq \inf_{D \in \mathcal{D}} \overline{\sigma}(DMD^{-1}) \quad (\text{B.7})$$

对于混合的 μ ，可以通过在以下方法中利用实参数相位信息来得到更好的上界。

定理 B.1 设 $M \in C^{n \times n}$ 且 $\Delta \in \Delta$ 。那么

$$\mu_{\Delta}(M) \leq \inf_{D \in \mathcal{D}, G \in \mathcal{G}} \min_{\beta} \text{diag}[\beta; M^* DM + j(GM - M^* G) - \beta^2 D \leq 0] \quad (\text{B.8})$$

请参考 Fan (1991)；Young 和 Doyle (1996)。

缩放比例 G 允许我们发掘实参数的相位信息来获得更佳的上界。使用不同策略 ($D-G-K$ 方案) 而得的上界特征在下文中给出结果。

定理 B.2 设 $\beta > 0$ ，存在 $D \in \mathcal{D}$ 且 $G \in \mathcal{G}$ ，即

$$M^* DM + j(GM - M^* G) - \beta^2 D \leq 0$$

当且仅当 $D_1 \in \mathcal{D}$ 与 $G_1 \in \mathcal{G}$ 时，有

$$\tilde{\sigma} \left[\left(\frac{D_1 M D_1^{-1}}{\beta} - j G_1 \right) (I + G_1^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \leq 1 \quad (\text{B.9})$$

参考 Zhou 等 (1996)。

定理 B.3 (鲁棒稳定性) 当 $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{\beta}$ ($\beta > 0$)，当且仅当

$$\sup_{\omega \in \mathfrak{M}} \mu_{\nabla}(M(j\omega)) \leq \beta \quad (\text{B. 10})$$

时, 循环具有良适应性对于所有的 $\Delta(\cdot) \in \nabla$ 内部稳定

因此, 频率响应的峰值决定了扰动的大小。从而, 此循环为鲁棒性稳定。参考 Zhou 等 (1996)。

通过将不确定模块添加到系统中, 可以将鲁棒性能问题转换为等效的鲁棒稳定性问题。这个块将性能输出与干扰输入连接起来, 如图 B. 2 所示。当且仅当图 B. 2 中的系统稳定时, 图 B. 1 的系统满足性能鲁棒性目标。系统对于以下种类的扰动是稳定的: $\Delta_p(s) = \text{diag}[\Delta(s), \Delta_o(s)]$ 以致 $\|\Delta_p(s)\|_{\infty} \leq 1$ 。

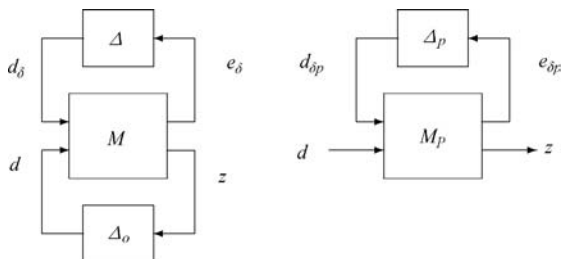


图 B. 2 结构不确定性合并性能模块

定理 B. 4 (鲁棒性能, 参考 Zhou (1996)) 对于所有 $\Delta(s) \in \mathbb{M}(\Delta)$ 都有 $\|\Delta\|_{\infty} < \frac{1}{\beta}$ 且 $\beta > 1$, 当且仅当

$$\sup_{\omega \in \mathfrak{M}} \mu_{\nabla P}(M_P(j\omega)) \leq \beta \quad (\text{B. 11})$$

时, 这个循环是良性的且内部稳定, 并且 $\|F_u(G_P, \Delta)\|_{\infty} < \beta$ 。

假设我们有一个稳定的控制器 K , 它在反馈回路中被用来实现闭环系统 $F_l(P, K)$ 。广义的闭环系统是一个 $[d_{\delta p}, d]^T$ 和 $[e_{\delta p}, z]^T$ 之间的 2×2 程序块结构的传递函数矩阵 M_P , 可以参考图 B. 2 的右侧:

$$\begin{bmatrix} e_{\delta p} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{P11} & M_{P12} \\ M_{P21} & M_{P22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{\delta p} \\ d \end{bmatrix} \quad (\text{B. 12})$$

从上面的结果可以由 Doyle (1984) 得出一个非保守的充要条件来实现鲁棒性能。

定理 B. 5 (概括分析定理)

1. 当且仅当 $\sigma(M_{P22}(j\omega)) < 1, \forall \omega$ 时, 标称性能得到满足。
2. 当且仅当 $\sigma(M_{P11}(j\omega)) < 1, \forall \omega$ 时, 达到鲁棒稳定性。
3. 当且仅当 $\mu(M_P(j\omega)) < 1, \forall \omega$ 时, 达到鲁棒性能。

B.2 基于非线性 $\mathcal{H}_\infty$ 方法的控制系统设计

非线性 $\mathcal{H}_\infty$ 控制的问题

非线性 $\mathcal{H}_\infty$ 控制是 $\mathcal{H}_\infty$ 方法应用于非线性系统的延伸。在 $\mathcal{H}_\infty$ 控制合成中,目标是找到一个可行的非线性控制器例如闭环系统从干扰输入量 w 到性能输出量 z 的 $\mathcal{L}_2$ 增益被最小化且闭环内部稳定。 $\mathcal{L}_2$ 增益从 w 到 z 的上界只能通过使用正数 γ 找到。有界实数引理也有一致的非线性版本。

引理 B.1 (边界实数引理) 考虑时不变非线性系统:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\omega, x(0) = 0 \quad (\text{B.13})$$

$$z = h(x) \quad (\text{B.14})$$

其中 $f(x)$ 满足局部 Lipschitz 条件且 $g(x)$ 和 $h(x)$ 在 R^n 上连续。函数 f 和 h 在原点处消失,也就是, $f(0) = 0$ 与 $h(0) = 0$ 。设 γ 为正数,假设有一个连续可微和正半有限函数 $V(x)$ 满足下面的偏微分不等式:

$$H(V, f, g, h, \gamma) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g^T(x) \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^T + \frac{1}{2} h^T(x) h(x) \leq 0 \quad (\text{B.15})$$

对于所有的 $x \in \mathcal{R}^n$ 。然后对于每一个 $x_0 \in \mathcal{R}^n$,系统的 $\mathcal{L}_2$ 增益小于等于 γ 。参考 Khalil (2000)。

不等式 (B.15) 被称为汉密尔顿-雅各比不等式 (HJI), 当 ($\leq$) 被替换为 ($=$) 时又称为汉密尔顿-雅各比等式 (HJE)。求满足式 (B.15) 的函数 $V(x)$ 本质上要求一个偏微分方程的解,但这可能是很难的。非线性 $\mathcal{H}_\infty$ 控制器合成的许多研究都集中在如何解决不等式 (B.15)。这是一个非常重要的任务,并且随着状态空间维度的增加,困难也会急剧增加。

基于 $\mathcal{H}_\infty$ 综合的 LTI 系统在与实代数黎卡提 (Riccati) 方程比较时明显可得: 考虑一个线性时不变系统 $\dot{x} = Ax + Bw$ 和 $z = Cx$, 并且假设对于某些 $\gamma > 0$ 对应黎卡提方程 $PA + AP^T + \frac{1}{\gamma^2} PBB^T P + C^T C = 0$ 有一个正半定解 P 。设 $V(x) = \frac{1}{2} x^T P x$ 且使用表达式 $\frac{\partial V}{\partial x} = x^T P$, 可以看到 $V(x)$ 满足 HJE: $H(V, Ax, B, Cx, \gamma) = x^T P A x + \frac{1}{2\gamma^2} x^T P B^T B P x + \frac{1}{2} x^T C^T C x = 0$ 。因此,系统有限增益 $\mathcal{L}_2$ 增益稳定且其 $\mathcal{L}_2$ 增益小于等于 γ 。

在这一章中,根据 Lu 和 Doyle (1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 2002) 的结果,研究了一类非线性系统的状态空间非线性 $\mathcal{H}_\infty$ 控制问题。

考虑非线性设备 P 有两组输入：外源干扰输入 d 和控制输入 u ，以及两组输出：测量的输出 y 和受调节的输出 z （图 3.1）。 K 为需要设计的控制器， P 和 K 都为时不变的且可以实现仿射状态空间方程。

设备的状态空间表达式（SSR）可以写作以下：

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)d + g_2(x)u \quad (\text{B. 16})$$

$$z = h_1(x) + k_{11}(x)d + k_{12}(x)u \quad (\text{B. 17})$$

$$y = h_2(x) + k_{21}(x)d + k_{22}(x)u \quad (\text{B. 18})$$

其中 $f, g_i, h_i, k_{ij} \in C^2, h_1(0) = 0, h_2(0) = 0$ 。

控制器的状态空间表达式如下：

$$\dot{x}_k = a(x_k) + b(x_k)y \quad (\text{B. 19})$$

$$u = c(x_k) + d(x_k)y \quad (\text{B. 20})$$

有 $a, b, c, d, \in C^2$ 且 $a(0) = 0, c(0) = 0$ 。设备和控制器的初始状态为 $x(0) = 0$ 和 $x_k(0) = 0$ 。闭环系统被表示为非线性算子 $\Omega(P, K)$ ，代表输入/输出关系 $z = \Omega(P, K)d$ 。

问题 B. 1 （非线性 $\mathcal{V}_\infty$ 控制问题） $\mathcal{V}_\infty$ 控制器设计的问题设置如下。让我们来表示 $\Omega(P, K)$ 的算子 G 在算子 K 上的分数形式。找到系统 P 的一个输出反馈控制器 K ，如果存在的话，闭环系统 $\Omega(P, K)$ 在 $w = 0$ 且 $\mathcal{G}_2$ 增益 ≤ 1 时是渐进稳定的，即对于所有的 $T \in R^+$ ：

$$\int_0^T (\|d(t)\|^2 - \|z(t)\|^2) dt \geq 0 \quad (\text{B. 21})$$

有以下假设：

1. $[h_1(x), f(x)]$ 和 $[h_2(x), f(x)]$ 零点可检测。
2. $k_{12}^T [h_1(x), k_{12}(x)] = [0 \quad I]$ 。
3. $\begin{bmatrix} g_1(x) \\ k_{21}(x) \end{bmatrix} k_{21}^T(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ 。
4. $k_{11}(x) = 0, k_{22}(x) = 0$ 。

众所周知，当考虑 $\mathcal{H}_\infty$ 控制问题时，可以简化大量的非线性系统来满足上面的假设，参考 Safonov 和 Limebeer（1988）。

非线性 $\mathcal{H}_\infty$ 控制的求解

输出反馈 $\mathcal{H}_\infty$ 控制问题的可解性是基于两个量的，这两个量与全信息（FI）和全控制（FC）问题相关联。

在全信息（FI）问题中，设备有以下形式：

$$\dot{x} = f(x) = g_1(x)d + g_2(x)u \quad (\text{B. 22})$$

$$z = h_1(x) + k_{12}(x)u \quad (\text{B. 23})$$

$$y = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} d \quad (\text{B. 24})$$

同时, 控制器提供了来自状态和干扰的信息, 如 $y = [x \quad d]^T$ 。FL $\mathcal{H}_\infty$ 控制问题最初是由 Van der Schaft (1993) 提出的。FL $\mathcal{H}_\infty$ 控制问题的解决方案与以下的 HJI 有关:

$$\begin{aligned} H_{FI}(V, x) &= \frac{\partial V}{\partial x}(x)f(x) + \frac{1}{4} \frac{\partial V}{\partial x}(x)(g_1(x)g_1^T(x) - g_2(x)g_2^T(x)) \frac{\partial V^T}{\partial x}(x) \\ &\quad + h_1^T(x)h_1(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{B. 25})$$

定理 B. 6 (FI 问题的可解性) $\mathcal{H}_{FI}(V, x) \leq 0$ 有一个 C^3 解 $V(x)$ 并且 $V(0) = 0$, 当且仅当有 $F(x)$ 时

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x}(x)(f(x) + g_2(x)F(x)) + \frac{1}{4} \frac{\partial V}{\partial x}(x)(g_1(x)g_1^T(x)) \frac{\partial V^T}{\partial x}(x) + \\ (h_1(x) + k_{12}(x)F(x))^T(h_1(x) + k_{12}(x)F(x)) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{B. 26})$$

此外, 如果 $V(x)$ 满足 $\mathcal{H}_{FI}(V, x) \leq 0$ 且 $V(0) = 0$, 那么 $F(x)$ 可被视为 $F_0(x) = -\frac{1}{2}g_2^T \frac{\partial V^T}{\partial x}(x)$ 。参考 der Schaft (1993); Lu 和 Doyle (1995)。

定理 B. 7 (FI 问题的解) 假设存在 C^3 正定函数 $V(x) \geq 0$, 例如 $\mathcal{H}_{FI}(V, x) \leq 0$ 且 $V(0) = 0$ 。这样对于 FI, $\mathcal{H}_\infty$ 的控制问题可解。此外, 这样的状态反馈 FL $\mathcal{H}_\infty$ 控制器由 $u = -\frac{1}{2}g_2^T \frac{\partial V^T}{\partial x}(x)$ 给出。

在全控制 (FC) 问题中, 设备有以下形式:

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)d + [I \ 0]u \quad (\text{B. 27})$$

$$z = h_1(x) + [0 \ I]u \quad (\text{B. 28})$$

$$y = h_2(x) + k_{21}(x)d \quad (\text{B. 29})$$

FC $\mathcal{H}_\infty$ 控制问题的解决方案与下面的 HJI 有关:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{FC}(U, x) &= \frac{\partial U}{\partial x}(x)f(x) + \frac{1}{4} \frac{\partial U}{\partial x}(x)(g_1(x)g_1^T(x)) \frac{\partial U^T}{\partial x}(x) + \\ &\quad + h_1^T(x)h_1(x) - h_2^T(x)h_2(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{B. 30})$$

定理 B. 8 (FC 问题的可解性) $\mathcal{H}_{FC}(U, x) \leq 0$ 有一个 C^3 解 $U(x)$ 且 $U(0) = 0$, 当且仅当有 $L(x)$ 时,

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x}(x)(f(x) + L(x)h_2(x)) + h_1^T(x)h_1(x) + \\ \frac{1}{4} \frac{\partial U}{\partial x}(x)(g_1(x) + L(x)L_{21}(x))(g_1(x) + L(x)k_{21}(x))^T \frac{\partial U^T}{\partial x}(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{B. 31})$$

此外, 如果 $U(x)$ 满足 $H_{FU}(U, x)$ 且 $U(0) = 0$, 那么 $L(x)$ 可被视为 $\frac{\partial U}{\partial x}(x)$ $L_0(x) = -2h_2^T(x)$ 。参考 Lu 和 Doyle (1995)。

定理 B.9 (FC 问题的解) 假设存在 C^3 正定函数 $U(x) \geq 0$, 例如 $H_{FU}(U, x) \leq 0$ 且 $U(0) = 0$ 。如果

$$\frac{\partial U}{\partial x}(x) L_0(x) = -2h_2^T(x)$$

适用于某些 $L_0(x)$, 对于 FC 来说 $\mathcal{H}_\infty$ 控制问题是可解的。此外, 这样的控制器由输出注射 $u = \begin{bmatrix} L_0(x) \\ 0 \end{bmatrix} y$ 给出。参考 Lu 和 Doyle (1994)。

其次, 考虑输出反馈 $\mathcal{H}_\infty$ 控制问题。

定理 B.10 (非线性 $\mathcal{H}_\infty$ 问题的可解性) 考虑到形如式 (B.16) 中的 G 以及形如式 (B.25) 和式 (B.30) 中 FI 和 FC 问题的数量。如果存在某函数 $\psi(x) \geq 0$ 满足 $\psi(0) = 0$, 那么有:

- 存在正定函数 $V(x)$ 满足 FI 问题的 HJE 的解, 即:

$$H_{FI}(V, x) + \psi(x) = 0 \quad (\text{B.32})$$

且有 $V(0) = 0$ 。

- 存在正定函数 $U(x)$ 满足 FC 问题的 HJI 的解, 即:

$$H_{FC}(U, x) + \psi(x) \leq 0 \quad (\text{B.33})$$

且有 $U(0) = 0$, 同时, 在零点处 $H_{FC}(U, x) + \psi(x)$ 有非奇异海森矩阵。

- 有 $U(x) - V(x) \geq 0$ 是正定的。

同时, 下式有 $L_0(x)$ 的解:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}(x) - \frac{\partial V}{\partial x}(x) \right) L_0(x) = -2h_2^T(x) \quad (\text{B.34})$$

则 $\mathcal{H}_\infty$ 输出反馈控制问题是 (局部) 可解的。控制器的形式如下式表示:

$$\dot{x}_k = f_K(x_k) + L_0(x_k) h_2(x_k) - L_0(x_k) y \quad (\text{B.35})$$

$$u = F_0(x_k) \quad (\text{B.36})$$

式中,

$$f_K(x_k) = f(x_k) + g_1(x_k) F_1(x_k) + g_2(x_k) F_0(x_k) \quad (\text{B.37})$$

$$F_0(x) = -\frac{1}{2} g_2^T(x) \frac{\partial V^T}{\partial x}(x) \quad (\text{B.38})$$

$$F_1(x) = \frac{1}{2} g_1^T(x) \frac{\partial V^T}{\partial x}(x) \quad (\text{B.39})$$

请参考 Lu 和 Doyle (1993)。

定理 B.11 (非线性 H_∞ 问题的解) 考虑到 P 符合定理 B.10 的条件。如果附

加函数 $L_1(x)$ 满足下式:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}(x) - \frac{\partial V}{\partial x} \right) L_1(x) = -2h_1^T(x) \quad (\text{B. 40})$$

那么带 M 的控制器 $u = \Omega(M, Q)y$ 根据下式给出:

$$\dot{x}_k = f_K(x_k) - L_0(x_k)y + (g_2(x_k) + L_1(x_k))u_0 \quad (\text{B. 41})$$

$$u = F_0(x_k) + u_0 \quad (\text{B. 42})$$

$$y_0 = h_2(x_k) - y \quad (\text{B. 43})$$

对于所有的 Q 的 $\mathcal{H}_\infty$ 输出反馈控制问题 (局部) 可解。参考 Lu, Doyle (1994)。

非线性 $\mathcal{H}_\infty$ 控制问题的等价描述可以参见 Isidori (1992)。注意到 $\mathcal{H}_\infty$ 控制器有着分离结构。Ball 等人在 (1993) 中确认了非线性系统 $\mathcal{H}_\infty$ 性能的分离原理。可以在 Helton 和 James (1999) 中找到对 $\mathcal{H}_\infty$ 综合系统非线性扩展的更完整的探讨。

从非线性 H_∞ 到增益调节

根据哈密顿-雅可比不等式 (HJI) (式 (B. 25)) 可以得到关于 $\frac{\partial V}{\partial x}$ 的高度非线性的偏微分方程, 但是此方程几乎不可能解出。此外, 采用封闭方式来实现控制器的方案是更合适的。所以, 更好的解决方案是采用次优但计算更可靠的方案。

求得所需控制器的第一步是将 HJI 不等式转换为关于 $\frac{\partial V}{\partial x}$ 的线性凸函数。根据 Schur 的补充证明, 下式与式 (B. 15) 是等价的:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + h^T(x)h(x) & \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial x} g(x) \\ \frac{1}{2} g^T(x) \frac{\partial V}{\partial x} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \quad (\text{B. 44})$$

受二次型函数在线性状况下有效的启发, 有理由认为准线性模型结构也具有一定的效果。将非线性模型表示为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)x + B(x)\omega, x(0) = 0 \\ z &= C(x)x \end{aligned} \quad (\text{B. 45})$$

式中, $A(x)$ 、 $B(x)$ 与 $C(x)$ 是 LTI 系统的矩阵。实际上这个形式并不特殊, 在采用等式 $E(x) = M(x)(x^T x I - x x^T)$ 时就有如等式 $A(x)x = (A(x) + E(x))x$ 这样的表达了。

如果存在一个存储函数 $V(x) > 0$, 对于正定函数 $P(x)$, 使得 $\frac{\partial V}{\partial x} = 2xP(x)$, 那么 HJI (式 (B. 25)) 可以写成:

$$\begin{bmatrix} A^T(x)P(x) + P(x)A(x) & P(x)B(x) \\ B^T(x)P(x) & -\gamma I \end{bmatrix} \quad (\text{B. 46})$$

这与 LTI 设置下的 LMI 条件类似。这样并不能够保证存储函数是正定的。另外的问题是，最优状态不是已知的，所以不能得到封闭式解。此方法与状态依赖黎卡提方程法密切相关，可参见论文 Cloutier (1997)，Shamma 与 Cloutier (2003)。为了获得封闭式解，必须对模型集和能量函数的形式施加额外的限制条件。

其次，准线性模型（式 (B. 45)）的状态矩阵取决于测量量，例如 $A(x) = A(y)$ 。在这种结构中，能量函数可以表示成如 $\frac{\partial V}{\partial x} = x^T P(t)x$ 的形式。这样就可以获得增益调度以及 LPV 控制方法了。

增益调度策略

在本节中，我们将介绍增益调参方法。增益调参法可以将线性化方法的有效性扩展到一系列工作点上。通常情况下，系统在工作点间的动态变化是已知的。这样就可以对系统进行建模，将工作点用一个或多个变量来进行参数化表示，即参数调整。所以，非线性系统的动态特性可以通过在几个平衡点处的线性化模型族来近似。然后将控制器设计在每个点上，最后就可以把这些线性控制器合成为单个控制器。监控参数，以便控制器能够适应当前的操作条件。这意味着控制器必须能够通过命令信号和测量输出的增益变化来确定控制器参数。

传统的增益调参方法包括如下的几个步骤：

1. 将非线性系统在一组工作（平衡）点处使用标准线性化进行近似，从而构建一族线性模型。
2. 将局部模型控制器进行合成以实现指定的性能，从而获得线性控制器族。这一步涉及标准线性系统控制器合成，其中闭环规范与线性系统的标准控制器合成表达方式相同。
3. 设计非线性控制器。带有增益调参控制器的闭环系统与带有增益固定的控制器的闭环系统具有相同的平衡点。控制器参数在工作点中间进行插值。在此步骤中，把局部控制器映射到一个非线性控制器上，这样就可以覆盖整个工作范围。这个插值过程通常特别依赖于对事物的物理在本质判断上。

LPV 技术提供了一套增益调度方法，通过对线性鲁棒控制设计的适当应用，能够提高设计的稳定性。

B.3 基于 LFT 的 qLPV 控制器设计

在接下来的内容中，控制器设计的问题主要集中于 Scherer (2001) 所提到

的框架内设置问题，其充分利用了可用到的 LMI 技术。与增益调参技术相反，这一方法提供了一种从某个确定的（二次）性能水平的分析方程开始，并使设计出的控制器能够满足鲁棒性及性能要求的设计方法。

LPV 框架的主要特点为：基于 $P-K-\Delta$ 结构的耗散性方法，该设计可在时域内执行。其中， P 、 K 是（广义）设备和控制器的 LTI 部分，另外有公式 $\Delta = \Delta_c \oplus \Delta_u$ 。设备或控制器的调度变量包含于 Δ_c 中，而不确定因素则包含于 Δ_u 中。

开环广义设备有如下定义：

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ z_u(t) \\ z_p(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B_u & B_p & B \\ C_u & D_{uu} & D_{up} & E_u \\ C_p & D_{pu} & D_{pp} & E_p \\ C & F_u & F_p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ w_u(t) \\ w_p(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (\text{B. 47})$$

$$\begin{pmatrix} w_u(t) \\ z_u(t) \end{pmatrix} \in L(\Delta(t)) \subset \mathbb{R}^{m_u+k_u}$$

其中时变函数满足 $\Delta(t) \in \nabla$ 。同时假设 $\mathcal{S}(\Delta)$ 可明确地表达为 $L(\Delta) = \text{Im}(S(\Delta))$ ，其中 $S(\Delta)$ 是连续的满列秩矩阵函数。此外，我们假设公式 (B. 47) 是适定的，并且存在标称值 $\Delta_0 \in \nabla$ 满足 $\text{Im}\begin{pmatrix} 0 \\ I_{k_u} \end{pmatrix} \in L(\Delta_0)$ ，参见 Scherer (2001)。

公式 (B. 47) 的输出反馈 LPV 控制器可以表达为

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_c(t) \\ u(t) \\ z_c(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_c & B_{c1} & B_{c2} \\ C_{c1} & D_{c11} & D_{c12} \\ C_{c2} & D_{c21} & D_{c22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c(t) \\ y(t) \\ w_c(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} w_c(t) \\ z_c(t) \end{pmatrix} \in L_c(\Delta(t)) \subset \mathbb{R}^{m_c+k_c} \quad (\text{B. 48})$$

并由 LTI 系统组成，其中在线测量参数 $\Delta(t)$ 通过隐约束 $L_c(\Delta)$ 输入。这里 $L_c(\Delta)$ 是连续依赖于 $\Delta \in \nabla$ 的子空间，并且满足 $\text{Im}\begin{pmatrix} 0 \\ I_{k_c} \end{pmatrix} \in L_c(\Delta_0)$ 。

控制器应该满足如下的二次性能指标：

$$\int_0^\infty \begin{bmatrix} w \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_P & S_P \\ S_P^T & R_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ z \end{bmatrix} \leq -\varepsilon \|w\|^2 \quad (\text{B. 49})$$

例如，对于一个 L_2 增益规范有 $Q_P = -\gamma^2 I$ ， $S_P = 0$ 以及 $R_P = I$ 。对于这些问题，性能指标 γ 是控制器质量的指示器。

定理 B. 12 (LPV 分析) 如果存在形如式 (B. 48) 的控制器，并且闭环系统

是适定的和稳定的, 那么当且仅当存在 X 、 Y 时, 乘子 $P = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix}$ 与 $\tilde{P} = \begin{pmatrix} \tilde{Q} & \tilde{S} \\ \tilde{S}^T & \tilde{R} \end{pmatrix}$ 满足如下的矩阵不等式, 其中对于所有 $\Delta \in \nabla$, 在 $L(\Delta)$ 上 $P > 0$, 在 $L(\Delta)^\perp$ 上 $\tilde{P} < 0$ 。

$$\begin{pmatrix} X & I \\ I & Y \end{pmatrix} \geq 0 \quad (\text{B. 50})$$

$$\Psi^T \begin{pmatrix} * \\ * \\ * \\ * \\ * \\ * \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q & S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S^T & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_p & S_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_p^T & R_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ A & B_u & B_p \\ 0 & I & 0 \\ C_u & D_{uu} & D_{up} \\ 0 & 0 & I \\ C_p & D_{pu} & D_{pp} \end{pmatrix} \Psi < 0 \quad (\text{B. 51})$$

$$\Phi^T \begin{pmatrix} * \\ * \\ - \\ * \\ * \\ - \\ * \\ * \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & Y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{Q} & \tilde{S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{S}^T & \tilde{R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{Q}_p & \tilde{S}_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{S}_p^T & \tilde{R}_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -A^T & -C_u^T & -C_p^T \\ I & 0 & 0 \\ -B_u^T & -D_{uu}^T & -D_{pu}^T \\ 0 & I & 0 \\ -B_p^T & -D_{up}^T & -D_{pp}^T \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \Phi > 0 \quad (\text{B. 52})$$

其中, $\Phi = \text{Ker}(B^T \ E_u^T \ E_p^T)$, $\Psi = \text{Ker}(C \ F_u \ F_p)$ 。根据我们的经验, 可以通过添加形如式 (B. 50) ~ 式 (B. 52) 的线性矩阵不等式 (LMI) 中的条件 $X < \kappa_x I$ 和 $Y > \kappa_y I$, 使控制系统设计大大简化。上述条件中, κ_x 、 $\kappa_y > 0$ 为可调参数。在 H_∞ 控制设置中, γ 值会被这些参数所影响。

控制器综合开始于定理 B. 12 中的线性矩阵不等式的分析解, 并通常需要包含一种松弛方法的步骤。

松弛法

LMI 的条件是比例矩阵 P 和 $\tilde{P}$ 必须保持在无限集上。为了解决这个问题, 就有了被称为松弛技术的操作方法, 也就是需要将条件保持在有限集上。然而, 这可能会使设计变得保守, 因此我们希望能够减少松弛“间隙”。

在本文中采用了一种凸松弛法, 在此方法中, 相关的 LMI 被应用在由调整变量定义的多变量的顶点上。这种松弛方法的代价是使定理 B. 12 中的乘数 P 和

$\tilde{P}$ 在 $Q < 0$ 和 $\tilde{R} > 0$ 的区域上必须有约束限制。

选择合适的松弛方案是成功设计控制器的基础。在 Szabó 等 (2010) 的文献中写到也可以采用凸包和其他相关的松弛方法。

延伸

根据分析阶段的结果, 我们可以从 X, Y 处求得闭环系统的李雅普诺夫矩阵 X_e :

$$X_e = \begin{pmatrix} X & Z \\ Z^* & [Z^*(X - Y^{-1})Z]^{-1} \end{pmatrix} \quad (\text{B. 53})$$

式中, $\text{Im}Z = \text{Im}(X - Y^{-1})$ 。

一般情况下, 与调度参数相对应的乘子 P 可以通过如下的 P 与 $\tilde{P}$ 来获得。

$$P_e := \begin{pmatrix} P & UT \\ (UT)^T & T^T[U^T(P - \tilde{P}^{-1})U]^{-1}T \end{pmatrix}$$

式中, U 是满足 $\text{Im}U = \text{Im}P - \tilde{P}^{-1}$ 的正交矩阵。 T 是一个适当的非奇异矩阵。

根据本文选用的凸松弛方法, 有:

$$P_e := \begin{pmatrix} P & T \\ T^T & T^TNT \end{pmatrix} \quad (\text{B. 54})$$

式中, $N = (P - \tilde{P}^{-1})^{-1}$, $T = (T_1 T_2)$, 其中 $T_1 = TW$, $T_2 = T\tilde{W}$, $W = \begin{pmatrix} I \\ 0 \end{pmatrix}$,

$\tilde{W} = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}$ 。

上述矩阵应满足如下条件:

$$T_1^T(N - WQ^{-1}W^T)T_1 < 0, T_2^T(N - \tilde{W}R^{-1}\tilde{W}^T)T_2 > 0 \quad (\text{B. 55})$$

请参见 Scherer (2000)。

控制器的 LTI 部分

LPV 控制器的 LTI 部分可以通过求解如下的二次矩阵不等式得到:

$$\begin{pmatrix} I_m \\ C + AXB \end{pmatrix}^T M \begin{pmatrix} I_m \\ C + AXB \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{B. 56})$$

其中, $C \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $A \in \mathbb{R}^{n \times k}$, $B \in \mathbb{R}^{l \times m}$, 三个矩阵取决于系统矩阵的广义指标

M 。而未知的矩阵 $X = \begin{pmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{k \times l}$ 包含了控制器的状态矩阵。乘子 M 包含

了 X_e , P_e 以及性能乘子 $P_p = \begin{pmatrix} -\gamma I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$, 详细论述可参见 Scherer (2001)。

为了求出控制器, 那就需要解出式 (B. 56) 的综合方程。结果表明可以找到一个满足式 (B. 56) 的 $\mathcal{X}$, 并得到一个对称矩阵 $\mathcal{X}_s$ 的最大负的子空间, 即找到满足下式的 $\mathcal{X}$:

$$\begin{pmatrix} I_q \\ Z \end{pmatrix}^* M_s \begin{pmatrix} I_q \\ Z \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{B. 57})$$

其中, $M_s \in \mathbb{F}^{(q+p) \times (q+p)}$, 且 $\text{in}(P_s) = (q, 0, p)$ 。

式 (B. 57) 解的存在性可以通过正则化参数得到证明, 其中涉及一个摄动的非奇异矩阵的逆。不过这种方法虽然满足理论, 但在实际操作中它并不可靠。而在 Szabó 等人的文献 (2012) 中, 作者给出了一种数值可靠的算法, 并给出了该不等式解的参数化方法。

命题 B. 1 令 M_s 为对称矩阵, 也就是说, 一个有非奇异矩阵 M 满足等式 $M_s = M^{-T} J M^{-1}$, 其中 $J = \text{diag}(-I_m, I_n)$ 。那么公式 (B. 57) 的所有解可以由下式求得:

$$Z = T_M(K) \quad (\text{B. 58})$$

式中, 在 $\|K\| < 1$ 的范围内, K 可以在 $\text{dom}(T_M)$ 上任意缩放。

对于一个矩阵 M , 将其分割为

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{B. 59})$$

莫比乌斯变换 T_M 由下式定义:

$$T_M(L) = (M_{21} + M_{22}L)(M_{11} + M_{12}L)^{-1} \quad (\text{B. 60})$$

其中, $L \in \text{dom}(T_M) = \{L: \exists (M_{11} + M_{12}L)^{-1}\}$ 。

由此可见参数化方法依赖于对 $\text{dom}(T_M)$ 的描述。

这个问题可以通过对矩阵 M_{11} 与 M_{12} 使用广义奇异值分解 (GSVD) 法来解决, 也就是:

$$M_{11} = Q\Sigma_1 U^T \text{ 与 } M_{12} = Q\Sigma_2 V^T$$

其中, Σ_1 与 Σ_2 有如下形式:

当 $n > m$ 时, $\Sigma_1 = C$, $\Sigma_2 = \begin{pmatrix} S & 0 \end{pmatrix}$;

当 $n = m$ 时, $\Sigma_1 = C$, $\Sigma_2 = S$;

当 $n < m$ 时, $\Sigma_1 = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$, $\Sigma_2 = \begin{pmatrix} S \\ 0 \end{pmatrix}$ 。

其中, 矩阵 Σ_1 与 Σ_2 有如下形式:

$$C = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & \overline{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{S} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}$$

将 $\overline{X} = V^* X U$ 分割成:

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} \tilde{X} \\ \hat{X} \end{pmatrix}, (n > m); \bar{X} = \tilde{X}, (n = m); \bar{X} = (\tilde{X} \quad \hat{X}), (n < m)。$$

通过这些符号表示, 有如下命题:

命题 B. 2 集合 $\mathcal{X}_{M_{11}, M_{12}} = \{X | M_{11} + M_{12}X \text{ 非奇异}\}$ 可通过下式表示:

$$X_{M_{11}, M_{12}} = \{X | V \bar{X} U^T\} \quad (\text{B. 61})$$

也就有:

$$\begin{pmatrix} \tilde{X}_{22} & \tilde{X}_{23} \\ \tilde{X}_{32} & \tilde{X}_{33} \end{pmatrix} = N - \begin{pmatrix} \bar{C} \bar{S}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B. 62})$$

其中, N 为非奇异矩阵; $\mathcal{X}_{M_{11}, M_{12}}$ 中有任意小和任意大的元素, 也就是说 $\text{dom}(T_M) \neq \emptyset$ 。

注意到, 考虑当 $\hat{X} = 0$ 时, 如果有必要的话, 如果 $\bar{X}(\kappa)$ 中的参数 κ 足够小, 则 $X(\kappa)$ 是收敛的。这个方案是有鲁棒性的, 因为它提供了一种独立于 Σ_1 与 Σ_2 的实际值的解决方案。

根据命题 B. 2 的结论, 也可以选择满足公式 (B. 55) 的矩阵 T_1 、 T_2 。

调度变量的选择

Scherer (2001) 论述了如何在一般情况下构造调整参数的流程。不过在本文所采用的条件下, 有更简单的结构更便于实现。

通过对矩阵 P_e 进行排列分割, 有分区 $\begin{pmatrix} Q_e & S_e \\ S_e^T & R_e \end{pmatrix}$, 且 $Q_e < 0$, $R_e > 0$ 。那么控

制器的调度模块 Δ_c 可以根据当前状态求得:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} U_{11} & U_{12} & (W_{11} + \Delta)^T & W_{12}^T \\ U_{21} & U_{22} & W_{21}^T & (W_{22} + \Delta_c)^T \\ \hline W_{11} + \Delta & W_{12} & V_{11} & V_{12} \\ W_{21} & W_{22} + \Delta_c & V_{21} & V_{22} \end{array} \right) > 0$$

其中, $U = R_e - S_e^T Q_e^{-1} S_e$, $V = -Q_e^{-1}$, $W = Q_e^{-1} S_e$

$$\Delta_c = -W_{22} + (W_{21} \quad V_{21}) \begin{pmatrix} U_{11} & W_{11}^T + \Delta^T \\ W_{11} + \Delta & V_{11} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} U_{12} \\ W_{12} \end{pmatrix}$$

详细论述可参见 Scherer (2000)。

参考文献

- Abe M (1994) A study on effects of roll moment distribution control in active suspension on improvement of limit performance of vehicle handling. *Int J Veh Des* 15:326–336
- Ackermann J, Bunte T (1998) Handling improvements of robust car steering. In: Proceedings of the international conference on advances in vehicle control and safety, Amiens, France
- Ackermann J, Odenthal D (1999) Damping of vehicle roll dynamics by gain scheduled active steering. In: Proceedings of European control conference, Karlsruhe, Germany
- Ackermann J, Guldner J, Sienel W, Steinhauser R (1995) Linear and nonlinear controller design for robust automatic steering. *IEEE Trans Control Syst Technol* 3:132–142
- Alam A, Martensson J, Johansson K (2013) Look-ahead cruise control for heavy duty vehicle platooning. In: Proceedings of 16th IEEE annual conference on intelligent transportation systems, The Hague
- Alberding MB, Tjønnås J, Johansen TA (2014) Integration of vehicle yaw stabilisation and rollover prevention through nonlinear hierarchical control allocation. *Veh Syst Dyn* 52(12):1607–1621
- Alleyne A, Hedrick J (1992) Nonlinear control of a quarter car active suspension. Proceedings of the American control conference 1:21–25
- Alleyne A, Hedrick J (1995) Nonlinear adaptive control of active suspensions. *IEEE Trans Control Syst Technol* 94–101
- Alleyne A, Liu R (2000) A simplified approach to force control for electro-hydraulic systems. *Control Eng Pract* 8:1347–1356
- Ambuhl D, Guzzella L (2009) Predictive reference signal generator for hybrid electric vehicles. *IEEE Trans Veh Technol* 58(9):4730–4740
- Anderson B, Liu Y (1989) Controller reduction: concepts and approaches. *IEEE Trans Autom Control* 34(8):802–812
- Anwar S (2005) Yaw stability control of an automotive vehicle via generalized predictive algorithm. In: American control conference, Minneapolis
- Apkarian P, Adams R (1998) Advanced gain-scheduling techniques for uncertain systems. *IEEE Trans Control Syst Technol* 6:21–32
- Apkarian P, Gahinet P (1995) A convex characterization of gain-scheduled $\mathcal{H}_\infty$ controllers. *IEEE Trans Autom Control* 40(5):853–864
- Apkarian P, Tuan H (2000) Parameterized LMIs in control theory. *SIAM J Control Optim* 38:1241–1264
- Apkarian P, Gahinet P, Becker G (1995) Self-scheduled $\mathcal{H}_\infty$ control of linear parameter-varying systems: a design example. *Automatica* 31(9):1251–1261
- Asadi B, Vahidi A (2011) Predictive cruise control: utilizing upcoming traffic signal information for improving fuel economy and reducing trip time. *IEEE Trans Control Syst Technol* 19(3):707–714
- Attia R, Orjuela R, Basset M (2014a) Combined longitudinal and lateral control for automated vehicle guidance. *Veh Syst Dyn* 52(2):261–279
- Attia R, Orjuela R, Basset M (2014b) Nonlinear cascade strategy for longitudinal control in automated vehicle guidance. *Control Eng Pract* 29:225–234
- Bae HS, Ruy J, Gerdes J (2001) Road grade and vehicle parameter estimation for longitudinal control using GPS. In: 4th IEEE conference on intelligent transportation systems, Oakland, California
- Balas G, Fialho I, Lee L, Nalbantoglu V, Packard A, Tan W, Wolodkin G, Wu F (1997) Theory and application of linear parameter varying control techniques. In: Workshop notes: American control conference
- Balas G, Bokor J, Szabó Z (2003) Invariant subspaces for LPV systems and their applications. *IEEE Trans Autom Control* 48(11):2065–2069
- Ball J, Helton J, Walker M (1993) $\mathcal{H}_\infty$ control for nonlinear systems with output feedback. *IEEE Trans Autom Control* 38:546–559
- Bamieh B, Giarre L (2000) Identification for a general class of LPV models. In: Proceedings of the IFAC system identification

- Bamieh B, Giarre L (2002) Identification of linear parameter varying models. *Int J Robust Nonlinear Control* 12:841–853
- Baranyi P (2004) TP model transformation as a way to LMI based controller design. *IEEE Trans Ind Electr* 51(2):387–400
- Baranyi P, Tikk D, Yam Y, Patton RJ (2003) From differential equations to PDC controller design via numerical transformation. *Comput Ind Elsevier Sci* 51:281–297
- Bardawil C, Talj R, Francis C, Charara A, Doumiati M (2014) Integrated vehicle lateral stability control with different coordination strategies between active steering and differential braking. In: 17th international conference on intelligent transportation systems, pp 314–319
- Basile GB, Marro G (2002) Controlled and conditioned invariants in linear system theory. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ
- Becker G, Packard A (1994) Robust performance of linear parametrically varying systems using parametrically-dependent linear feedback. *Syst Control Lett* 23:205–215
- Becker G, Packard A, Philbrick D, Balas G (1993) Control of parametrically dependent linear systems: a single quadratic Lyapunov approach. In: Proceedings of the American control conference, San Francisco, pp 2795–2799
- Besancon G (2000) Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Syst Control Lett* 41(4):271–280
- Bokor J, Balas G (2004) Detection filter design for LPV systems: a geometric approach. *Automatica* 40:511–518
- Bokor J, Balas G (2005) Linear parameter varying systems: a geometric theory and applications. In: 16th IFAC world congress, Prague
- Bokor J, Keviczky L (1987) Arma canonical forms obtained from constructibility invariants. *Int J Control* 45:861–873
- Borrelli F, Bemporad A, Fodor M, Hrovat D (2001) Hybrid systems: computation and control, vol 2034. Springer, Berlin, pp 162–174 (chap A hybrid system approach to traction control)
- Braghin F, Cheli F, Melzi S, Sabbioni E (2008a) Race driver model. *Comput Struct* 86:1503–1516
- Braghin F, Cimatti F, Sabbioni E (2008b) Development of a variable kinematics suspension system. In: 11th mini conference on vehicle system dynamics, identification and anomalies, Budapest
- Briat C, Sename O, Lafay J (2009) Delay-scheduled state-feedback design for time-delay systems with time-varying delays: a LPV approach. *Syst Control Lett* 58:664–671
- Burgio G, Zegelaar P (2006) Integrated vehicle control using steering and brakes. *Int J Control* 79:534–541
- Cairano S, Tseng HE, Bernardini D, Bemporad A (2013) Vehicle yaw stability control by coordinated active front steering and differential braking in the tire sideslip angles domain. *IEEE Trans Control Syst Technol* 21(4):1236–1248
- Castro R, Araújo RE, Tanelli M, Savaresi SM, Freitas D (2012) Torque blending and wheel slip control in EVs with in-wheel motors. *Veh Syst Dyn* 50:71–94
- Chen B, Peng H (2001) Differential-braking-based rollover prevention for sport utility vehicles with human-in-the-loop evaluations. *Veh Syst Dyn* 36:359–389
- Chen J, Patton R (1999) Robust model based fault diagnosis for dynamic systems. Kluwer
- Chen R, Speyer J (2002) Robust multiple-fault detection filter. *Int J Robust Nonlinear Control* 12(8):675–696
- Chen Y, Wang J (2011) Adaptive vehicle speed control with input injections for longitudinal motion independent road frictional condition estimation. *IEEE Trans Veh Technol* 60(3):839–848
- Cloutier J (1997) State-dependent Riccati equation techniques: an overview. In: Proceedings of the American control conference, New Mexico, pp 932–936
- Cole D (2001) Fundamental issues in suspension design for heavy road vehicles. *Veh Syst Dyn* 35:319–360
- Cole DJ (2012) A path-following driver-vehicle model with neuromuscular dynamics, including measured and simulated responses to a step in steering angle overlay. *Veh Syst Dyn: Int J Veh Mech Mobil* 50(4):573–596
- Daafouz J, Bernussou J, Geromel JC (2008) On inexact LPV control design of continuous-time

- polytopic systems. *IEEE Trans Autom Control* 53(7):1674–1678
- Daniel L, Cabrera S (2010) Active tilt and steer control for a narrow tilting vehicle. PhD Thesis, Politecnico di Torino
- Delorme D, Song B (2001) Human driver model for smartahs. California PATH Research Report pp 1–12
- Diop S, Grizzle JW, Chaplais F (2000) On numerical differentiation algorithms for nonlinear estimation. Proceedings of the 39th IEEE conference on decision and control, Australia, Sydney, pp 1133–1138
- Dorling R (1996) Integrated control of road vehicle dynamics. PhD Thesis, University of Cambridge
- Douglas R, Speyer J (1996) Robust fault detection filter design. *J Guid Control Dyn* 19(1):214–218
- Doumiati M, Sename O, Martinez J, Dugard L, Gáspár P, Szabo Z (2013) Integrated vehicle dynamics control via coordination of active front steering and rear braking. *Eur J Control* 19(2):121–143
- Doyle J (1984) Lecture notes in advances in multivariable control. Honeywell Workshop, Minneapolis
- Doyle J (1985) Structured uncertainties in control system design. In: Proceedings of the conference on decision and control, Landerdale, pp 260–265
- Du H, Zhang N (2007) $\mathcal{H}_\infty$ control of active vehicle suspensions with actuator time delay. *J Sound Vib* 301:236–252
- Ebnre A, Hermann R (2001) A self-organized radio network for automotive applications. In: 8th world congress on intelligent transportation systems, Sydney, Australia
- Edelmann J, Plochl M, Reinalter W, Tieber W (2007) A passenger car driver model for higher lateral acceleration. *Veh Syst Dyn* 45:1117–1129
- Edelmayer A, Bokor J, Szabó Z, Szigeti F (2004) Input reconstruction by means of system inversion: a geometric approach to fault detection and isolation in nonlinear systems. *Int J Appl Math Comput Sci* 14(2):189–199
- Edelmayer A, Bokor J, Szabó Z (2009) Inversion-based residual generation for robust detection and isolation of faults by means of estimation of the inverse dynamics in linear dynamical systems. *Int J Control* 82(8):1526–1538
- Enache M, Glaser L, Nouveliere, (2009) Composite lyapunov based vehicle longitudinal control assistance. European control conference, Budapest, Hungary
- Eriksson A, Steén M (2003) Styrning av växling i motorfordon. Swedish patent, SE 520(228):C2
- Evers W, van der Knaap A, Besselink I, Nijmeijer H (2008) Analysis of a variable geometry active suspension. In: International symposium on advanced vehicle control, Kobe, Japan
- Fallah MS, Bhat R, Xie WF (2009) New model and simulation of macpherson suspension system for ride control applications. *Veh Syst Dyn* 47(2):195–220
- Fan M, Tits A, Doyle J (1991) Robustness in the presence of mixed parametric uncertainty and unmodelled dynamics. *IEEE Trans Autom Control* 36(1):25–38
- Fen W, Yang XH, Packard A, Becker G (1996) Induced $\mathcal{L}_2$ norm control for LPV systems with bounded parameter variation rates. *Int J Nonlinear Robust Control* 6:983–998
- Fergani S, Sename O, Dugard L (2015) An LPV/Hinf integrated vehicle dynamic controller. *IEEE Trans Veh Technol* 15(3):566–580
- Festag A, Hessler A, Baldessari R, Le L, Zhang W, Westhoff D (2008) Vehicle-to-vehicle and road-side sensor communication for enhanced road safety. In: 15th world congress on intelligent transport systems
- Fialho I, Balas G (2002) Road adaptive active suspension design using linear parameter-varying gain-scheduling. *IEEE Trans Control Syst Technol* 10(1):43–54
- Frank P, Palkovics L, Gianone L (2000) Using wheel speed and wheel slip information for controlling vehicle chassis systems. In: Proceedings of the 5th international symposium on advanced vehicle control, Ann Arbor
- Fujiwara Y, Fujihira T, Ishiwa S, Adachi S (2004) Control design of driver support system using multiple driver models. SICE annual conference, Sapporo, Japan, pp 2443–2448
- Gahinet P, Apkarian P (1996) Explicit controller formulas for LMI-based $\mathcal{H}_\infty$ synthesis. *Automatica* 32:1007–1014
- Ganguli S, Marcos A, Balas G (2002) Reconfigurable LPV control design for Boeing 747-100/200

- longitudinal axis. In: Proceedings of the 2002 American control conference, Anchorage, Alaska, vol 5, pp 3612–3617
- Gáspár P, Bokor J (2004) Fault-tolerant rollover prevention system based on an LPV method. *Int J Veh Des* 42(3–4):392–412
- Gáspár P, Bokor J (2005) Improving handling of vehicles with active suspension. *Int J Veh Auton Syst* 3(2–4):134–151
- Gáspár P, Németh B (2015) Design of look-ahead cruise control using road and traffic conditions. American control conference, Chicago, pp 3447–3452
- Gáspár P, Németh B (2016) Integrated control design for driver assistance systems based on LPV methods. *Int J Control* (in print)
- Gáspár P, Palkovics L, Bokor J (1998) Iterative design of vehicle combinations for stability enhancement. *Veh Syst Dyn Suppl* 28:451–461
- Gáspár P, Szabó Z, Bokor J (2003a) Estimating road roughness by using a linear parameter varying model. In: 4th IFAC symposium on robust control design, Milan
- Gáspár P, Szászi I, Bokor J (2003b) Active suspension design using linear parameter varying control. *Int J Veh Auton Syst* 1:206–221
- Gáspár P, Szászi I, Bokor J (2003c) Braking control to prevent the rollover of heavy vehicles based on a linear parameter varying model. In: Proceedings of the European conference of control, Cambridge
- Gáspár P, Szászi I, Bokor J (2003d) The design of a combined control structure to prevent the rollover of heavy vehicles. *Proc Eur J Control* 10(2):1–15
- Gáspár P, Szászi I, Bokor J (2003e) Rollover avoidance for steer-by-wire vehicles by using linear parameter varying methods. In: Proceedings of the mediterranean conference on control and automation, Rhodes
- Gáspár P, Szászi I, Bokor J (2004a) Improving rollover stability with active suspensions by using an LPV method. In: Proceedings of the intelligent autonomous systems, Lisbon
- Gáspár P, Szászi I, Bokor J (2004b) Rollover stability control for heavy vehicles by using linear parameter varying model. In: Proceedings of the IFAC symposium on advances in automotive control, Salerno
- Gáspár P, Szabó Z, Bokor J (2005a) The design of an integrated control system in heavy vehicles based on an LPV method. In: Conference on decision and control, Sevilla
- Gáspár P, Szabó Z, Bokor J (2005b) Estimation of the friction coefficient for road vehicles. In: American control conference, Minneapolis
- Gáspár P, Szászi I, Bokor J (2005c) Reconfigurable control structure to prevent the rollover of heavy vehicles. *Control Eng Pract* 13(6):699–711
- Gáspár P, Szászi I, Bokor J (2005d) Rollover stability control in steer-by-wire vehicles based on an LPV method. *Int J Heavy Veh* 13(1–2):125–143
- Gáspár P, Szabó Z, Bokor J, Sename O, Dugard L (2010) Design of a reconfigurable global chassis control. FISITA Congress, Budapest
- Gáspár P, Bokor J, Mihály A, Szabó Z, Fülep T, Szauter F (2015) Robust reconfigurable control for in-wheel electric vehicles. 9th IFAC symposium on fault detection, supervision and safety for technical processes (SAFEPROCESS'15), Paris, pp 36–41
- Gerdes J, Hedrick J (1997) Vehicle speed and spacing control via coordinated throttle and brake actuation. *Control Eng Pract* 5(11):1607–1614
- Gertler JJ (1998) Fault detection and diagnosis in engineering systems. Marcel and Dekker, New York
- Gillespie T (1992) Fundamentals of vehicle dynamics. Society of Automotive Engineers Inc
- Goodarzia A, Oloomia E, Esmailzadeh E (2010) Design and analysis of an intelligent controller for active geometry suspension systems. *Veh Syst Dyn* 49(1):333–359
- Gordon T, Howell M, Brandao F (2003) Integrated control methodologies for road vehicles. *Veh Syst Dyn* 40:157–190
- Gough V, Shearer G (1956) Front suspension and tyre wear. The Institution of Mechanical Engineers,

- Proceedings of the automobile division, pp 171–216
- Grenaille S, Henry D, Zolghadri A (2008) A method for designing fault diagnosis filters for LPV polytopic systems. *J Control Sci Eng*
- Gustafsson F (1997) Slip-based tire-road friction estimation. *Automatica* 33(6):1087–1099
- Gustafsson N (2006) The use of positioning systems for look-ahead control in vehicles
- Hac A (1987) Adaptive control of vehicle suspension. *Veh Syst Dyn* 16(2):57–74
- Hahn J, Rajamani R, You S, Lee K (2004) Real-time identification of road-bank angle using differential GPS. *IEEE Trans Control Syst Technol* 12:589–599
- Hairer E, Wanner G (1996) Solving ordinary differential equations II: Stiff and differential algebraic problems. Springer
- Hedrick J, Uchanski M (2001) Brake system modeling and control. PATH Project Proposal, Berkeley, USA
- Hedrick J, Gerdes J, Maciucă D, Swaroop D (1997) Brake system modelling, control and integrated brake/throttle switching. PATH Project Proposal, Berkeley, USA
- Hellström E, Ivarsson M, Åslund J, Nielsen L (2009) Look-ahead control for heavy trucks to minimize trip time and fuel consumption. *Control Eng Pract* 17(2):245–254
- Hellström E, Åslund J, Nielsen L (2010) Horizon length and fuel equivalents for fuel-optimal look-ahead control. Munich
- Helton J, James M (1999) Extending $\mathcal{H}_\infty$ control to nonlinear systems. *SIAM Adv Des Control*
- Henry D, Zolghadri A (2004) Robust fault diagnosis in uncertain linear parameter-varying systems. In: Proceedings of the IEEE international conference on systems, man and cybernetics, The Hague, Netherlands, pp 5165–5170
- Hess RA, Modjtahedzadeh A (1990) A control theoretic model of driver steering behavior. *Control Syst Mag* 3–8
- Hirano Y, Harada H, Ono E, Takanami K (1993) Development of an integrated system of 4WS and 4WD by H_∞ control. *SAE J* 79–86
- Hoogendoorn RG (2010) Longitudinal driving behavior under adverse weather conditions: adaptation effects, model performance and freeway capacity in case of fog. 13th IEEE international conference on intelligent transportation systems. Funchal, Portugal, pp 450–455
- Hori N, Mori T, Nikiforuk P (1992) A new perspective for discrete-time models of a continuous-time systems. *IEEE Trans Autom Control* 37:1013–1017
- Hu JS, Yin D (2011) Mite-based motion stabilization control for in-wheel motor electric vehicles. In: SICE annual conference, September 13–18, 2011, Tokyo, Japan
- Hwang S, Park Y (1995) Active roll moment distribution based on predictive control. *Int J Veh Des* 16:15–28
- Ifedi C, Mecrow B, Brockway S, Boast G, Atkinson G, Kostic-Perovic D (2013) Fault tolerant in-wheel motor topologies for high performance electric vehicles. *IEEE Trans Ind Appl* 49:1249–1257
- Isidori A (1992) Dissipation inequalities in nonlinear $\mathcal{H}_\infty$ control. In: Proceedings of the conference on decision and control, Tucson, pp 3265–3270
- Isidori A (1995) Nonlinear control systems. Springer
- Iwasaki T, Hara S (1998) Well-posedness of feedback systems: insights into exact robustness analysis and approximate computations. *IEEE Trans Autom Control* 43(5):619–630
- Iwasaki T, Shibata G (2001) LPV system analysis via quadratic separator for uncertain implicit systems. *IEEE Trans Autom Control* 46(8):1195–1208
- Jiang W, Canudas-de Wit C, Sename O, Dumon J (2011) A new mathematical model for car drivers with spatial preview. IFAC world congress. Milano, Italy, pp 1139–1144
- Jiayong W, Houjun T, Shaoyuan L, Wan F (2007) Improvement of vehicle handling and stability by integrated control of four wheel steering and direct yaw moment. In: Proceedings of 26th Chinese control conference, Zhangjiajie
- Junaid K, Shuning W, Usman K, Wencheng T (2005) Intelligent longitudinal cruise control by quadratic minimization and robust synthesis. IEEE international conference on vehicular elec-

- tronics and safety. Xi'an, China, pp 182–187
- Kageyama I, Arai A, Nomura T (2000) Analysis of driver's control algorithm using neural network modeling. *Veh Syst Dyn* 33:122–130
- Kalman RE (1960) Contributions to the theory of optimal control. *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana* 5:102–119
- Katriniok A, Maschuw J, Christen F, Eckstein L, Abel D (2013) Optimal vehicle dynamics control for combined longitudinal and lateral autonomous vehicle guidance. *IEEE European control conference*. Zurich, Switzerland, pp 974–979
- Katsuyama E (2013) Decoupled 3d moment control using in-wheel motors. *Veh Syst Dyn* 51:18–31
- Kawashima K, Uchida T, Hori Y (2009) Rolling stability control based on electronic stability program for in-wheel-motor electric vehicle. *World Electr Veh J* 3:1–8
- Kellett C, Teel A (2004) Discrete-time asymptotic controllability implies smooth control-Lyapunov function. *Syst Control Lett* 52:349–359
- Kesting A, Treiber M, Helbing D (2007) Extending adaptive cruise control to adaptive driving strategies. *Transp Res Rec* 16–24
- van Keulen T, de Jager B, Foster D, Steinbuch M (2010) Velocity trajectory optimization in hybrid electric trucks. In: *American control conference*, pp 5074–5079
- Khalil H (2000) *Nonlinear systems*. Pearson Education Int Inc, New Jersey
- Khorshidi S, Karim M (2009) Modified AIC and FPE criteria for autoregressive (AR) model order selection by using LSFB estimation method. In: *International conference on advances in computational tools for engineering applications*, Lebanon
- Kiencke U (1995) Integrated vehicle control systems. In: *Proceedings of the intelligent components for autonomous and semi-autonomous vehicle*, Toulouse
- Kiencke U, Nielsen L (2000) *Automotive control systems for engine, driveline and vehicle*. Springer
- Kiencke U, Majjad R, Kramer S (1999) Modeling and performance analysis of a hybrid driver model. *Control Eng Pract* 7:985–991
- Kim D, Peng H, Bai S, Maguire J (2007) Control of integrated powertrain with electronic throttle and automatic transmission. *IEEE Trans Control Syst Technol* 15(3):474–482
- Kim H, Park Y (2004) Investigation of robust roll motion control considering varying speed and actuator dynamics. *Mechatronics* 14:35–54
- Kolmanovsky I, Filev D (2010) Terrain and traffic optimized vehicle speed control. In: *IFAC advances in automotive control conference*, Munich, Germany
- Kowalczyk Z, Kozłowski J (2000) Continuous-time approaches to identification of continuous-time systems. *Automatica* 36:229–236
- Labayrade R, Aubert D, Tarel J (2002) Real time obstacle detection in stereovision on non flat road geometry through "v-disparity" representation. *Intell Veh Symp IEEE* 2:646–651
- Langbort C, Chandra RS, D'Andrea R (2004) Distributed control design for systems interconnected over an arbitrary graph. *IEEE Trans Autom Control* 49(9):1502–1519
- Larish C, Piyabongkarn D, Tsourapas V, Rajamani R (2013) A new predictive lateral load transfer ratio for rollover prevention systems. *IEEE Trans Veh Technol* 62(7):2928–2936
- Lattemann F, Neiss K, Terwen S, Connolly T (2004) The predictive cruise control: a system to reduce fuel consumption of heavy duty trucks. *SAE Technical Paper*. doi:10.4271/2004-01-2616
- Lee K, Peng H (2004) Identification and verification of a longitudinal human driving model for collision warning and avoidance systems. *Int J Veh Auton Syst* 2(1):3–17
- Lee L, Poola K (1996) Identification of linear parameter-varying systems via lfts. In: *Proceedings of the 35th IEEE CDC*, Kobe, vol 2, pp 1545–1550
- Lee L, Poola K (1999) Identification of linear parameter varying systems using nonlinear programming. *ASME J Dyn Syst Meas Control* 121:71–78
- Lee UK, Lee SH, Han CS, Hedrick K, Catala A (2008) Active geometry control suspension system for the enhancement of vehicle stability. *Proc IMechE Part D: J Automob Eng* 222(6):979–988
- Lefebvre D, Chevrel P, Richard S (2003) An H-infinity-based control design methodology dedicated to the active control of vehicle longitudinal oscillations. *IEEE Trans Control Syst Technol* 11(6):948–956

- Lefevre S, Carvalho A, Gao Y, Tseng HE, Borrelli F (2015) Driver models for personalised driving assistance. *Veh Syst Dyn* 53(12):1705–1720
- Leith D, Leithead W (2000) Survey of gain-scheduling analysis and design. *Int J Control* 73(11):1001–1025
- Levant A (2003) Higher-order sliding modes, differentiation and output feedback control. *Int J Control* 76(9/10):924–941
- Li S, Li K, Rajamani R, Wang J (2011) Model predictive multi-objective vehicular adaptive cruise control. *IEEE Trans Control Syst Technol* 19(3):556–566
- Li S, Li K, Wang J (2013) Economy-oriented vehicle adaptive cruise control with coordinating multiple objectives function. *Veh Syst Dyn* 51(1):1–17
- Liberzon D (2003) Hybrid feedback stabilization of systems with quantized signals. *Automatica* 39:1543–1554
- Lin R, Cebon D, Cole D (1996) Optimal roll control of a single-unit lorry. *Proc IMechE J Automob Eng* 44–55
- Lingman P, Schmidbauer B (2002) Road slope and vehicle mass estimation using Kalman filtering. *Veh Syst Dyn Suppl* 37:12–23
- Ljung L (2001) Estimating linear time invariant models of non-linear time-varying systems. *Eur J Control* 7:203–219
- Ljung L, Glad T (1994) On global identifiability for arbitrary model parametrizations. *Automatica* 30:265–276
- Lu J, Filev D (2009) Multi-loop interactive control motivated by driver-in-the-loop vehicle dynamics controls: the framework. Joint 48th IEEE conference on decision and control and 28th Chinese control conference, Shanghai
- Lu J, Messih D, Salib A, Harmison D (2007) An enhancement to an electronic stability control system to include a rollover control function. *SAE Trans* 2007-01-0809 116:303–313
- Lu W, Doyle J (1993) $\mathcal{H}_\infty$ control of nonlinear systems: a class of controllers. In: Proceedings of the conference on decision and control, pp 166–171
- Lu W, Doyle J (1994) $\mathcal{H}_\infty$ control of nonlinear systems via output feedback: controller parametrization. *IEEE Trans Autom Control* 39:2517–2521
- Lu W, Doyle J (1995) $\mathcal{H}_\infty$ control of nonlinear systems: a convex characterization. *IEEE Trans Autom Control* 40:1668–1675
- Lu W, Doyle J (1996) Stabilization of uncertain linear systems: an LFT approach. *IEEE Trans Autom Control* 41:50–64
- Lu W, Doyle J (1997) Robustness analysis and synthesis for nonlinear uncertain systems. *IEEE Trans Autom Control* 42:1654–1662
- Lu W, Doyle J (2002) On robust $\mathcal{H}_\infty$ control for nonlinear uncertain systems. *Commun Inf Syst* 2:255–264
- Lu X, Hedrick J (2005) Heavy-duty vehicle modelling and longitudinal control. *Veh Syst Dyn* 43(9):653–669
- Macadam C (2003) Understanding and modeling the human driver. *Veh Syst Dyn* 40:101–134
- Maciucă D (1996) Design, modelling and control of steering and braking for an urban electric vehicle. PATH Project Proposal, Berkeley, USA
- Mammar S, Koenig D (2002) Vehicle handling improvement by active steering. *Veh Syst Dyn* 38:211–242
- Marcos A, Balas G (2001) Linear parameter varying modeling of the Boeing 747-100/200 longitudinal motion. In: AIAA guidance, navigation and control conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics, pp AIAA-01-4347
- Marino R, Santosuosso GL (1999) Robust adaptive observers for nonlinear systems with bounded disturbances. Proceedings of the 38th IEEE conference on CDC. Phoenix, Arizona, pp 5200–5205
- Markkula G, Benderius O, Wahde M (2014) Comparing and validating models of driver steering behaviour in collision avoidance and vehicle stabilisation. *Veh Syst Dyn* 52(12):1658–1680
- Martinez J, Canudas-de-Wit C (2007) A safe longitudinal control for adaptive cruise control and

- stop-and-go scenarios. *IEEE Trans Control Syst Technol* 15(3):246–258
- Mastinu G, Babbal E, Lugner P, Margolis D (1994) Integrated controls of lateral vehicle dynamics. *Veh Syst Dyn* 23:358–377
- Mehrabi N, Razavian RS, McPhee J (2015) Steering disturbance rejection using a physics-based neuromusculoskeletal driver model. *Veh Syst Dyn* 53(10):1393–1415
- Menhour L, Lechner D, Charara A (2009) Steering control based on a two-level driver model: experimental validation and robustness tests. 18th IEEE international conference on control applications. Saint Petersburg, Russia, pp 125–130
- Merritt H (1967) Hydraulic control systems. Wiley and Sons
- Muenchhof M, Beck M, Isermann R (2009) Fault-tolerant actuators and drives structures, fault detection principles and applications. *Annu Rev Control* 33:136–148
- Muniandy V, Samin P, Jamaluddin H (2015) Application of a self-tuning fuzzy PI-PD controller in an active anti-roll bar system for a passenger car. *Veh Syst Dyn* 53(11):1641–1666
- Na X, Cole DJ (2013) Linear quadratic game and non-cooperative predictive methods for potential application to modelling driver-afs interactive steering control. *Veh Syst Dyn* 51(2):165–198
- Nagai M, Hirano Y, Yamanaka S (1998) Intergated robust control of active rear wheel steering and direct yaw moment control. *Veh Syst Dyn* 28:416–421
- Németh B, Gáspár P (2011) Integration of control design and variable geometry suspension construction for vehicle stability enhancement. In: Proceedings of the conference on decision and control, Orlando, FL
- Németh B, Gáspár P (2012) Mechanical analysis and control design of mcperson suspension. *Int J Veh Syst Model Test* 7(2):173–193
- Németh B, Gáspár P (2013a) Control design of variable-geometry suspension considering the construction system. *IEEE Trans Veh Technol* 62(8):4104–4109
- Németh B, Gáspár P (2013b) Design of vehicle cruise control using road inclinations. *Int J Veh Auton Syst* 11(4):313–333
- Németh B, Gáspár P (2014) Optimised speed profile design of a vehicle platoon considering road inclinations. *IET Intell Transp Syst* 8:200–208
- Németh B, Gáspár P, Orjuela R, Basset M (2015a) Robust $\mathcal{H}_\infty$ design of an automotive cruise control system. In: IFAC workshop on engine and powertrain control, simulation and modeling, Columbus
- Németh B, Varga B, Gáspár P (2015b) Hierarchical design of an electro-hydraulic actuator based on robust LPV methods. *Int J Control* 88(8):1429–1440
- Nemirovsky A, Gahinet P (1994) The projection method for solving linear matrix inequalities. In: Proceedings of the American control conference, Baltimore
- Nesterov Y, Nemirovsky A (1993) Interior point polynomial methods in convex programming: theory and applications. SIAM
- Nijmeijer H, van der Schaft A (1991) Nonlinear dynamical control systems. Springer
- Nuevo J, Parra I, Sjöberg J, Bergasa L (2010) Estimating surrounding vehicles' pose using computer vision. In: 13th IEEE conference on intelligent transportation systems, pp 1863–1868
- Odenthal D, Bznte T, Ackermann J (1999) Nonlinear steering and bring control for vehicle rollover avoidance. In: Proceedings European control conference, Karlsruhe
- Ono E, Hattori Y, Muragishi Y, Koibuchi K (2006) Vehicle dynamics integrated control for four-wheel-distributed steering and four-wheel-distributed traction/braking systems. *Veh Syst Dyn* 44(2):139–151
- Pacejka HB (2004) Tyre and vehicle dynamics. Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford
- Packard A (1994) Gain scheduling via linear fractional transformations. *Syst Control Lett* 22:79–92
- Packard A, Becker G (1992) Quadratic stabilization of parametrically dependent linear systems using parametrically dependent linear feedback. *Adv Robust Nonlinear Control Syst* 43:29–36
- Packard A, Wu F (1993) Control of linear fractional transformations. In: Proceedings of the conference on decision and control, pp 1036–1040
- Palkovics L, Fries A (2001) Intelligent electronic systems in commercial vehicles for enhanced

- traffic safety. *Veh Syst Dyn* 35:227–289
- Palkovics L, Semsey A, Gerum E (1999) Roll-over prevention system for commercial vehicles. *Veh Syst Dyn* 32:285–297
- Passenberg B, Kock P, Stursberg O (2009) Combined time and fuel optimal driving of trucks based on a hybrid model. In: European control conference, Budapest
- Patton RJ, Chen J (1996) Robust fault detection and isolation FDI systems. *Contr Dyn Syst* 74:176–224
- Pauwelussen J (2012) Dependencies of driver steering control parameters. *Veh Syst Dyn: Int J Veh Mech Mobil* 50(6):939–959
- Piyabongkarn D, Keviczky T, Rajamani R (2004) Active direct tilt control for stability enhancement of a narrow commuter vehicle. *Int J Autom Technol* 5(2):77–88
- Polak E (1997) Optimization. Springer, Algorithm and Consistent Approximations
- Poussot-Vassal C, Sename O, Dugard L, Gáspár P, Szabó Z, Bokor J (2008) A new semi-active suspension control strategy through LPV technique. *Control Eng Pract* 16(12):1519–1534
- Poussot-Vassal C, Sename O, Dugard L, Gáspár P, Szabó Z, Bokor J (2011) Attitude and handling improvements through gain-scheduled suspensions and brakes control. *Control Eng Pract* 19(3):252–263
- Prohaska R, Devlin P (1997) Combined brake and steering actuator for automatic vehicle research. In: Proceedings of the American control conference, New Mexico, pp 1603–1607
- Rajamani R (2005) Vehicle dynamics and control. Springer
- Rajamani R, Piyabongkarn DN (2013) New paradigms for the integration of yaw stability and rollover prevention functions in vehicle stability control. *IEEE Trans Intell Transp Syst* 14(1):249–261
- Rajamani R, Tan H, Law B, Zhang W (2000) Demonstration of integrated longitudinal and lateral control for the operation of automated vehicles in platoons. *IEEE Trans Control Syst Technol* 8:695–708
- Rifford L (2002) Semiconcave control-Lyapunov functions and stabilizing feedbacks. *SIAM J Contr Optim* 41(3):659–681
- Ringdorfer M, Horn M (2011) Development of a wheel slip actuator controller for electric vehicles using energy recuperation and hydraulic brake control. IEEE international conference on control applications. Denver, USA, pp 313–318
- Rossa FD, Gobbi M, Mastinu G, Piccardi C, Previali G (2014) Bifurcation analysis of a car and driver model. *Veh Syst Dyn* 52(Supplement 1):142–156
- Saccomani M, Audoly S, D'Angio L (2003) Parameter identifiability of nonlinear systems: the role of initial conditions. *Automatica* 39:619–632
- Saerens B, Rakha H, Diehl M, den Bulck EV (2013) A methodology for assessing eco-cruise control for passenger vehicles. *Transp Res Part D* 19:20–27
- Safonov M, Limebeer D (1988) Simplifying the $\mathcal{H}_\infty$ theory via loop shifting. In: Proceedings of the conference on decision and control, Austin
- Sakai Y, Kanai M, Yamakita M (2010) Torque demand control by nonlinear mpc for speed control of vehicles with variable valve lift engine. In: IFAC AAC advances in automotive control, Munich, Germany
- Salvucci D, Mandalia H, Kuge N, Yamamura T (2007) Lane-change detection using a computational driver model. *Hum Fact* 43:532–542
- Sampson D (2000) Active roll control of articulated heavy vehicles. PhD Thesis, University of Cambridge
- Sampson D, Cebon D (1998) An investigation of roll control system design for articulated heavy vehicles. Proceedings of the international symposium on advanced vehicle control. Nagoya, Japan, pp 311–316
- Sampson D, Cebon D (2003) Active roll control of single unit heavy road vehicles. *Veh Syst Dyn* 40:229–270
- Sancibrian R, Garcia P, Viadero F, Fernandez A, De-Juan A (2010) Kinematic design of double-

- wishbone suspension systems using a multiobjective optimisation approach. *Veh Syst Dyn* 48(7):793–813
- Savaresi S, Poussot-Vassal C, Spelta C, Sename O, Dugard L (2010) Semi-active suspension control for vehicles. Elsevier—Butterworth Heinemann
- Sayers M (1986) Characteristic power spectral density functions for vertical and roll components of road roughness. In: Symposium on simulation and control of ground vehicles and transportation systems, Anaheim, pp 113–139
- van der Schaft AJ (2000) L2-gain and passivity techniques in nonlinear control. Springer, Berlin
- der Schaft AV (1993) Nonlinear state space $\mathcal{H}_\infty$ control theory. In: Trentelman HL, Willems JC (eds) Essays on control: perspectives in the theory and its applications. Birkhauser, Boston
- Scherer C, Weiland S (2000) Lecture notes DISC course on linear matrix inequalities in control. Delft University of Technology, Delft, Netherlands
- Scherer C, Gahinet P, Chilali M (1997) Multiobjective output-feedback control via LMI optimization. *IEEE Trans Autom Control* 42(7):896–911
- Scherer CW (2000) Recent advances on LMI methods in control. SIAM, chap Robust mixed control and LPV control with full block scalings, pp 187–208
- Scherer CW (2001) LPV control and full block multipliers. *Automatica* 27(3):325–485
- Sciarretta A, De Nunzio G, Ojeda L (2015) Optimal ecodriving control: energy-efficient driving of road vehicles as an optimal control problem. *IEEE Control Syst* 35(5):71–90
- Sepulchre R, Jankovic M, Kokotovic P (1997) Constructive nonlinear control. Springer
- Shamma J (1992) Gain scheduling: potential hazards and possible remedies. *IEEE Control Syst Mag* 12:101–107
- Shamma J, Athans M (1990) Analysis of gain scheduled control for nonlinear plants. *IEEE Trans Autom Control* 35:898–907
- Shamma J, Athans M (1991) Guaranteed properties of gain scheduled control of linear parameter-varying plants. *Automatica* 27:559–564
- Shamma J, Cloutier J (2003) Existence of sdre stabilizing feedback. *IEEE Trans Autom Control* 48:513–517
- Sharp R (1998) Variable geometry active suspension for cars. *IEEE Comput Control Eng J* 9(5):217–222
- Sharp R, Casanova D, Symonds P (2000) A mathematical model for driver steering control, with design, tuning and performance results. *Veh Syst Dyn* 33:289–326
- Shibahata Y, Shimada K, Tomari T (1993) Improvement of vehicle maneuverability by direct yaw moment control. *Veh Syst Dyn* 22(5–6):465–481
- Shuai Z, Zhang H, Wang J, Li J, Ouyang M (2013) Lateral motion control for four-wheel-independent-drive electric vehicles using optimal torque allocation and dynamic message priority scheduling. *Control Eng Pract* 24:55–66
- Silverman LM, Meadows HE (1967) Controllability and observability in time-variable linear systems. *SIAM J Control* 5:64–73
- Soderstrom T, Stoica P (1989) System identification. Prentice Hall, Englewood Cliffs NJ
- Soderstrom T, Fan H, Carlsson B, Bigi S (1997) Least squares parameter estimation of continuous-time arx models from discrete-time data. *IEEE Trans Autom Control* 42:659–673
- Song P, Tomizuka M, Zong C (2015) A novel integrated chassis controller for full drive-by-wire vehicles. *Veh Syst Dyn* 53(2):215–236
- Stoustrup J, Grimble M (1996) Integrated control and fault diagnosis design: a polynomial approach. IEE Modelling and Signal Processing for Fault Diagnosis, Leicester, UK
- Stoustrup J, Niemann H (2002) Fault estimation: a standard problem approach. *Int J Robust Nonlinear Control* 12(8):649–674
- Sun X, Postlethwaite I (1998) Affine LPV modeling and its use in gain-scheduled helicopter control. Conference publication of UKACC international conference on control 455:1504–1509
- Sur J, Paden BE (1998) State observer for lti systems with quantized output. *ASME J Dyn Syst*

- Meas Control 120:423–426
- Szabó Z (2009) Geometric control theory and linear switched systems. *Eur J Control* 15(3–4):378–388
- Szabó Z, Bokor J, Balas G (2003) Inversion of LPV systems and its application to fault detection. In: *Proceedings of the 5th IFAC Symposium on fault detection supervision and safety for technical processes (SAFEPROCESS'03)*, Washington, USA, pp 235–240
- Szabó Z, Gáspár P, Nagy S, Baranyi PZ (2008) Tp model transformation for control-oriented qLPV modeling. *Austral J Intell Inf Process Syst* 10(2):36–53
- Szabó Z, Gáspár P, Bokor J (2010) A novel control-oriented multi-affine qLPV modeling framework. *Proceedings of the 18th mediterranean conference on control and automation*. Marrakesh, Morocco, pp 1019–1024
- Szabó Z, Biró Z, Bokor J (2012) All controllers for an LPV robust control problem. In: *7th IFAC symposium on robust control design*, Aalborg, Denmark
- Szászi I, Marcos A, Balas G, Bokor J (2005) LPV detection alter design for a Boeing 747–100/200 aircraft. *AIAA J Guid Dyn Control* 28(3):461–470
- Szigeti F (1992) A differential algebraic condition for controllability and observability of time varying linear systems. *Proceedings of the 31st IEEE conference on decision and control*. Tucson, USA, pp 3088–3090
- Takagi T, Sugeno M (1985) Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control. *IEEE Trans Syst Man Cybern* 15:116–132
- Takahashi H, Kidokoro H, Shiratori A (1998) Controlling vehicular driving force in anticipation of road situation on which vehicle is to run utilizing vehicular navigation system. United States patent, US 5(832):400
- Takano S, Nagai M (2001) Dynamics control of large vehicles for rollover prevention. In: *Proceedings of the IEEE international vehicle electronics conference*, pp 85–89
- Trachtler A (2004a) Integrated vehicle dynamics control using active brake, steering and suspension systems. *Int J Veh Des* 36:1–12
- Trachtler A (2004b) Vehicle dynamic management. Benefits of integrated control of active brake, active steering and active suspension systems. Technical Report, Robert Bosch GmbH 36:1–12
- Ungoren AY, Peng H (2005) An adaptive lateral preview driver model. *Veh Syst Dyn* 43:245–260
- Vahidi A, Stefanopoulou A, Peng H (2005) Recursive least squares with forgetting for online estimation of vehicle mass and road grade: theory and experiments. *Veh Syst Dyn* 43(1):31–55
- Varga A (2008) On computing nullspace bases: a fault detection perspective. *Proceedings of the 17th world congress the international federation of automatic control*. Seoul, Korea, pp 6296–6300
- Varga B, Németh B, Gáspár P (2015) Design of anti-roll bar systems based on hierarchical control. *Strojniški vestnik J Mech Eng* 61(6):374–382
- Vasiljevic LK, Khalil H (2006) Differentiation with high-gain observers the presence of measurement noise. *Proceedings of the 45th IEEE conference on decision and control*. San Diego, CA, USA, pp 4717–4722
- Verdult V, Verhaegen M (2002) Subspace identification of multivariable linear parameter-varying systems. *Automatica* 38:805–814
- Wang B, Huang X, Wang J, Guo X, Zhu X (2014a) A robust wheel slip ratio control design combining hydraulic and regenerative braking systems for in-wheel-motors-driven electric vehicles. *J Frankl Inst* 50:71–94
- Wang R, Wang J (2012) Fault-tolerant control for electric ground vehicles with independently-actuated in-wheel motors. *J Dyn Syst Meas Control* 134
- Wang R, Jing H, Yan F, Karimi HR, Chen N (2015) Optimization and finite-frequency $\mathcal{H}_\infty$ control of active suspensions in in-wheel motor driven electric ground vehicles. *J Frankl Inst* 352(2):468–484
- Wang Y, Nagai M (1996) Integrated control of four-wheel-steer and yaw moment to improve dynamic stability margin. In: *Proceedings 35th conference on decision and control*, Kobe
- Watanabe Y, Sharp RS (1999) Mechanical and control design of a variable geometry active suspension system. *Veh Syst Dyn* 32(2):217–235

- Watts A, Vallance A, Whitehead A, Hilton C, Fraser A (2010) The technology and economics of in-wheel motors. SAE Int J Passeng Cars Electr Electr Syst 37-57
- Wei J, Norman E (1964) On the global representations of the solutions of linear differential equations as a product of exponentials. Proc Am Math Soc 15:327-334
- Weng Z, Cui P, Patton J (2008) Integrated design of robust controller and fault estimator for linear parameter varying systems. Proceedings of the 18th IFAC world congress. Seoul, Korea, pp 4535-4539
- de Wit CC, Tsiotras P, Claeys X, Yi J, Horowitz R (2003) Friction tire/road modelling, estimation and optimal braking control. In: Johansson, Rantzer (eds) Nonlinear and hybrid systems in automotive control, pp 125-146
- Wonham WM (1985) Linear multivariable control: a geometric approach, 3rd edn. Springer, New York
- Wu F (1995) Control of linear parameter varying systems. PhD Thesis, Mechanical Engineering, University of California at Berkeley
- Wu F (2001) A generalized LPV system analysis and control synthesis framework. Int J Control 74(7):745-759
- Wu F, Yang X, Packard A, Becker G (1996) Induced L_2 norm controller for LPV systems with bounded parameter variation rates. Int J Robust Nonlinear Control 6:983-988
- Wu FK, Yeh TJ, Huang CF (2013) Motor control and torque coordination of an electric vehicle actuated by two in-wheel motors. Mechatronics 23:46-60
- Xiong L, Yu Z, Wang Y, Yang C, Meng Y (2012) Vehicle dynamics control of four in-wheel motor drive electric vehicle using gain scheduling based on tyre cornering stiffness estimation. Veh Syst Dyn 50:831-846
- Xu Z, Ioannu P (1994) Adaptive throttle control for speed tracking. Veh Syst Dyn 23(1):293-306
- Yang YP, Lo CP (2008) Current distribution control of dual directly driven wheel motors for electric vehicles. Control Eng Pract 16:1285-1292
- Yim S, Jeon K, Yi K (2012) An investigation into vehicle rollover prevention by coordinated control of active anti-roll bar and electronic stability program. Int J Control Autom Syst 10(2):275-287
- Young P, Doyle J (1996) Properties of the mixed μ problem and its bound. IEEE Trans Autom Control 41(1):155-159
- Yu F, Li D, Crolla D (2008) Integrated vehicle dynamics control: state-of-the art review. In: IEEE vehicle power and propulsion conference, Harbin, China
- Zhang S, Zhang T, Zhou S (2009) Vehicle stability control strategy based on active torque distribution and differential braking. In: Conference on measuring technology and mechatronics automation, Zhangjiajie, China
- Zhang Y, Alleyne A (2002) A practical and effective approach to active suspension control. In: Proceedings of the international symposium on advanced vehicle control, Hiroshima
- Zhao H, Gao B, Ren B, Chena H (2014) Integrated control of in-wheel motor electric vehicles using a triple-step nonlinear method. J Frankl Inst 352(2):519-540
- Zhou K, Doyle J, Glover K (1996) Robust and optimal control. Prentice Hall
- Zin A, Sename O, Gáspár P, Dugard L, Bokor, (2005) An LPV/ $\mathcal{H}_\infty$ active suspension control for global chassis technology: design and performance analysis. American control conference, Minneapolis
- Zin A, Sename O, Gáspár P, Szabó Z, Dugard L, Bokor J (2008) An LPV/ $\mathcal{H}_\infty$ active suspension control for global chassis technology: design and performance analysis. Veh Syst Dyn 46:889-912
- Zomotor A (1991) Fahrwerktechnik. Vogel Verlag Und Druck, Fahrverhalten
- Zulkarnain N, Imaduddin F, Zamzuri H, Mazlan S (2012) Application of an active anti-roll bar system for enhancing vehicle ride and handling. In: IEEE colloquium on humanities, science and engineering research, pp 260-265

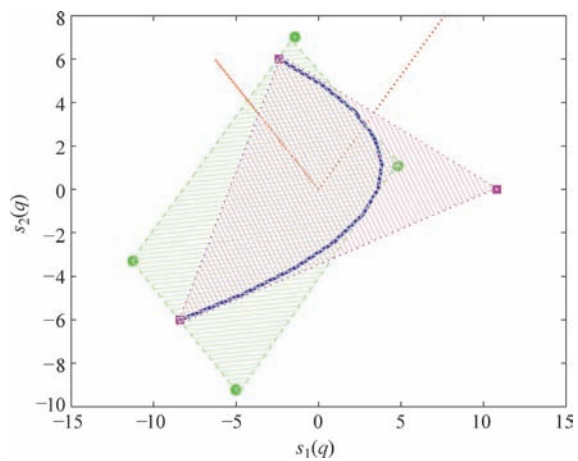


图 2.2 不同的凸近似

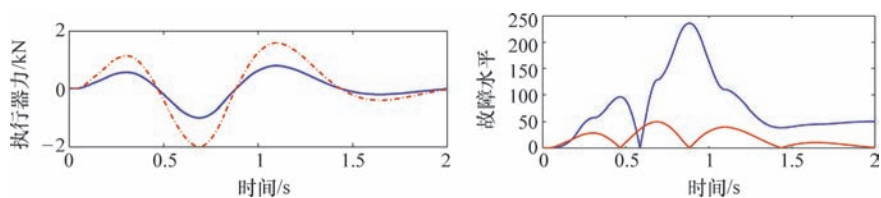


图 2.22 FDI 过程结果

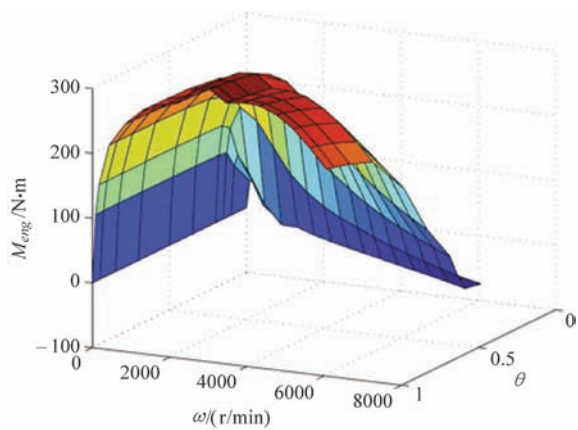


图 6.5 典型发动机特性

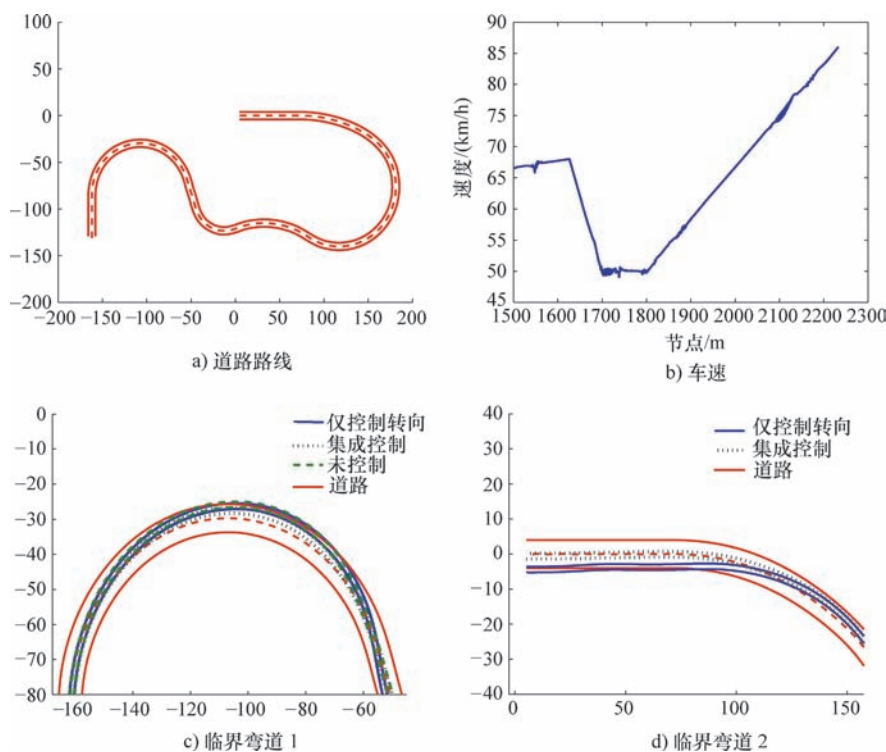


图 7.13 车辆的轨迹

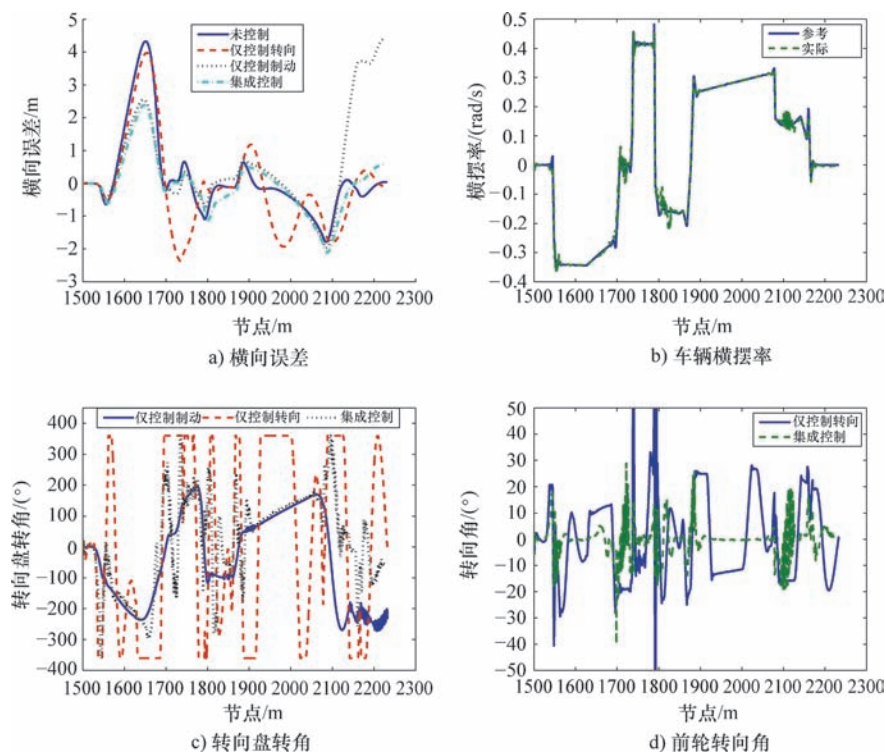


图 7.14 监督控制系统的运行结果

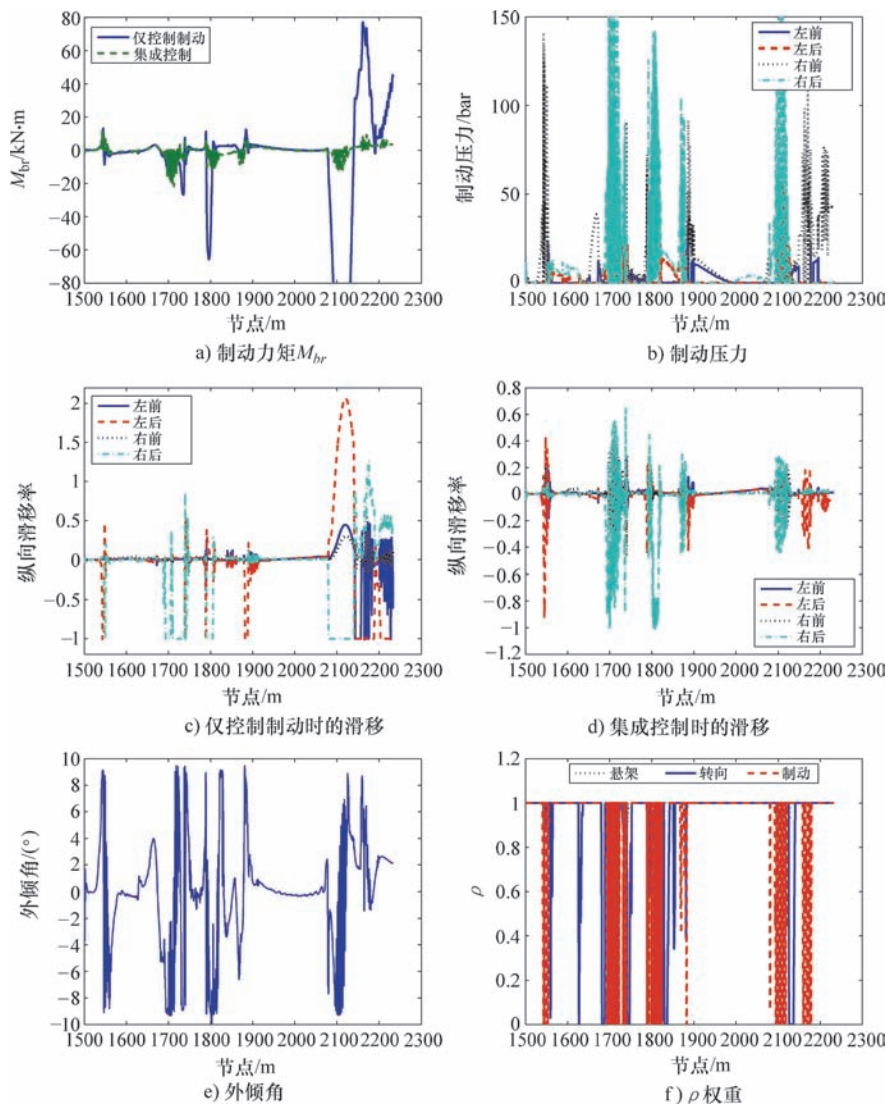


图 7.15 监督控制系统的运行结果（连续）

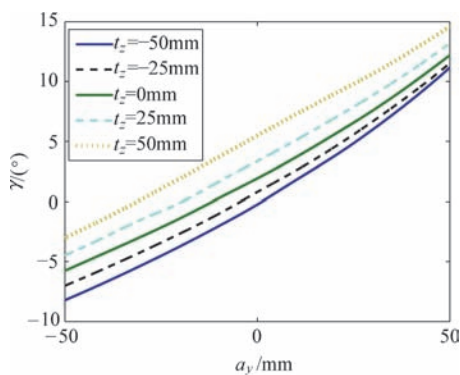


图 8.3 a_y - γ 特征图

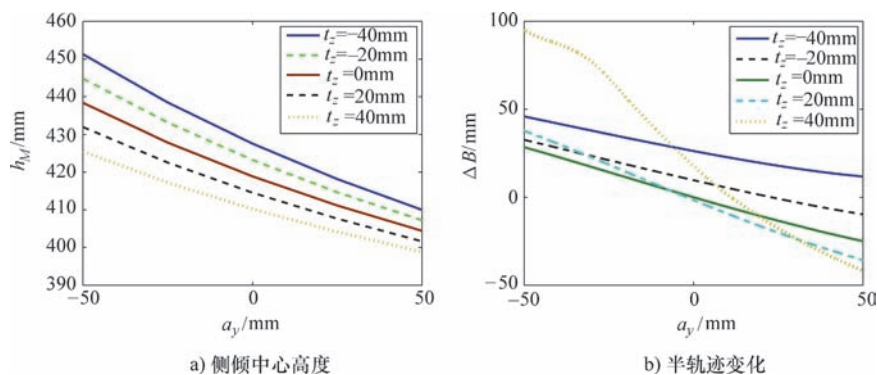


图 8.4 可变几何悬架系统的特性图

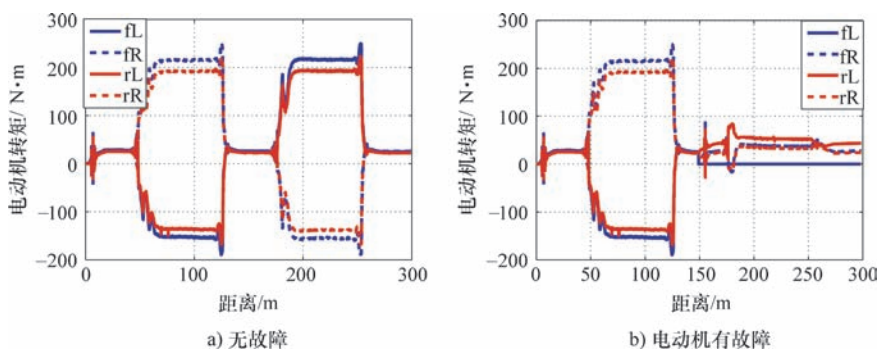


图 9.6 轮毂电动机转矩

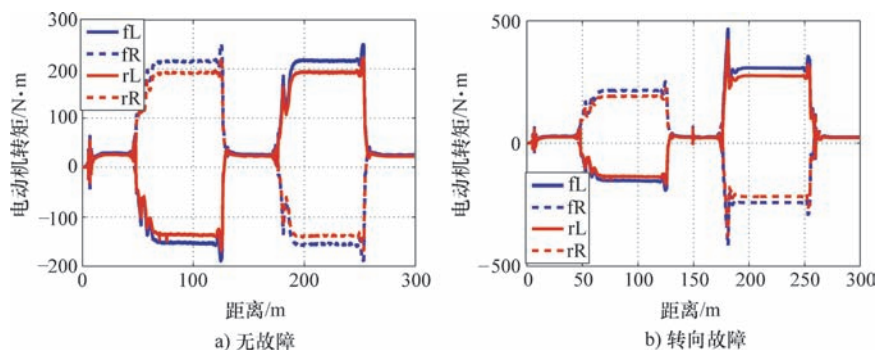


图 9.9 轮毂电动机转矩

国际视野 科技前沿

车辆网联技术

车联网通信技术

车载ad hoc网络的安全性与隐私保护

汽车人因工程学

智能网联汽车信息物理系统——自适应网络连接和安全防护

汽车以太网

主动驾驶鲁棒控制系统设计



责任编辑微信二维码
010-88379949

上架指导 交通运输 / 汽车新技术



ISBN 978-7-111-61852-2



ISBN 978-7-111-61852-2

机械工业出版社微信公众号 9 787111 618522 >

策划编辑◎孙鹏 / 封面设计◎鞠杨

定价：130.00元