

 电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业

信息光学原理

苏显渝 吕乃光 陈家璧 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY <http://www.phei.com.cn>

电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业

信息光学原理

苏显渝 吕乃光 陈家璧 编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

信息光学是光学和信息科学相结合而发展起来的一门新的光学学科。本书介绍信息光学的基本理论及最新进展。全书共8章。第1~3章介绍信息光学的基础理论,第4~6章介绍光学全息、计算全息、光学信息处理,第7~8章介绍最近发展起来的光信息存储与三维全息显示,光通信中的信息光学。

本书可作为高等院校光学、光学工程、光信息科学与技术、电子科学与技术等专业本科生教材,也可供相应专业的教师和科技工作者参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

信息光学原理/苏显渝,吕乃光,陈家璧编著. —北京:电子工业出版社,2010.12

(电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业)

ISBN 978-7-121-12057-2

I. ①信… II. ①苏… ②吕… ③陈… III. ①信息光学-高等学校-教材 IV. ①0438

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第204263号

责任编辑:韩同平 特约编辑:李佩乾

印 刷:

装 订:

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

开 本:787×1092 1/16 印张:16 字数:415千字

印 次:2010年12月第1次印刷

印 数:4000册 定价:35.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlt@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

序

信息光学是光学和信息科学相结合的新的学科分支。它研究以光为载体的信息的获取、信息的变换和处理、信息的传递和传输,因而,信息光学也可以看做信息科学的一个分支。自20世纪后半叶以来,由于激光、全息术、光学信息处理、CCD实时成像技术、光纤通信等技术的迅猛发展,使光学这个古老的学科焕发了青春。光信息技术成为信息技术中最为活跃的领域之一,成果频出,推动社会产生了巨大进步。目前全国许多高等学校纷纷设立光信息科学与技术等专业,反映出科技发展对于光信息技术人才的旺盛需求。在这些专业的培养方案中,信息光学通常被列为专业基础课程。

信息光学采用线性系统理论、傅里叶分析方法分析各种光学现象,例如,光的传播、衍射、成像等。它的原理不仅可以用来分析光学系统或各种光学现象,而且其应用领域,如光学传递函数、光学全息和光学信息处理、光计算、激光散斑计量、三维传感等呈现出百花争艳、勃勃生机的繁荣景象。

本书的内容包括信息光学的基本原理和应用。全书理论体系完整,物理概念清晰,内容丰富,很好地反映了光信息技术的最新发展成就,是一本面向21世纪的,反映科技进步先进性的教材。内容由浅入深,便于自学。注意密切联系实际,对学生运用理论分析解决光信息技术实际问题能力的培养尤为注重。

我欣喜地看到,本教材的三位作者曾是清华大学光学仪器专业光八班(1962—1968年)的同班同学,都曾是我的学生。他们有幸经历了信息光学在我国学习推广、发展繁荣的完整过程。他们虽然任职于不同的高校,但多年来,密切合作,致力于光信息技术的教学和科学研究。在信息光学领域有许多心得和著述。他们主编的教材包括《光学信息技术原理及应用》(高等教育出版社)、《信息光学》(科学出版社)、《傅里叶光学》(机械工业出版社),都是国内有影响的优秀教材,同被列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材。这次他们携手合作,推出这本扛鼎之作,在原理的阐释、内容的精选等许多方面有新的特色,提高了教材的科学性和适用性,使其更适合光信息科学与技术专业大学生和科技人员的需要。

希望本教材的出版,对于我国光信息科学与技术领域的科技人才培养将发挥积极作用!

中国工程院院士
清华大学教授 金国藩

2010年7月7日

前 言

光学是一门较早发展的学科,它在科学与技术的发展史上占有重要地位。但是光学发展最快的时期还是 20 世纪,尤其是 20 世纪下半叶,包括信息光学在内的近代光学对信息时代的到来起了十分重要的作用。

信息光学是将信息科学中的线性系统理论引入光学而逐步形成的。1947 年作为像质评价的光学传递函数的建立,1948 年全息术的提出,以及 1960 年激光的诞生,是信息光学发展中的几件大事。激光的应用使全息术获得了新的生命,全息术和光学传递函数的进一步发展,加上将数学中的傅里叶变换和通信中的线性系统理论引入光学,使光学和通信这两个不同的领域在信息学范畴内统一起来,光学研究也从“空域”走向“频域”。光学工程师不再仅仅限于用光强、振幅或透过率的空间分布来描述光学图像,也能像电气工程师那样用空间频率的分布和变化来描述光学图像,为光学信息处理开辟了广阔的应用前景。与其他形态的信号处理相比,光学信息处理具有高度并行、大容量的特点。近年来,这一学科发展很快,理论体系已日趋成熟,信息光学已渗透到科学技术的诸多领域,成为信息科学的重要分支,得到越来越广泛的应用。

本书的前三章是理论基础部分。第 1 章的主要内容是二维线性系统分析,包括信息光学中一些必要的数学知识,以及线性系统的分析方法、二维傅里叶变换和信息科学的另一基础——抽样定理。第 2、3 章运用空间域和频率域方法讨论了光波携带信息在自由空间或经过光学系统的传播问题,以及透镜系统的傅里叶变换性质。第 2 章介绍标量衍射理论,分别讨论了基尔霍夫衍射理论和衍射的角谱理论,两种理论分别从空间域和频率域讨论衍射现象,分别以球面波和平面波作为基元函数描述光波的传播现象。第 3 章关于光学系统的频谱分析与以往多数教材不同,对透镜的傅里叶变换性质给出一个统一的表达方式,并得出不同情况下的结果。由此出发进一步分析相干与非相干成像系统,给出成像系统的相干传递函数与光学传递函数。第 4 章侧重讨论光学全息的基本原理,介绍一些重要的全息图以及光学全息术的主要应用。第 5 章重点讨论计算全息的理论基础、基本原理及制作方法,介绍一些典型的计算全息图及其主要应用。通过计算全息发展的历史过程和不同学科专家对计算全息方法的看法,使学生加深对科学理论的普遍性和多学科交叉融合的必要性认识。第 6 章为光学信息处理,介绍了应用信息光学基本原理处理光学信息的主要方法,重点讨论了空间滤波、相干光学处理、非相干光学处理。第 7 章讨论信息光学的两个重要应用方面——光信息存储与三维全息显示。第 8 章讨论了信息光学技术在现代光通信技术中的一些特别的应用,包括能够用于密集波分复用技术的光分插复用器和光纤系统的色散补偿的布拉格光纤光栅,超短脉冲的整形和处理,光谱全息术,阵列波导光栅等。第 7、8 两章的内容反映了信息光学领域的最新进展。

本书特点:一是把光学看做信息科学技术的一个重要组成部分进行研究;二是密切联系实际,启发学生用信息光学的基础理论解决光学信息技术的各种应用问题;三是配有许多独具匠心的习题,以及有关参考文献,可以引导读者自学,启发读者思维,培养创新能力。

本书第 1~6 章是本科生必读的部分,其他两章可根据具体情况选读。

本书第1~3章由吕乃光编写,第4~6章由苏显渝编写,第7~8章由陈家璧编写。本书3位作者长期从事与信息光学有关的教学和科研工作,对所撰写章节有关的内容和最新发展十分熟悉,其中凝结了他们自己的教学心得和研究成果。3位作者是清华大学光学仪器专业光八班毕业的同班同学,从1962—1968年,曾在美丽的清华园同窗六载。值此清华大学百年校庆即将到来之际,仅以本教材献给亲爱的母校。

本书在编写过程中得到了中国工程院院士、清华大学金国藩教授的悉心指导。金先生对信息光学的教育和学科发展非常重视,对本书的内容和结构提出了指导性的意见,仔细审阅了全部书稿,并欣然为本书作序,使作者得益匪浅,并倍受鼓舞。在此对金先生表示衷心感谢。

编 者

目 录

第 1 章 二维线性系统分析	(1)
1.1 二维傅里叶变换	(1)
1.1.1 δ 函数和其他常用函数	(1)
1.1.2 卷积和相关	(5)
1.1.3 二维傅里叶变换定义及存在条件	(8)
1.1.4 广义傅里叶变换	(9)
1.1.5 虚、实、奇、偶函数傅里叶变换的性质	(9)
1.1.6 傅里叶变换定理	(10)
1.1.7 可分离变量函数的变换	(11)
1.1.8 傅里叶 - 贝塞尔变换	(11)
1.1.9 周期函数的傅里叶变换	(12)
1.1.10 一些常用函数的傅里叶变换式	(13)
1.2 线性系统	(16)
1.2.1 线性系统	(16)
1.2.2 线性不变系统	(18)
1.3 抽样定理	(21)
1.3.1 函数的抽样	(21)
1.3.2 函数的还原	(23)
1.3.3 空间带宽积	(24)
习题一	(24)
第 2 章 标量衍射理论	(27)
2.1 光波的数学描述	(27)
2.1.1 单色光波场的复振幅表示	(27)
2.1.2 球面波	(28)
2.1.3 平面波	(29)
2.1.4 平面波的空间频率	(30)
2.1.5 复振幅分布的空间频谱(角谱)	(31)
2.2 基尔霍夫衍射理论	(32)
2.2.1 惠更斯 - 菲涅耳原理和基尔霍夫衍射公式	(32)
2.2.2 光波传播的线性性质	(34)
2.3 衍射的角谱理论	(35)
2.3.1 角谱的传播	(35)
2.3.2 孔径对角谱的影响	(37)
2.4 菲涅耳衍射	(38)
2.5 夫琅禾费衍射	(40)

2.5.1	夫琅禾费衍射公式	(40)
2.5.2	一些简单孔径的夫琅禾费衍射	(41)
2.6	衍射光栅	(43)
2.6.1	线光栅	(43)
2.6.2	余弦型振幅光栅	(46)
	习题二	(47)
第3章	光学成像系统的频率特性	(50)
3.1	透镜的位相调制作用	(50)
3.2	透镜的傅里叶变换性质	(52)
3.2.1	物体紧靠透镜放置	(52)
3.2.2	物体放置在透镜前方	(53)
3.2.3	透镜孔径的影响	(54)
3.2.4	透镜傅里叶变换的应用	(54)
3.3	透镜的成像性质	(55)
3.4	成像系统的一般分析	(57)
3.4.1	成像系统的一般模型	(57)
3.4.2	阿贝成像理论	(58)
3.4.3	单色照明的衍射受限系统	(59)
3.4.4	非单色照明	(60)
3.5	衍射受限的相干成像系统的频率响应	(61)
3.5.1	相干传递函数	(61)
3.5.2	相干传递函数计算和应用举例	(62)
3.6	衍射受限的非相干成像系统的频率响应	(64)
3.6.1	非相干照明时的物像关系式	(64)
3.6.2	光强的空间频谱	(64)
3.6.3	光学传递函数的定义及物理意义	(65)
3.6.4	OTF 与 CTF 的联系	(66)
3.6.5	衍射受限系统的 OTF	(67)
3.6.6	衍射受限系统 OTF 计算和应用举例	(68)
3.7	像差对于成像系统传递函数的影响	(70)
3.7.1	广义光瞳函数	(70)
3.7.2	像差对 CTF 的影响	(71)
3.7.3	像差对 OTF 的影响	(71)
3.8	相干与非相干成像系统的比较	(72)
	习题三	(74)
第4章	光学全息	(77)
4.1	概述	(77)
4.2	波前记录与再现	(78)
4.2.1	波前记录	(78)
4.2.2	波前再现	(79)

4.2.3	全息图的基本类型	(81)
4.3	同轴全息图和离轴全息图	(82)
4.3.1	同轴全息图	(82)
4.3.2	离轴全息图	(83)
4.4	基元全息图	(84)
4.5	菲涅耳全息图	(86)
4.5.1	点源全息图的记录和再现	(87)
4.5.2	几种特殊情况的讨论	(89)
4.6	傅里叶变换全息图	(91)
4.6.1	傅里叶变换全息图的记录与再现	(91)
4.6.2	准傅里叶变换全息图	(94)
4.6.3	无透镜傅里叶变换全息图	(94)
4.7	像全息图	(95)
4.7.1	再现光源宽度的影响	(95)
4.7.2	再现光源光谱宽度的影响	(96)
4.7.3	色模糊	(97)
4.7.4	像全息的制作	(98)
4.8	彩虹全息	(99)
4.8.1	二步彩虹全息	(99)
4.8.2	一步彩虹全息	(100)
4.8.3	彩虹全息的色模糊	(100)
4.9	相位全息图	(102)
4.10	模压全息图	(103)
4.11	体积全息	(104)
4.11.1	透射体积全息图	(104)
4.11.2	反射全息图	(106)
4.12	平面全息图的衍射效率	(107)
4.12.1	振幅全息图的衍射效率	(107)
4.12.2	相位全息图的衍射效率	(108)
4.13	全息干涉计量	(108)
4.13.1	二次曝光法	(109)
4.13.2	单次曝光法	(110)
4.13.3	时间平均法	(111)
	习题四	(112)
第5章	计算全息	(114)
5.1	计算全息的理论基础	(114)
5.1.1	概述	(114)
5.1.2	计算全息的抽样与信息容量	(115)
5.1.3	时域信号和空域信号的调制与解调	(116)
5.1.4	计算全息的分类	(117)

5.2	计算全息的编码方法	(118)
5.2.1	计算全息的编码	(118)
5.2.2	迂回相位编码方法	(118)
5.2.3	修正离轴参考光的编码方法	(120)
5.2.4	二元脉冲密度编码	(122)
5.3	计算傅里叶变换全息	(122)
5.3.1	抽样	(123)
5.3.2	计算离散傅里叶变换	(123)
5.3.3	编码	(124)
5.3.4	绘制全息图	(124)
5.3.5	再现	(124)
5.3.6	几点讨论	(125)
5.4	计算像面全息	(126)
5.5	计算全息干涉图	(128)
5.6	相息图	(130)
5.7	计算全息的应用	(131)
5.8	计算全息的几种物理解释	(133)
5.9	二元光学	(134)
5.9.1	微光学与二元光学	(134)
5.9.2	二元光学的产生和发展	(135)
5.9.3	二元光学元件的设计	(136)
5.9.4	二元光学元件的制作	(138)
	习题五	(139)
第6章	光学信息处理	(140)
6.1	空间滤波	(140)
6.1.1	阿贝成像理论	(140)
6.1.2	空间滤波的傅里叶分析	(141)
6.1.3	空间滤波系统	(145)
6.1.4	空间滤波器	(147)
6.1.5	空间滤波应用举例	(148)
6.2	图像相减	(149)
6.2.1	空域编码频域解码相减方法	(150)
6.2.2	正弦光栅滤波器相减方法	(151)
6.3	图像识别	(152)
6.3.1	匹配空间滤波器	(152)
6.3.2	用全息法制作复数滤波器	(154)
6.3.3	图像识别	(155)
6.3.4	联合变换相关识别	(156)
6.4	图像复原	(157)
6.4.1	逆滤波器	(158)

6.4.2	维纳滤波器	(159)
6.5	合成孔径雷达	(159)
6.5.1	合成孔径概念	(159)
6.5.2	航向信息的记录	(160)
6.6	照相胶片	(165)
6.6.1	$H-D$ 曲线	(165)
6.6.2	胶片用于非相干光学系统中	(165)
6.6.3	胶片用于相干光学系统中	(166)
6.7	非相干光学处理	(167)
6.7.1	相干与非相干光学处理	(167)
6.7.2	基于几何光学的非相干处理系统	(169)
6.7.3	基于衍射的非相干处理——非相干频域综合	(172)
6.8	白光光学信息处理技术	(175)
6.8.1	白光光学处理的基本原理	(175)
6.8.2	实时假彩色编码	(176)
6.8.3	相位调制假彩色编码	(179)
	习题六	(181)
第7章	光信息存储与三维全息显示	(183)
7.1	概述	(183)
7.2	二维光存储——光盘存储	(184)
7.2.1	光盘的类型	(185)
7.2.2	光盘存储器	(187)
7.2.3	光盘存储技术的进展	(188)
7.2.4	超分辨率光存储技术	(189)
7.3	三维光存储	(191)
7.3.1	体全息的基本原理	(191)
7.3.2	体全息光栅的衍射效率	(192)
7.3.3	体全息存储材料的存储特性	(195)
7.3.4	全息存储器的数据传输速率	(197)
7.3.5	超大容量全息存储器	(199)
7.4	四维光存储	(200)
7.5	图像的全息显示	(202)
7.5.1	彩虹全息图	(202)
7.5.2	合成全息技术	(206)
7.5.3	彩色全息术	(209)
7.5.4	像素全息技术	(212)
7.5.5	全息图的复制	(215)
7.6	其他三维图像显示技术	(217)
7.6.1	全息电影	(217)
7.6.2	边缘照明全息	(219)

7.6.3 虚拟全息三维显示·····	(219)
习题七·····	(221)
第8章 光通信中光学信息技术的应用 ·····	(222)
8.1 布拉格光纤光栅·····	(222)
8.1.1 布拉格光纤光栅的制作·····	(222)
8.1.2 FBG 的应用·····	(224)
8.1.3 工作在透射方式的光栅·····	(226)
8.2 超短脉冲的整形和处理·····	(226)
8.2.1 时间频率到空间频率的变换·····	(226)
8.2.2 脉冲整形系统·····	(227)
8.2.3 谱脉冲整形的应用·····	(228)
8.3 光谱全息术·····	(229)
8.3.1 全息图的记录·····	(229)
8.3.2 信号的再现·····	(231)
8.3.3 参考脉冲和信号波前之间延迟的影响·····	(232)
8.4 阵列波导光栅·····	(232)
8.4.1 阵列波导光栅的基本部件·····	(233)
8.4.2 阵列波导光栅的应用·····	(236)
习题八·····	(238)
参考文献 ·····	(239)

第 1 章 二维线性系统分析

很多物理现象具有所谓的线性性质,即它们对同时作用的几个激励的响应等于每个激励单独作用时引起的响应之和。这种线性性质带来很大方便。它使我们能够用对某种“基元”激励的响应,来完备描述物理现象。只要把任意复杂的激励分解为这些基元激励的线性组合,一旦确定了各个基元激励的响应,再通过相应线性组合就可以求出总的响应。在深入讨论线性系统理论之前,首先要解决的问题是:选择什么函数作为基元激励?如何实现任意函数的分解?傅里叶分析正是解决这些问题的重要数学工具。

卷积是描述线性不变系统输入-输出关系的基本运算。相关常用来比较两个物理信号的相似程度。本章侧重从定义上讨论这两个重要的积分运算。

在傅里叶光学中,有一些广泛使用的函数,包括脉冲函数,用来描述各种物理量。为方便起见,本章一开始就给出它们的定义。

1.1 二维傅里叶变换

1.1.1 δ 函数和其他常用函数

1. 阶跃函数

$$\text{step}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 1/2, & x = 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1.1-1)$$

函数图形见图 1.1-1(a)。 $\text{step}(x-x_0)$ 则表示间断点移到 x_0 的阶跃函数。当它和某函数相乘时, $x > x_0$ 的部分,乘积等于原函数; $x < x_0$ 的部分,乘积恒为零。因而阶跃函数的作用如同一个“开关”,可以某点为界“开启”或“关闭”另一个函数。常用它表示直边(或刀口)的透过率。

2. 符号函数

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (1.1-2)$$

函数图形见图 1.1-1(b)。注意它与阶跃函数的联系:

$$\text{sgn}(x) = 2\text{step}(x) - 1 \quad (1.1-3)$$

$\text{sgn}(x-x_0)$ 则表示间断点移到 x_0 的符号函数。当它与某函数相乘时,可使 $x < x_0$ 部分函数的极性(正负号)改变。例如某孔径的一半嵌有 π 的位相板,可利用符号函数来描述它的复振幅透过率。

3. 矩形函数

$$\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1, & \left|\frac{x}{a}\right| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1-4)$$

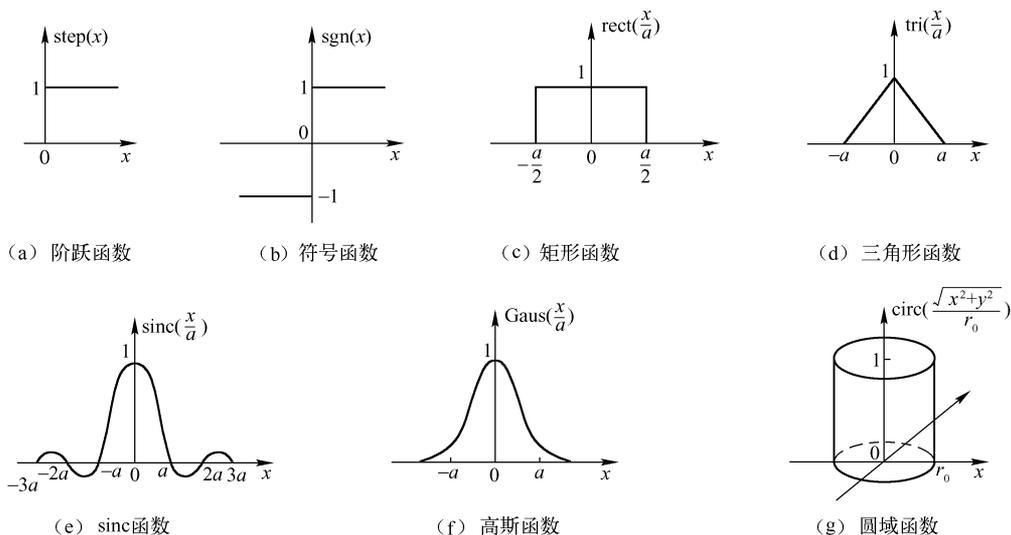


图 1.1-1 常用函数

函数以原点为中心,宽度为 a ,高度为 1(见图 1.1-1(c))。当 $a=1$ 时,矩形函数为 $\text{rect}(x)$ 。二维矩形函数,可表示成一维矩形函数的乘积: $\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$,式中 $a>0, b>0$,它在 xy 平面上,以原点为中心, $a \times b$ 的矩形范围内,函数值为 1;其他地方处处为零。当 $a=b=1$ 时,则二维矩形函数表示成 $\text{rect}(x)\text{rect}(y)$ 。

光学上常用矩形函数表示狭缝、矩孔的透过率。它与某函数相乘时,可限制函数自变量的范围,起到截取的作用,故又常称之为“门函数”。

4. 三角形函数

$$\text{tri}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1 - \left|\frac{x}{a}\right|, & |x| \leq a \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1-5)$$

式中, $a>0$,函数以原点为中心,是底边宽为 $2a$ 的三角形(见图 1.1-1(d))。当 $a=1$ 时,三角形函数为 $\text{tri}(x)$ 。二维三角形函数可表示为一维三角形函数的乘积: $\text{tri}\left(\frac{x}{a}\right)\text{tri}\left(\frac{y}{b}\right)$,式中, $a>0, b>0$ 。当 $a=b=1$ 时,则三角形函数表示成 $\text{tri}(x)\text{tri}(y)$ 。

三角形函数可用来表示光瞳为矩形的非相干成像系统的光学传递函数。

5. sinc 函数

$$\text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{\sin \frac{\pi x}{a}}{\frac{\pi x}{a}} \quad (1.1-6)$$

式中, $a>0$,函数在原点具有最大值 1,零点位置在 $x = \pm na$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 处,参见图(1.1-1(e))。当 $a=1$ 时,有 $\text{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$,它的零点位于 $x = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 处。

二维 sinc 函数可以表示为: $\text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right)\text{sinc}\left(\frac{y}{b}\right)$, 式中, $a > 0, b > 0$ 。零点位置在 $(\pm na, \pm mb)$, n 和 m 均为正整数。

sinc 函数常用来描述狭缝或矩孔的夫琅禾费衍射图样。

6. 高斯函数

$$\text{Gaus}\left(\frac{x}{a}\right) = \exp\left[-\pi\left(\frac{x}{a}\right)^2\right] \quad (1.1-7)$$

见图 1.1-1(f), 函数在原点具有最大值 1, 曲线下的面积为 $a(a > 0)$ 。当 $a = 1$ 时, $\text{Gaus}(x) = \exp[-\pi x^2]$ 。

二维高斯函数可以表示为

$$\text{Gaus}\left(\frac{x}{a}\right)\text{Gaus}\left(\frac{y}{b}\right) = \exp\left\{-\pi\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]\right\} \quad (1.1-8)$$

式中, $a > 0, b > 0$, 函数曲面下的体积等于 ab 。当 $a = b = 1$ 时, 有

$$\text{Gaus}(x)\text{Gaus}(y) = \exp[-\pi(x^2 + y^2)] \quad (1.1-9)$$

也可用极坐标表示, 令 $r^2 = x^2 + y^2$, 有

$$\text{Gaus}(r) = \exp(-\pi r^2) \quad (1.1-10)$$

高斯函数常用来描述激光器发出的高斯光束。

7. 圆域函数

$$\text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_0}\right) = \begin{cases} 1, & \sqrt{x^2 + y^2} \leq r_0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1-11)$$

参见图 1.1-1(g), 函数呈圆柱形, 底半径为 r_0 , 高度为 1。在极坐标系中写成 $\text{circ}\left(\frac{r}{r_0}\right)$ 。当 $r_0 = 1$ 时, 圆域函数为 $\text{circ}(r)$ 。

圆域函数常用来表示圆孔的透过率。

8. δ 函数

二维空间 δ 函数的一般定义是

$$\begin{cases} \delta(x, y) = 0, & x \neq 0 \text{ 或 } y \neq 0 \\ \iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y) dx dy = 1 \end{cases} \quad (1.1-12)$$

定义式表明, 在原点以外脉冲函数的值恒为零, 而在原点附近无限小的范围内, 函数积分为 1。

常用 δ 函数代表点质量、点电荷、点脉冲、点光源或者其他在某坐标系中高度集中的物理量。对于实际物理量, 当然这只是一种理想化处理, 其目的在于使许多物理过程的研究更加方便。例如, 线性系统的性质可由其对脉冲输入的响应来决定。任意复杂的输入函数可分解为许多适当分布和加权的 δ 函数, 把它们分别作用于系统, 各脉冲产生响应的线性叠加即为系统总的响应。

δ 函数的另一种定义方式是把它看做由一些普通函数构成的序列的极限。函数的宽度逐渐减小, 幅度逐渐增大, 体积保持为 1。 δ 函数定义为它们的极限:

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^2 \text{rect}(Nx) \text{rect}(Ny) \quad (1.1-13)$$

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^2 \exp[-N^2 \pi(x^2 + y^2)] \quad (1.1-14)$$

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^2 \text{sinc}(Nx) \text{sinc}(Ny) \quad (1.1-15)$$

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N^2}{\pi} \text{circ}(N\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (1.1-16)$$

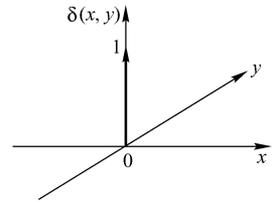


图 1.1-2 示出了 δ 函数的图示方法, 它用带箭头的竖线表示, 具有单位长度, 相应于 δ 函数的体积。

下面列出 δ 函数的常用性质, 这些性质都可由脉冲函数的定义直接导出 (本书未予证明)。

(1) 筛选性质

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0, y - y_0) \varphi(x, y) dx dy = \varphi(x_0, y_0) \quad (1.1-17)$$

在 $\varphi(x, y)$ 连续的各点上, 可通过位于 (x_0, y_0) 点的脉冲函数对 $\varphi(x, y)$ 的作用, 筛选出 $\varphi(x_0, y_0)$ 。

(2) 比例变化性质

$$\delta(ax, by) = \frac{1}{|ab|} \delta(x, y) \quad (1.1-18)$$

(3) δ 函数与普通函数的乘积

$$h(x, y) \delta(x - x_0, y - y_0) = h(x_0, y_0) \delta(x - x_0, y - y_0) \quad (1.1-19)$$

假定 $h(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 点连续。

9. 梳函数

沿 x 轴分布, 间隔都等于 1 的无穷多脉冲函数, 可用梳函数表示, 即

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n) = \text{comb}(x) \quad (1.1-20)$$

式中, n 取整数。利用 δ 函数的比例变化性质, 可以把间隔为 τ 的等间距脉冲序列表示为梳函数形式

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\tau) &= \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{x}{\tau} - n\right) \\ &= \frac{1}{\tau} \text{comb}\left(\frac{x}{\tau}\right) \end{aligned} \quad (1.1-21)$$

梳函数与普通函数的乘积是

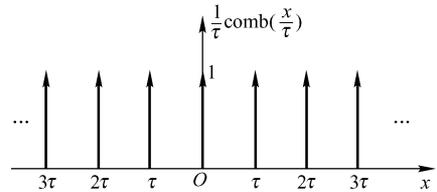
$$f(x) \cdot \frac{1}{\tau} \text{comb}\left(\frac{x}{\tau}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\tau) \delta(x - n\tau) \quad (1.1-22)$$

显然, 可以利用梳函数对其他普通函数做等间距抽样。

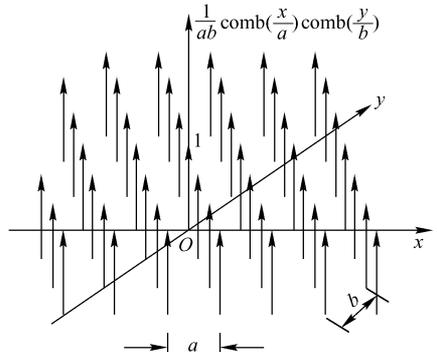
在 x, y 方向间隔分别等于 a 和 b ($a > 0, b > 0$) 的二维脉冲阵列, 可以表示为

$$\begin{aligned} &\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x - na, y - mb) \\ &= \frac{1}{ab} \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{b}\right) \end{aligned} \quad (1.1-23)$$

当 $a = b = 1$ 时, 则有



(a) 一维梳函数



(b) 二维梳函数

图 1.1-3 梳函数

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x-n, y-m) = \text{comb}(x) \text{comb}(y) \quad (1.1-24)$$

图 1.1-3 给出一维和二维梳函数的图示方法。光学上常用梳函数表示点光源的阵列,或小孔阵列的透过率函数。

1.1.2 卷积和相关

1. 卷积

(1) 卷积的定义

两个复值函数 $f(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 的卷积定义为

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x-\xi, y-\eta) d\xi d\eta \\ &= f(x, y) * h(x, y) \end{aligned} \quad (1.1-25)$$

式中, * 号表示卷积运算。 $f(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 的变量改为 ξ 和 η , 作为积分变量。 x, y 表示函数之一在 ξ, η 平面上的位移量。

采用图解分析有助于理解卷积运算的真实含义。见图 1.1-4 中两个一维函数卷积的例子。

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; \quad h(x) = \begin{cases} 1/2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$f(x) \text{ 和 } h(x) \text{ 的卷积为} \quad g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) h(x-\tau) d\tau \quad (1.1-26)$$

根据定义,卷积的具体过程是:把自变量改为 τ ,画出 $f(\tau)$ 和 $h(-\tau)$ 。只要将 $h(\tau)$ 相对纵轴折叠便得到其镜像 $h(-\tau)$;再把它沿横轴平移 $x = x_0$,就得到了 $h(x_0 - \tau)$ 。

当 $x > 0$ 时, $h(-\tau)$ 右移;当 $x < 0$ 时, $h(-\tau)$ 左移。为计算卷积,需对 $-\infty \sim +\infty$ 的每一个 x 值,都有一个 $h(x-\tau)$,使它和 $f(\tau)$ 相乘,计算出 $f(\tau)h(x_0 - \tau)$ 乘积曲线下的面积,就得到了与位移量 x_0 相应的卷积值 $g(x_0)$ 。在图 1.1-4 中,选取 $x = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}$ 分别算出 $f(\tau)h(x-\tau)$ 乘积曲线下的面积,并利用这些结果画出 $g(x)$ 的完整曲线。

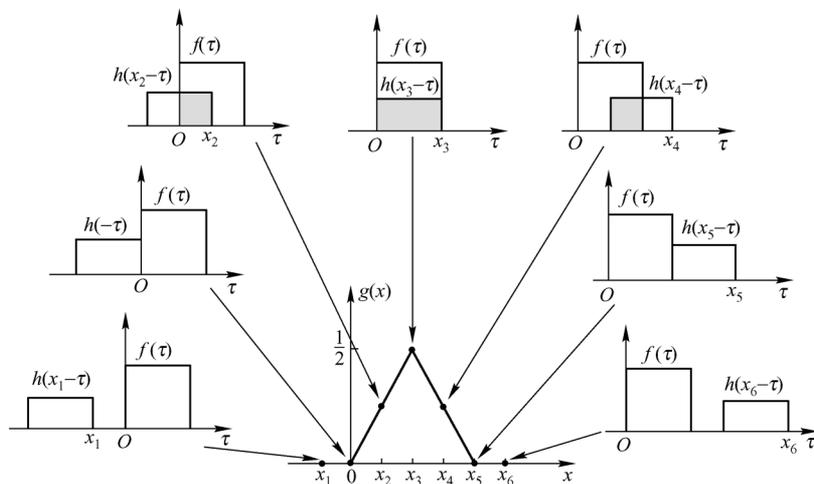


图 1.1-4 两个矩形函数卷积的图例

上述卷积的图解方法,概括起来有四个步骤:折叠、位移、相乘、积分。图解方法在系统分析中是很有用的,它使我们能直观地理解许多抽象的关系。在直接计算卷积积分时,图解方法也有助于确定积分限。再看图 1.1-5 所示的例子,作卷积运算的函数是

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; \quad h(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

当 $x \leq 0$ 时,乘积 $f(\tau)h(x-\tau)$ 为零,结果使 $g(x) = 0$ 。

当 $x > 0$ 时,计算 $f(\tau)h(x-\tau)$ 乘积曲线下的面积:

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(x-\tau) d\tau = \int_0^x 1 \cdot e^{-(x-\tau)} d\tau = e^{-x}(e^x - 1) = 1 - e^{-x}$$

应当注意卷积运算的两个效应:

① 展宽 假如函数只在一个有限区间内不为零,这个区间可称为函数的宽度。一般来说,卷积的宽度等于被卷函数的宽度之和。例如,图 1.1-4 中卷积得到的三角形函数宽度就等于两个参与卷积的矩形函数宽度之和。

② 平滑化 被卷积的函数经过卷积运算,其细微结构在一定程度上被消除,函数本身的起伏振荡变得平缓圆滑。当然,平滑化的程度取决于被卷函数的结构。举一个实例说明这点:用矩形函数表示狭缝的透过率 $h(x)$,对光强的空间分布 $f(x)$ 扫描,在狭缝后面用光电探测器记录光强分布 $g(x)$ 。这一扫描记录的物理过程包含了平移、相乘、积分等环节, $h(x)$ 是偶函数,折叠不发生变化。因而这是一个卷积运算过程。当狭缝很窄时, $g(x)$ 接近于 $f(x)$ 。狭缝越宽,平滑化越严重, $g(x)$ 中已失去 $f(x)$ 的细节(见图 1.1-6)。

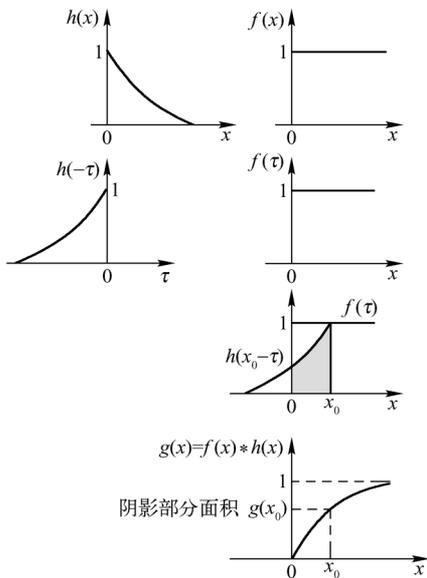


图 1.1-5 阶跃函数与负指数函数的卷积

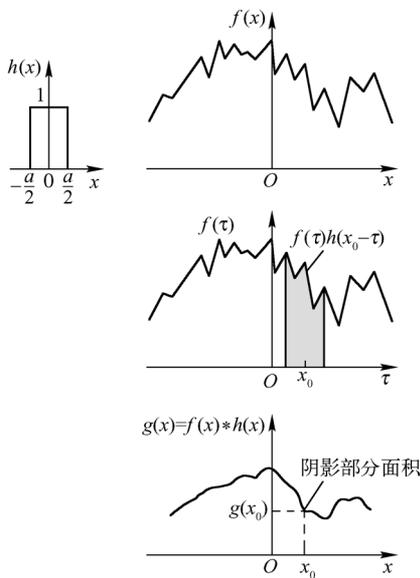


图 1.1-6 卷积的平滑化

(2) 卷积运算定律

① 交换律 $f(x, y) * h(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$ (1.1-27)

② 分配律 $[v(x, y) + w(x, y)] * h(x, y) = v(x, y) * h(x, y) + w(x, y) * h(x, y)$ (1.1-28)

③ 结合律 $[v(x, y) * w(x, y)] * h(x, y) = v(x, y) * [w(x, y) * h(x, y)]$ (1.1-29)

(3) 包含脉冲函数的卷积

任意函数 $f(x, y)$ 与 δ 函数卷积

$$f(x, y) * \delta(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \delta(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta$$

注意 δ 函数是偶函数, 并利用其筛选性质得到

$$f(x, y) * \delta(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \delta(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta = f(x, y) \quad (1.1-30)$$

即任意函数 $f(x, y)$ 与 δ 函数卷积, 得出函数 $f(x, y)$ 本身。将上式做简单推广得到

$$f(x, y) * \delta(x - x_0, y - y_0) = f(x - x_0, y - y_0) \quad (1.1-31)$$

卷积的结果是把函数 $f(x, y)$ 平移到脉冲所在的空间位置。

2. 相关

(1) 互相关

两个复函数 $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 的互相关定义为

$$\begin{aligned} r_{fg}(x, y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) g^*(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta \\ &= f(x, y) \star g(x, y) \end{aligned} \quad (1.1-32)$$

式中, g^* 是函数 g 的复共轭, \star 号表示相关运算。

若令 $\xi - x = \xi', \eta - y = \eta'$, 可以得到互相关定义的另一种形式:

$$\begin{aligned} r_{fg}(x, y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi' + x, \eta' + y) g^*(\xi', \eta') d\xi' d\eta' \\ &= f(x, y) \star g(x, y) \end{aligned} \quad (1.1-33)$$

若 f 和 g 是一维函数, 互相关定义为

$$r_{fg}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) g^*(\xi - x) d\xi = f(x) \star g(x) \quad (1.1-34)$$

相关与卷积相比较差别仅在于: 相关运算中函数 g 应取复共轭, 但不需要折叠; 而位移、相乘、积分的三个步骤是同样的。两个实函数(阶跃函数和负指数函数)的互相关图解分析见图 1.1-7, 与图 1.1-5 相比较, 相关与卷积的结果完全不同。

互相关也可用卷积符号表示, 即

$$\begin{aligned} f(x) \star g(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) g^*(\xi - x) d\xi \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) g^*\left(\frac{x - \xi}{-1}\right) d\xi \\ &= f(x) * g^*(-x) \end{aligned} \quad (1.1-35)$$

显然, 只有当 g 为实的偶函数时, 才有 $f(x) \star g(x) = f(x) * g(x)$ 。

互相关运算不满足交换律。若 $r_{fg}(x, y) = f(x, y) \star g(x, y)$, $r_{gf}(x, y) = g(x, y) \star f(x, y)$, 则 $r_{fg}(x, y) \neq r_{gf}(x, y)$ 。

不难证明 $r_{fg}(x, y) = r_{gf}^*(-x, -y)$ (1.1-36)

因此, 相关计算时应注意两个函数的顺序, 以及哪一个函数取复共轭, 这一点和卷积很不同。

互相关是两个信号之间存在多少相似性的量度。两个完全不同的、毫无关系的信号, 对所有位置, 它们互相关的值应为零。假如

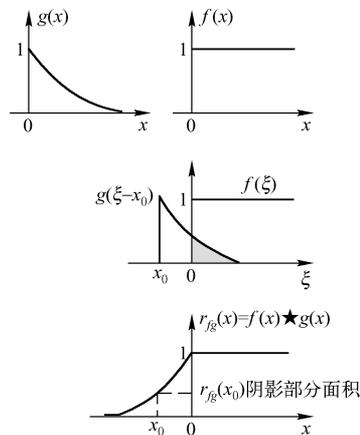


图 1.1-7 相关的图解方法

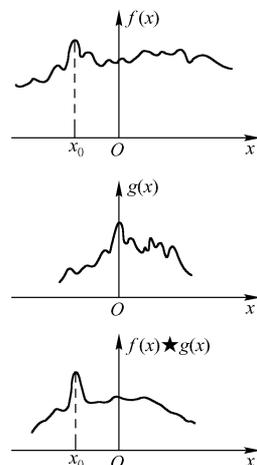


图 1.1-8 两个函数相似时存在相关峰值

两个信号由于某种物理上的联系在一些部位存在相似性,在相应位置上就存在非零的互相关。图 1.1-8 中示出两个实函数相关的例子,在 $x = x_0$ 处可看到相关峰值。

(2) 自相关

复函数 $f(x, y)$ 的自相关定义为

$$\begin{aligned} r_{ff}(x, y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) f^*(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta \\ &= f(x, y) \star f(x, y) \end{aligned} \quad (1.1-37)$$

$$\text{或 } r_{ff}(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi' + x, \eta' + y) f^*(\xi', \eta') d\xi' d\eta' \quad (1.1-38)$$

一维自相关函数定义为

$$r_{ff}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) f^*(\xi - x) d\xi \quad (1.1-39)$$

对于复函数 $f(x, y)$, 利用式(1.1-36)可知其自相关函数是厄米的, 即

$$r_{ff}(x, y) = r_{ff}^*(-x, -y) \quad (1.1-40)$$

对于实函数 $f(x, y)$, 自相关函数是实的偶函数,

$$r_{ff}(x, y) = r_{ff}(-x, -y) \quad (1.1-41)$$

自相关函数有一个重要的性质: 它的模在原点最大, 即

$$|r_{ff}(x, y)| \leq r_{ff}(0, 0) \quad (1.1-42)$$

自相关函数乃是自变量相差某一大小, 函数值间相关的量度。当 $x = y = 0$ 时, $f(\xi, \eta) f^*(\xi - x, \eta - y)$ 就等于 $|f(\xi, \eta)|^2$, 对于每个 (ξ, η) 点, 这个值总是正的, 积分 $r_{ff}(0, 0)$ 将有最大值。当信号相对本身有平移时, 就改变了位移为零时具有的逐点相似性, 自相关的模减小。但是只要信号本身在不同部位存在相似结构, 相应部位还会产生不为零的自相关值; 当位移足够大时, 自相关值可能趋于零。图 1.1-9 示出了实函数自相关的例子。

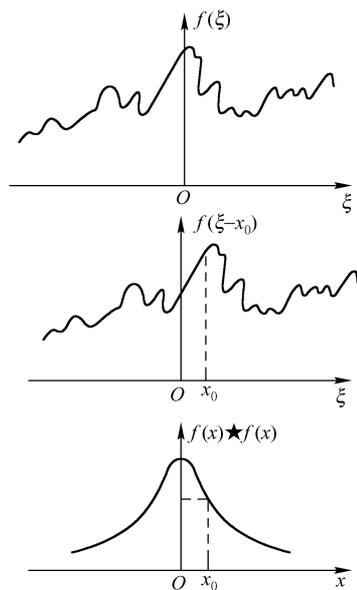


图 1.1-9 信号自相关

1.1.3 二维傅里叶变换定义及存在条件

函数 $f(x, y)$ 的二维傅里叶变换定义为

$$F(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (1.1-43)$$

记做 $\mathcal{F}\{f(x, y)\}$ 。式中 x, y, f_x, f_y 均为实变量, $f(x, y)$ 可为实函数, 也可为复函数。 $F(f_x, f_y)$ 是否为复函数取决于 $f(x, y)$ 的性态。

类似地, 可以定义傅里叶逆变换为

$$f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (1.1-44)$$

根据欧拉公式, $\exp[j2\pi(f_x x + f_y y)]$ 可用频率为 f_x, f_y 的 x, y 的余(正)弦函数表示。式(1.1-44)表示函数 $f(x, y)$ 是各种频率为 f_x, f_y 的 x, y 的余(正)弦函数的叠加, 叠加时的权重因子是 $F(f_x, f_y)$ 。因此 $F(f_x, f_y)$ 常称为函数 $f(x, y)$ 的频谱。

什么情况下傅里叶积分才有意义? 或者说傅里叶变换存在的条件是什么? 假如函数 $f(x, y)$ 满足下述条件:

① $f(x, y)$ 在整个 xy 平面绝对可积, 即 $\iint_{-\infty}^{\infty} |f(x, y)| dx dy < \infty$ 。

② 在任一有限区域里, $f(x, y)$ 必须只有有限个间断点和有限个极大和极小点。

③ $f(x, y)$ 必须没有无穷大间断点。

则函数 $f(x, y)$ 的傅里叶变换存在。布拉塞维尔 (Bracewell) 曾指出: “物理上的可能是一个变换存在的很有力的充分条件。”然而, 在分析系统时, 为了方便, 往往用理想化的数学函数来近似实际的物理波形, 这些函数常不符合上述条件, 如 δ 函数、正余弦函数、阶跃函数等。显然, 若希望用傅里叶分析讨论更多的有用函数, 必须对傅里叶变换定义做些推广。

1.1.4 广义傅里叶变换

若函数可以看做某个可变换函数所组成的序列的极限, 对序列中每一函数进行变换, 组成一个新的变换式序列, 这个新序列的极限就是原来函数的广义傅里叶变换。

以函数 $g(x, y) = 1$ 为例说明广义变换的计算。显然它不符合傅里叶变换存在条件, 但可以把它定义为矩形函数序列的极限

$$g(x, y) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \text{rect}\left(\frac{x}{\tau}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{\tau}\right)$$

不难求出矩形函数的傅里叶变换

$$\mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{x}{\tau}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{\tau}\right)\right\} = \tau^2 \text{sinc}(\tau f_x) \text{sinc}(\tau f_y)$$

根据广义变换定义 $\mathcal{F}\{g(x, y)\} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \tau^2 \text{sinc}(\tau f_x) \text{sinc}(\tau f_y) = \delta(f_x, f_y)$

即

$$\mathcal{F}\{1\} = \delta(f_x, f_y) \quad (1.1-45)$$

广义变换可以按照和通常变换相同的规则进行运算, 而不再考虑二者的差别。当一个函数不满足变换存在的条件时, 我们仍说它有一个变换式, 这实际上就是指广义变换。

1.1.5 虚、实、奇、偶函数傅里叶变换的性质

利用欧拉公式, 可把式(1.1-43)写成

$$F(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cos 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy - j \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \sin 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy$$

如果

$$f(x, y) = f_r(x, y) + j f_i(x, y)$$

其中 $f_r(x, y)$ 和 $f_i(x, y)$ 分别为复函数 $f(x, y)$ 的实部和虚部, 则上式进一步化为

$$\begin{aligned} F(f_x, f_y) &= \left[\iint_{-\infty}^{\infty} f_r(x, y) \cos 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy + \iint_{-\infty}^{\infty} f_i(x, y) \sin 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy \right] + \\ &\quad j \left[\iint_{-\infty}^{\infty} f_i(x, y) \cos 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy - \iint_{-\infty}^{\infty} f_r(x, y) \sin 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy \right] \\ &= R(f_x, f_y) + j I(f_x, f_y) \end{aligned}$$

其中, $R(f_x, f_y)$ 和 $I(f_x, f_y)$ 分别为复函数 $F(f_x, f_y)$ 的实部和虚部。当 $f(x, y)$ 具有下述特性时, 上式还能进一步简化, 其傅里叶变换也表现出相应的特殊性质:

(1) $f(x, y)$ 是实函数, 即 $f(x, y) = f_r(x, y)$ 时, 有

$$R(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f_r(x, y) \cos 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy$$

$$I(f_x, f_y) = -\iint_{-\infty}^{\infty} f_r(x, y) \sin 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy$$

$R(f_x, f_y)$ 为偶函数, $I(f_x, f_y)$ 为奇函数, 因而 $F(f_x, f_y)$ 是厄米型函数, 即

$$F(f_x, f_y) = F^*(-f_x, -f_y) \quad (1.1-46)$$

(2) $f(x, y)$ 是实值偶函数, 则

$$F(f_x, f_y) = 2 \iint_0^{\infty} f(x, y) \cos 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy \quad (1.1-47)$$

因为 $F(f_x, f_y) = F(-f_x, -f_y)$, 所以 $F(f_x, f_y)$ 也是实值偶函数。

(3) $f(x, y)$ 是实值奇函数, 则

$$F(f_x, f_y) = -2j \iint_0^{\infty} f(x, y) \sin 2\pi(f_x x + f_y y) dx dy \quad (1.1-48)$$

因为 $F(f_x, f_y) = -F(-f_x, -f_y)$, 所以 $F(f_x, f_y)$ 是虚值奇函数。

显然, 傅里叶变换并不改变函数的奇偶性, 通常把这个性质称为傅里叶变换的对称性。

表 1.1-1 中列出了虚、实、奇、偶函数的傅里叶变换性质。我们不再一一证明。

表 1.1-1 虚、实、奇、偶函数的傅里叶变换性质

空域 $f(x, y)$	频域 $F(f_x, f_y)$	空域 $f(x, y)$	频域 $F(f_x, f_y)$
实函数	厄米型函数	虚值偶函数	虚值偶函数
虚函数	反厄米型函数 ^①	虚值奇函数	实值奇函数
实值偶函数	实值偶函数	偶函数	偶函数
实值奇函数	虚值奇函数	奇函数	奇函数

① 若实部为奇函数, 虚部为偶函数, 则函数是反厄米型函数。

1.1.6 傅里叶变换定理

设函数 $g(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 的傅里叶变换分别为 $G(f_x, f_y)$ 和 $H(f_x, f_y)$, 则有以下定理。

(1) 线性定理

$$\mathcal{F}\{\alpha g(x, y) + \beta h(x, y)\} = \alpha G(f_x, f_y) + \beta H(f_x, f_y) \quad (1.1-49)$$

即两个函数之和的变换等于它们各自变换之和。

(2) 相似性定理

$$\mathcal{F}\{g(ax, by)\} = \frac{1}{|ab|} G\left(\frac{f_x}{a}, \frac{f_y}{b}\right) \quad (1.1-50)$$

即空域中坐标 (x, y) 的扩展, 导致频域中坐标 (f_x, f_y) 的压缩及频谱幅度的变化

(3) 位移定理

$$\mathcal{F}\{g(x-a, y-b)\} = G(f_x, f_y) \exp[-j2\pi(f_x a + f_y b)] \quad (1.1-51)$$

即函数在空域中平移, 带来频域中的线性相移。另一方面有

$$\mathcal{F}\{g(x, y) \exp[j2\pi(f_a x + f_b y)]\} = G(f_x - f_a, f_y - f_b) \quad (1.1-52)$$

即函数在空域的相移,会导致频谱的位移。

(4) 帕色伐尔(Parseval)定理

$$\iint_{-\infty}^{\infty} |g(x,y)|^2 dx dy = \iint_{-\infty}^{\infty} |G(f_x, f_y)|^2 df_x df_y \quad (1.1-53)$$

若 $g(x,y)$ 表示一个实际的物理信号, $|G(f_x, f_y)|^2$ 通常称为信号的功率谱(或能量谱)。该定理表明信号在空域的能量与其在频域的能量守恒。

(5) 卷积定理

$$\mathcal{F}\{g(x,y) * h(x,y)\} = G(f_x, f_y) \cdot H(f_x, f_y) \quad (1.1-54)$$

即空间域两个函数的卷积,对应在频域得到它们各自变换式的乘积。

$$\text{另一方面有} \quad \mathcal{F}\{g(x,y)h(x,y)\} = G(f_x, f_y) * H(f_x, f_y) \quad (1.1-55)$$

当一个复杂函数可以表示成简单函数的乘积或卷积时,利用卷积定理就可由简单函数的傅里叶变换来确定复杂函数的变换式。而且卷积定理为获得两个函数的卷积提供了另一途径,即将两函数的变换式相乘,再对乘积做逆变换。

(6) 自相关定理(维纳-辛钦定理)

$$\mathcal{F}\{g(x,y) \star g(x,y)\} = |G(f_x, f_y)|^2 \quad (1.1-56)$$

即信号的自相关和功率谱之间存在傅里叶变换关系。

$$\text{另一方面有} \quad \mathcal{F}\{|g(x,y)|^2\} = G(f_x, f_y) \star G(f_x, f_y) \quad (1.1-57)$$

(7) 傅里叶积分定理

在 g 的各个连续点上

$$\mathcal{F}\mathcal{F}^{-1}\{g(x,y)\} = \mathcal{F}^{-1}\mathcal{F}\{g(x,y)\} = g(x,y) \quad (1.1-58)$$

即对函数相继进行变换和逆变换,又重新得到原函数。

1.1.7 可分离变量函数的变换

在某个坐标系中,一个二维函数如能表示为两个一维函数的乘积,则称此函数在这种坐标系中是可分离的。例如,若

$$g(x,y) = g_x(x) \cdot g_y(y)$$

则函数 g 在直角坐标系中是可分离的。它的傅里叶变换式为

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{g(x,y)\} &= \iint_{-\infty}^{\infty} g(x,y) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} g_x(x) \exp(-j2\pi f_x x) dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} g_y(y) \exp(-j2\pi f_y y) dy \\ &= \mathcal{F}_x\{g_x\} \cdot \mathcal{F}_y\{g_y\} \end{aligned} \quad (1.1-59)$$

即函数 g 的二维傅里叶变换式,只是两个一维傅里叶变换式的乘积。由于函数的可分离性,使复杂的二维计算简化为更简单的一维计算。

1.1.8 傅里叶-贝塞尔变换

极坐标中的函数 g ,若它仅仅是半径 r 的函数,即

$$g(r, \theta) = g_R(r)$$

则称它是圆对称的。由于光学系统通常具有圆对称性,研究圆对称函数的傅里叶变换是十分

必要的。

g 在直角坐标中的傅里叶变换式为

$$G(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (1.1-60)$$

把 xy 平面和 $f_x f_y$ 平面用直角坐标表示的变量变换为极坐标表示的变量:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right); \quad x = r \cos \theta, y = r \sin \theta;$$

$$\rho = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}, \varphi = \arctan\left(\frac{f_y}{f_x}\right); \quad f_x = \rho \cos \varphi, f_y = \rho \sin \varphi$$

则式(1.1-60)变为

$$G(\rho, \varphi) = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} r g_R(r) \exp[-j2\pi r \rho (\cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi)] dr$$

$$= \int_0^{\infty} r g_R(r) dr \int_0^{2\pi} \exp[-j2\pi r \rho \cos(\theta - \varphi)] d\theta \quad (1.1-61)$$

利用贝塞尔恒等式

$$J_0(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-ja \cos(\theta - \varphi)] d\theta \quad (1.1-62)$$

式中, J_0 是零阶第一类贝塞尔函数。把它代入式(1.1-61), 得到

$$G(\rho) = 2\pi \int_0^{\infty} r \cdot g_R(r) J_0(2\pi r \rho) dr \quad (1.1-63)$$

由于变换式不再依赖于角度 φ , 而仅仅是半径 ρ 的函数, 因此可用 $G(\rho)$ 替代 $G(\rho, \varphi)$ 。即圆对称函数的傅里叶变换式本身也是圆对称的, 它可通过一维计算求出。称傅里叶变换的这种特殊形式为傅里叶 - 贝塞尔变换或零阶汉克尔变换, 用符号 $\mathcal{B}\{\}$ 表示。

用完全类似的方法可证明圆对称函数 $G(\rho)$ 的逆变换为

$$g_R(r) = 2\pi \int_0^{\infty} \rho \cdot G(\rho) J_0(2\pi r \rho) d\rho = \mathcal{B}^{-1}\{G(\rho)\} \quad (1.1-64)$$

因此, 对于圆对称函数变换和逆变换运算并没有差别, 只不过前者积分在空间域, 后者积分在频率域。

傅里叶 - 贝塞尔变换只不过是二维傅里叶变换用于圆对称函数的一个特殊情况, 因而傅里叶变换的有关定理完全适用于傅里叶 - 贝塞尔变换, 只不过这些定理有不同的表述方式。例如, 相似性定理为

$$\mathcal{B}\{g_R(ar)\} = \frac{1}{a} G\left(\frac{\rho}{a}\right) \quad (1.1-65)$$

傅里叶积分定理: 在 $g_R(r)$ 连续的每一 r 值上有

$$\mathcal{B}\mathcal{B}^{-1}\{g_R(r)\} = \mathcal{B}\mathcal{B}\{g_R(r)\} = g_R(r) \quad (1.1-66)$$

1.1.9 周期函数的傅里叶变换

引入广义函数概念后, 可以直接对周期函数进行傅里叶变换。先把周期函数 $g(x)$ 表示为傅里叶级数形式

$$g(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(j2\pi n f_0 x)$$

其中 f_0 是函数 $g(x)$ 的基频。根据傅里叶变换定义

$$\begin{aligned}
 G(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \exp(-j2\pi fx) dx \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(j2\pi n f_0 x) \right] \exp(-j2\pi fx) dx
 \end{aligned}$$

交换求和与积分的先后次序,得到

$$G(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-j2\pi(f - nf_0)x] dx$$

利用式(1.1-45)和变换的位移定理得

$$G(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(f - nf_0) \quad (1.1-67)$$

结果表明,周期函数的频谱由一系列适当加权的 δ 函数构成,是频率间隔为 f_0 的离散谱。

显然,傅里叶级数可以看做傅里叶变换的一种特殊情况

1.1.10 一些常用函数的傅里叶变换式

1. δ 函数

利用 δ 函数筛选性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{-j2\pi fx} dx = e^0 = 1$$

因此

$$\mathcal{F}\{\delta(x)\} = 1$$

同理可证明对于二维 δ 函数有

$$\mathcal{F}\{\delta(x, y)\} = 1 \quad (1.1-68)$$

2. 梳函数

梳函数可以看做周期函数,把它展开为傅里叶级数

$$g(x) = \frac{1}{\tau} \text{comb}\left(\frac{x}{\tau}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(j2\pi n f_0 x)$$

式中, $f_0 = 1/\tau$, 傅里叶系数为

$$c_n = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} f(x) \exp(-j2\pi n f_0 x) dx = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \delta(x) \exp(-j2\pi n f_0 x) dx = \frac{1}{\tau} e^0 = \frac{1}{\tau}$$

因此

$$g(x) = \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(j2\pi n f_0 x)$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}\{g(x)\} &= \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}\{\exp(j2\pi n f_0 x)\} = \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - n f_0) \\
 &= \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{\tau}\right) = \text{comb}(\tau f)
 \end{aligned}$$

即

$$\mathcal{F}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\tau)\right\} = \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{\tau}\right) \quad (1.1-69)$$

或者

$$\mathcal{F}\left\{\frac{1}{\tau} \text{comb}\left(\frac{x}{\tau}\right)\right\} = \text{comb}(\tau f) \quad (1.1-70)$$

当 $\tau=1$ 时,有 $\mathcal{F}\{\text{comb}(x)\} = \text{comb}(f)$
 对于二维梳函数有 $\mathcal{F}\{\text{comb}(x)\text{comb}(y)\} = \text{comb}(f_x)\text{comb}(f_y)$ (1.1-71)

3. 矩形函数

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{\text{rect}(x)\} &= \int_{-1/2}^{1/2} e^{-j2\pi fx} dx = \frac{1}{j2\pi f}(e^{j\pi f} - e^{-j\pi f}) \\ &= \frac{\sin \pi f}{\pi f} = \text{sinc}(f)\end{aligned}$$

二维矩形函数是可分离的函数,不难求出

$$\mathcal{F}\{\text{rect}(x)\text{rect}(y)\} = \text{sinc}(f_x)\text{sinc}(f_y) \quad (1.1-72)$$

4. 高斯函数

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{\text{Gaus}(x)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi x^2} e^{-j2\pi fx} dx = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi(x^2 + j2fx)} dx \\ &= e^{-\pi f^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi(x+jf)^2} dx = e^{-\pi f^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi(x+jf)^2} d(x+jf)\end{aligned}$$

由于 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi \xi^2} d\xi = 1$, 所以

$$\mathcal{F}\{\text{Gaus}(x)\} = e^{-\pi f^2} = \text{Gaus}(f)$$

即高斯函数的傅里叶变换仍然是一个高斯函数。由函数的可分离性,可以证明二维高斯函数的变换式为

$$\mathcal{F}\{\text{Gaus}(x)\text{Gaus}(y)\} = \text{Gaus}(f_x)\text{Gaus}(f_y) \quad (1.1-73)$$

5. 余弦函数

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{\cos 2\pi f_a x\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \cos 2\pi f_a x e^{-j2\pi fx} dx = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (e^{j2\pi f_a x} + e^{-j2\pi f_a x}) e^{-j2\pi fx} dx \\ &= \frac{1}{2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi x(f-f_a)} dx + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi x(f+f_a)} dx \right] \\ &= \frac{1}{2} [\delta(f-f_a) + \delta(f+f_a)]\end{aligned}$$

同理可证 $\mathcal{F}\{\cos[2\pi(f_a x + f_b y)]\} = \frac{1}{2} [\delta(f_x - f_a, f_y - f_b) + \delta(f_x + f_a, f_y + f_b)]$ (1.1-74)

6. 三角形函数

三角形函数可以看做两个矩形函数的卷积。利用卷积定理和矩形函数的傅里叶变换式可以很方便地计算三角形函数的傅里叶变换。

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{\text{tri}(x)\} &= \mathcal{F}\{\text{rect}(x) * \text{rect}(x)\} = \mathcal{F}\{\text{rect}(x)\} \cdot \mathcal{F}\{\text{rect}(x)\} \\ &= \text{sinc}(f) \cdot \text{sinc}(f) = \text{sinc}^2(f)\end{aligned} \quad (1.1-75)$$

图 1.1-10 所示为利用卷积定理的图解方法。这种方法用图形表示出函数在空间域和频率域的对应关系,分析思路直观又便于记忆。

7. 圆域函数

由于函数是圆对称的,利用傅里叶-贝塞尔变换式

$$\mathcal{B}\{\text{circ}(r)\} = 2\pi \int_0^1 r J_0(2\pi r \rho) dr$$

做变量置换,令 $r' = 2\pi r \rho$, 并利用恒等式

$$\int_0^x \xi J_0(\xi) d\xi = x J_1(x) \quad (1.1-76)$$

$$\mathcal{B}\{\text{circ}(r)\} = \frac{1}{2\pi \rho^2} \int_0^{2\pi \rho} r' J_0(r') dr' = \frac{J_1(2\pi \rho)}{\rho} \quad (1.1-77)$$

式中, J_1 是一阶第一类贝塞尔函数。图 1.1-11 示出了圆域函数变换的结果,它也是圆对称的,中央峰值为 π ,零点位置是不等距的。

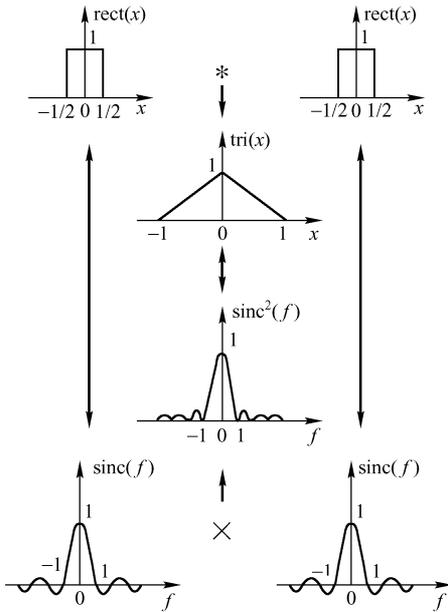


图 1.1-10 计算 $\mathcal{F}\{\text{tri}(x)\}$ 的图解过程

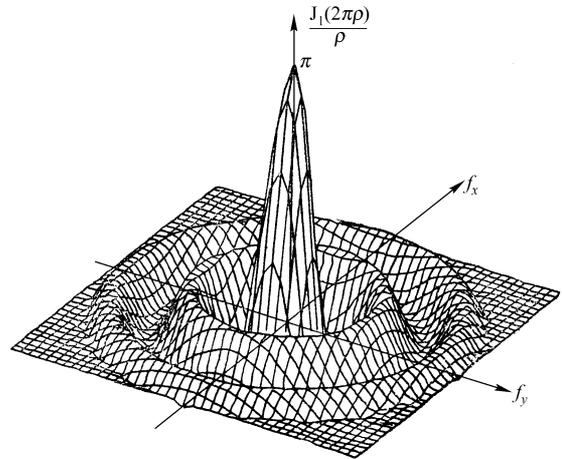


图 1.1-11 圆域函数的变换

一些常用的傅里叶变换对见表 1.1-2。

表 1.1-2 常用傅里叶变换对

原函数	频谱函数	原函数	频谱函数
1	$\delta(f_x, f_y)$	$\text{sgn}(x) \text{sgn}(y)$	$\frac{1}{j\pi f_x} \cdot \frac{1}{j\pi f_y}$
$\delta(x, y)$	1	$\text{rect}(x) \text{rect}(y)$	$\text{sinc}(f_x) \text{sinc}(f_y)$
$\exp[j2\pi(f_a x + f_b y)]$	$\delta(f_x - f_a, f_y - f_b)$	$\text{tri}(x) \text{tri}(y)$	$\text{sinc}^2(f_x) \text{sinc}^2(f_y)$
$\delta(x - a, y - b)$	$\exp[-j2\pi(f_x a + f_y b)]$	$\text{comb}(x) \text{comb}(y)$	$\text{comb}(f_x) \text{comb}(f_y)$
$\cos 2\pi f_0 x$	$\frac{1}{2} [\delta(f_x - f_0) + \delta(f_x + f_0)]$	$\exp[-\pi(x^2 + y^2)]$	$\exp[-\pi(f_x^2 + f_y^2)]$
$\text{step}(x)$	$\frac{1}{2} \delta(f_x) + \frac{1}{j2\pi f_x}$	$\text{circ}(r)$	$\frac{J_1(2\pi \rho)}{\rho}$

1.2 线性系统

一个物理系统是指某一个装置,当施加一个激励时,它呈现某种响应。激励常称为系统的输入,而响应则称为系统的输出。于是,我们广义地定义系统为一个变换,它把输入函数变换为输出函数。对于电路网络,输入和输出都是一维的实值函数,即随时间变化的电压或电流信号。对于光学系统来说,输入和输出可能是二维的实值函数——随空间位置变化的光强分布;也可能是二维的复值函数——随空间位置变化的复振幅分布。究竟是以强度还是以复振幅作为系统变量,与系统的空间相干性有关。

一个系统可以有多个输入和输出端,并且各自的数目不一定相同。但是我们将主要讨论一个输入端和一个输出端的系统。此外,我们并不关心系统内部的结构和工作情况,而只关心系统的边端性质,即输入-输出关系。

与经典光学的方法不同,在傅里叶光学中,通常是以线性系统理论为基础去分析各种光学问题的。在一定的限制条件下,光波的传播、衍射、成像等现象都可以看做线性的、空间不变的。对于它们的讨论就可以采用线性系统分析的典型方法。特别是傅里叶分析法(频谱分析法),这不仅能简化问题的讨论,而且能更清晰地揭示出这些现象的物理实质。

1.2.1 线性系统

可以用一个数学算符 $\mathcal{L}\{\}$ 来描述系统的作用。若函数 $f(x,y)$ 表示一个系统的输入, $g(x,y)$ 表示与之相应的输出,系统的作用则可由下式表示:

$$g(x,y) = \mathcal{L}\{f(x,y)\} \quad (1.2-1)$$

它表明输入函数 $f(x,y)$ 由算符 $\mathcal{L}\{\}$ 映射或变换成输出函数 $g(x,y)$ 。

1. 线性系统的定义

考虑一个用算符 $\mathcal{L}\{\}$ 表示的系统,对任意两个输入函数 $f_1(x,y)$ 和 $f_2(x,y)$ 有

$$\mathcal{L}\{f_1(x,y)\} = g_1(x,y)$$

$$\mathcal{L}\{f_2(x,y)\} = g_2(x,y)$$

若对于任意复数常数 a_1 和 a_2 ,当输入函数为 $[a_1f_1(x,y) + a_2f_2(x,y)]$ 时,输出函数为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{a_1f_1(x,y) + a_2f_2(x,y)\} &= \mathcal{L}\{a_1f_1(x,y)\} + \mathcal{L}\{a_2f_2(x,y)\} = a_1\mathcal{L}\{f_1(x,y)\} + a_2\mathcal{L}\{f_2(x,y)\} \\ &= a_1g_1(x,y) + a_2g_2(x,y) \end{aligned} \quad (1.2-2)$$

则此系统是线性系统。式(1.2-2)表明线性系统具有叠加性质,即系统对几个激励的线性组合的整体响应就等于各单个激励所产生的响应的线性组合。图 1.2-1 示出了激励为两个一维函数的例子。不仅电阻、电容、电感所组成的电路系统,而且包括光学系统,在一定条件下都可以看做线性系统。

利用线性系统的叠加性质,可以方便地求出系统对于任意复杂输入的响应。首先把复杂输入分解成许多更加基本的函数,即“基元”函数的线性组合。而基元函数的响应是较容易单独确定的。这些基元函数的响应再经线性组合,就可以得到复杂输入所对应的输出。基元函数(或基元激励)通常是指不能再进行分解的基本函数单元。在线性系统分析中,常用的基元函数有 δ 函数、阶跃函数、余弦函数、复指数函数等。

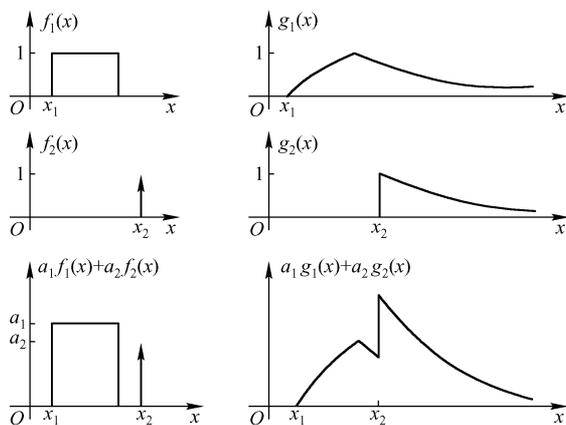


图 1.2-1 线性系统的叠加性质

2. 脉冲响应

首先研究 δ 函数作为基元函数的情况。 δ 函数的筛选性质,为我们提供了对输入进行分解的方法:

$$f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \delta(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \quad (1.2-3)$$

上式表明,函数 $f(x, y)$ 可以看做 xy 坐标平面上不同位置处的许多 δ 函数的线性组合。每一个位于 (ξ, η) 坐标的 δ 函数的权重因子是 $f(\xi, \eta)$,我们把这种分解方法叫做脉冲分解。

系统的作用可用算符表示,于是相应的输出为

$$g(x, y) = \mathcal{L} \{f(x, y)\} = \mathcal{L} \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \delta(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \right\}$$

由于线性系统具有叠加性质,允许先把算符 $\mathcal{L} \{ \}$ 作用到各个基元函数上,再把基元函数响应叠加起来。因此,上式中算符 $\mathcal{L} \{ \}$ 可移进积分号内,得到

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \mathcal{L} \{ \delta(x - \xi, y - \eta) \} d\xi d\eta \quad \xrightarrow{\delta(x-\xi, y-\eta)} \boxed{\text{线性系统}} \xrightarrow{h(x, y; \xi, \eta)}$$

令 $h(x, y; \xi, \eta) = \mathcal{L} \{ \delta(x - \xi, y - \eta) \} \quad (1.2-4)$ 图 1.2-2 线性系统的脉冲响应

$h(x, y; \xi, \eta)$ 表示系统输出平面 (x, y) 点对位于输入平面坐标 (ξ, η) 点的 δ 函数激励的响应。称为系统的脉冲响应(见图 1.2-2)。

代入脉冲响应 h ,系统的输出可以写为

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x, y; \xi, \eta) d\xi d\eta \quad (1.2-5)$$

式(1.2-5)通常称为“叠加积分”,它描述了线性系统输入和输出的变换关系。显然,线性系统的性质完全由它对单位脉冲的响应表征。只要知道系统对位于输入平面上所有可能点上的脉冲响应,就可以通过叠加积分而完全确定系统的输出。另一方面,若系统的输入函数 $f(x, y)$ 和输出函数 $g(x, y)$ 之间存在着叠加积分所描述的关系,就可以认为这是一个线性系统。

为了更好地理解叠加积分的物理含义,我们以线性光学成像系统为例:一幅输入图像或者说物体可以看做点物的一个集合,只要能确定所有点物的像,就可以完备描述这一成像系统的

效应。必须强调指出,只有把所有点物的像叠加起来,才能得到输出图像。即完全确定一个线性系统的性质,需要知道系统对于输入平面所有可能位置上的 δ 函数输入的脉冲响应。显然,要做到这一点,仍然是困难的。只是对于线性系统的一个重要子类——线性不变系统,分析才变得十分简单。

1.2.2 线性不变系统

1. 线性不变系统的定义

一个空间脉冲在输入平面位移,线性系统的响应函数形式不变,只是产生相应位移,即

$$\mathcal{L} \{ \delta(x - \xi, y - \eta) \} = h(x - \xi, y - \eta) \quad (1.2-6)$$

这样的系统称为空间不变系统或位移不变系统。对于空间不变的线性系统,其脉冲响应为

$$h(x, y; \xi, \eta) = h(x - \xi, y - \eta) \quad (1.2-7)$$

显然 h 仅仅依赖于观察点与脉冲输入点坐标在 x 和 y 方向的相对间距 $(x - \xi)$ 和 $(y - \eta)$,而与坐标本身的绝对数值无关。对于空间不变系统,其输入和输出的变换关系是不随空间位置而变化的。图 1.2-3 中以一维函数为例表明了这一平移性质:输入位置的移动所引起的唯一效应是输出发生同样的位移。即对空间不变系统,若有

$$\mathcal{L} \{ f(x, y) \} = g(x, y)$$

则

$$\mathcal{L} \{ f(x - \xi, y - \eta) \} = g(x - \xi, y - \eta)$$

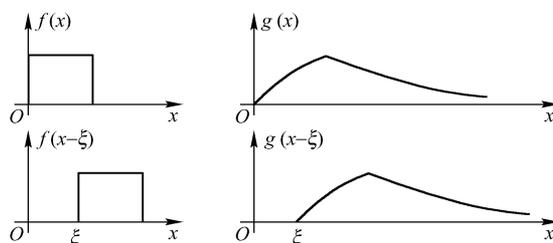


图 1.2-3 空间不变系统的输入 - 输出关系

当点光源在物平面移动时,点光源的像只相应改变位置,而不改变它的函数形态,这样的成像系统就是空间不变的。当然,把实际的物理系统当做线性不变系统,这只是一种理想化。但在一定条件下,可以看做很好的近似。例如实际成像系统虽然在整个物面上不可能是等晕的,但可以把物面划分成许多小的等晕区,在每一个小的等晕区内,认为系统是空间不变的。完备地描述成像系统,必须对每块等晕区分别指出其脉冲响应。如果仅讨论近轴的成像问题,则只要考虑系统轴上的等晕区就足够了。

对于线性不变系统,叠加积分式(1.2-5)变为

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta = f(x, y) * h(x, y) \quad (1.2-8)$$

即系统的输出是输入函数与系统脉冲响应的卷积。公式(1.2-8)称为“卷积积分”,它描述了线性不变系统的输入与输出间的变换特性。这个卷积积分的物理含义仍然是指:把输入函数 $f(x, y)$ 分解为许多 δ 函数的线性组合,每个脉冲都按其位置加权,然后把系统对于各个脉冲的响应叠加在一起就得出对于 $f(x, y)$ 的整体响应。因此式(1.2-8)仍然如式(1.2-5)那样反

映了线性系统的叠加性质。所不同的仅在于不论输入脉冲的位置如何,系统脉冲响应的函数形式均是相同的。因而系统的作用,可以用统一的一个脉冲响应函数来表征。这种系统的分析就简单多了。另一方面,假如系统的输入-输出关系可由式(1.2-8)的卷积积分描述,就可以认为这个系统是线性不变系统。

2. 线性不变系统的传递函数

对于线性空间不变系统,随空间位置变化的输入函数 $f(x,y)$ 、输出函数 $g(x,y)$ 在空间域的关系由式(1.2-8)的卷积积分所确定。利用傅里叶变换的卷积定理,可以找到二者在频域的关系,即

$$G(f_x, f_y) = F(f_x, f_y)H(f_x, f_y) \quad (1.2-9)$$

式中

$$F(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{f(x, y)\}, G(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{g(x, y)\}$$

我们把 $F(f_x, f_y)$ 、 $G(f_x, f_y)$ 分别称为输入频谱和输出频谱。而定义 $H(f_x, f_y)$ 为线性不变系统脉冲响应的傅里叶变换

$$H(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy = \mathcal{F}\{h(x, y)\} \quad (1.2-10)$$

函数 $H(f_x, f_y)$ 称为系统的传递函数或频率响应。它表示系统在频域中的效应,即它决定了输入频谱中各种频率成分通过系统时将发生什么样的变化。式(1.2-9)表明输出频谱就等于输入频谱与传递函数的乘积。当我们一旦知道了输出频谱,就可通过傅里叶逆变换确定输出函数本身

$$g(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{G(f_x, f_y)\} = \mathcal{F}^{-1}\{F(f_x, f_y) \cdot H(f_x, f_y)\}$$

从空间域入手直接计算系统的输出,要经过复杂的卷积积分运算,而在频率域仅是简单的代数运算。虽然除了乘法运算以外,还要做傅里叶正变换和逆变换运算,但只要熟悉傅里叶变换的性质和有一个好的傅里叶变换对偶表,做这样的运算远比做卷积运算简单得多。因此我们常采用频率域分析方法,利用系统的传递函数来确定输出频谱,再经傅里叶逆变换,还原到空间域得到输出函数。这样处理,不仅简单,而且可以更深入地把握系统的物理实质。

我们进一步来讨论传递函数 $H(f_x, f_y)$ 的物理意义。前一节中曾把线性系统的输入 $f(x, y)$ 分解成 δ 函数的线性组合。而对于线性不变系统,可以找到更为合适的基元函数,即复指数函数。显然,傅里叶逆变换提供了对于输入函数进行分解的方法,即

$$f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (1.2-11)$$

上式表明函数 $f(x, y)$ 可以看做许多不同频率的复指数函数的线性组合, $F(f_x, f_y)$ 表示各种频率成分的权重。这种分解方法通常称为傅里叶分解。

系统的作用可用算符表示,于是相应的输出为

$$g(x, y) = \mathcal{L}\{f(x, y)\} = \mathcal{L}\left\{\iint_{-\infty}^{\infty} F(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y\right\}$$

根据线性叠加性质,可以把算符先作用在基元函数上,然后再把基元函数响应叠加起来。因而上式中的算符可以移入积分号内,得

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(f_x, f_y) \mathcal{L}\{\exp[j2\pi(f_x x + f_y y)]\} df_x df_y \quad (1.1-12)$$

另一方面,我们也可以直接把输出函数 $g(x, y)$ 分解成不同频率的复指数函数的线性组合,各种频率成分的权重是 $G(f_x, f_y)$, 即

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (1.2-13)$$

把式(1.2-9)代入上式,得到

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(f_x, f_y) H(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (1.2-14)$$

比较式(1.2-12)与式(1.2-14),可知

$$\mathcal{L} \{ \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] \} = H(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] \quad (1.2-15)$$

上式表明,把输入函数分解为各种不同频率的复指数函数的线性组合,各个基元复指数函数在通过线性不变系统后,仍然还是同频率的复指数函数。但是可能产生与频率有关的幅值变化和相移,这些变化决定于系统的传递函数。因此传递函数又称为频率响应,它描述了系统在频率域的特性。图 1.2-4 示出了传递函数的作用。

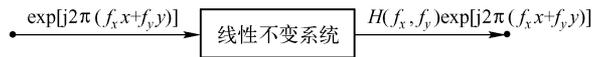


图 1.2-4 线性不变系统的传递函数

3. 线性不变系统的本征函数

对于线性不变系统,输入某一函数,如果相应的输出函数仅等于输入与一个复比例常数的乘积,这个输入函数就称为这种系统的本征函数。也就是说,若 $f(x, y; f_a, f_b)$ 是线性不变系统 $\mathcal{L} \{ \}$ 的一个本征函数输入,其中 f_a, f_b 是任意实常数,则系统的输出为

$$\mathcal{L} \{ f(x, y; f_a, f_b) \} = H(f_a, f_b) f(x, y; f_a, f_b) \quad (1.2-16)$$

式中, $H(f_a, f_b)$ 为复值比例常数,叫做本征函数 $f(x, y; f_a, f_b)$ 的本征值。显然,一个线性不变系统的本征函数,通过系统时不改变其函数形式,而仅仅可能被衰减或放大,以及产生相移。其变化量决定于相应本征值。

复指数函数可以形式不变地通过线性不变系统。显然,它正是系统的本征函数。即有

$$\mathcal{L} \{ \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] \} = H(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)]$$

上式与式(1.2-15)完全相同。这说明,表示各种频率本征值的函数 $H(f_x, f_y)$ 就是系统的传递函数(频率响应)。它描述一个复指数本征函数在通过系统时所产生的幅度变化和相移,它是本征函数频率的函数。

有一类特殊的线性不变系统,其脉冲响应是实函数。这种系统可以把一个实值输入变换成一个实值输出,因此是最常遇到的一类系统,例如非相干成像系统。这类系统传递函数 $H(f_x, f_y)$ 是厄米的,即有

$$H(f_x, f_y) = H^*(-f_x, -f_y) \quad (1.2-17)$$

若用 $A(f_x, f_y)$ 和 $\varphi(f_x, f_y)$ 分别表示传递函数的模和辐角(分别称之为振幅传递函数和相位传递函数)

$$H(f_x, f_y) = A(f_x, f_y) \exp[-j\varphi(f_x, f_y)] \quad (1.2-18)$$

而

$$H^*(-f_x, -f_y) = A(-f_x, -f_y) \exp[j\varphi(-f_x, -f_y)] \quad (1.2-19)$$

把式(1.2-18)、式(1.2-19)代入式(1.2-17)两端,得到

$$A(f_x, f_y) \exp[-j\varphi(f_x, f_y)] = A(-f_x, -f_y) \exp[j\varphi(-f_x, -f_y)]$$

必然有

$$A(f_x, f_y) = A(-f_x, -f_y) \quad (1.2-20)$$

$$-\varphi(f_x, f_y) = \varphi(-f_x, -f_y) \quad (1.2-21)$$

即振幅传递函数应为偶函数,相位传递函数应为奇函数。

可以证明余弦(或正弦)函数是这类系统的本征函数。即有

$$\mathcal{L}\{\cos[2\pi(f_x x + f_y y)]\} = A(f_x, f_y) \cos[2\pi(f_x x + f_y y) - \varphi(f_x, f_y)] \quad (1.2-22)$$

对于具有实值脉冲响应的线性不变系统,余弦输入将产生同频率的余弦输出。但可能产生与频率有关的衰减和相移,这种变化的大小分别决定于传递函数的模和辐角。

虽然输入到系统的并非总是复指数函数、正(余)弦函数,但是我们可以根据系统的物理本质,把输入函数分解为适当的本征函数的线性组合。本征函数通过系统时,函数形式不变,讨论起来十分方便。不同频率的本征函数其幅度和相位的变化量决定于相应频率的本征值,即传递函数在该频率处的数值。所有受到传递函数影响而发生幅度或相位变化的本征函数在输出平面的线性组合,给出系统的输出。

4. 线性不变系统作为滤波器

对于给定系统,输入函数为 $f(x, y)$,输出为 $f(x, y) * h(x, y)$,这就是依据系统的特性来处理 $f(x, y)$ 的。从频率域考察,输入频谱为 $F(f_x, f_y)$,输出频谱为 $H(f_x, f_y) \cdot F(f_x, f_y)$,系统改变了输入函数的频谱。因此,线性不变系统的功能类似于一种滤波器,它使某些频率分量被滤除,某些频率分量通过,在通过系统的各频率分量之间还可能引入与频率有关的衰减和相移。系统的滤波特性决定于系统对各种频率分量的响应即传递函数。图 1.2-5 示出了线性不变系统在空间域和频率域的作用。

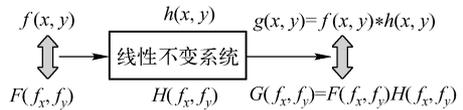


图 1.2-5 线性不变系统的作用

1.3 抽样定理

实际的宏观物理过程都是连续变化的,物理量的空间分布也是连续变化的。在对随时间或空间变化的物理量进行检测、记录、存储、处理和传送时,常常不能用连续方式进行。在今天的数字时代,以往用模拟方式连续进行的信息检测、记录、存储、处理和传送也被数字方式所取代。连续变化的物理量要用它的一些离散分布的抽样值来表示,而且这些抽样值的表达方式也是离散的。例如,现今广泛使用的 CCD 摄像机记录连续变化的图像时,每秒钟只记录 30 幅图像,表达每幅图像所用的采样点数由 CCD 的像素数所限制。那么这些离散的数字表示的物理量的含义或者说所包含的信息量与原先的连续变化的物理量是否相同?换句话说,是否可以由这些抽样值恢复一个连续的原函数?这正是抽样定理所要回答的问题。这一节讨论的就是惠特克-香农(Whittaker-Shannon)抽样定理的二维形式。

下面就来推导二维的抽样定理。图 1.3-1 的一维图解分析便于直观了解函数抽样和还原的过程以及在频域产生的相应变化。

1.3.1 函数的抽样

利用梳函数对连续函数 $g(x, y)$ 抽样

$$g_s(x, y) = \text{comb}\left(\frac{x}{X}\right)\text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right)g(x, y) \quad (1.3-1)$$

抽样函数 g_s 由 δ 函数的阵列构成, 各个空间脉冲在 x 方向和 y 方向的间距分别为 X 和 Y 。每个 δ 函数下的体积正比于该点 g 的函数值。利用卷积定理, 抽样函数 g_s 的频谱为

$$\begin{aligned} G_s(f_x, f_y) &= \mathcal{F}\left\{\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right)\text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right)\right\} * G(f_x, f_y) \\ &= XY\text{comb}(Xf_x)\text{comb}(Yf_y) * G(f_x, f_y) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_x - \frac{n}{X}, f_y - \frac{m}{Y}\right) * G(f_x, f_y) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G\left(f_x - \frac{n}{X}, f_y - \frac{m}{Y}\right) \end{aligned} \quad (1.3-2)$$

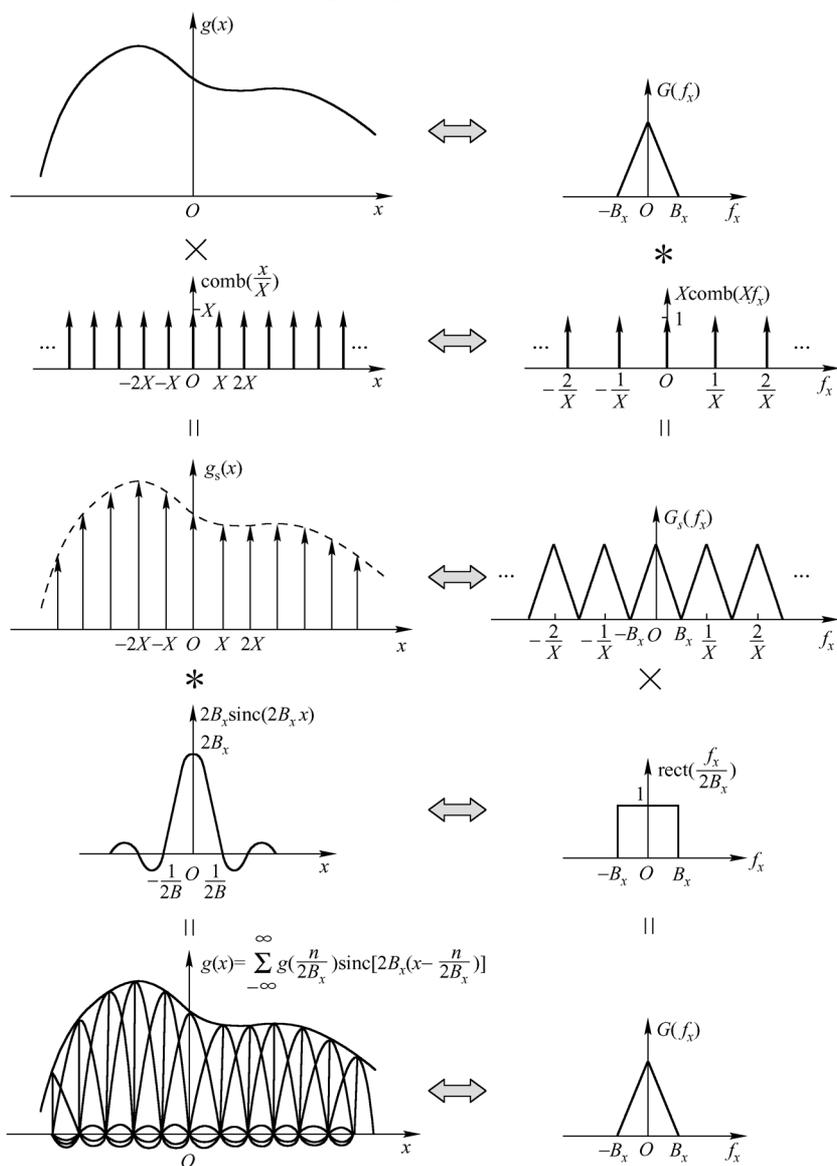


图 1.3-1 推导抽样定理的图解分析

空间域函数的抽样,导致函数频谱 G 的周期性复现,以频率平面上 $\left(\frac{n}{X}, \frac{m}{Y}\right)$ 点为中心重复 G 。

假定 $g(x, y)$ 是限带函数,其频谱仅在频率平面一个有限区域 \mathcal{R} 上不为零。若 $2B_x$ 和 $2B_y$ 分别表示包围 \mathcal{R} 的最小矩形在 f_x 和 f_y 方向上的宽度,则只要

$$\frac{1}{X} \geq 2B_x, \quad \text{及} \quad \frac{1}{Y} \geq 2B_y,$$

或者抽样间隔 $X \leq \frac{1}{2B_x}, \quad \text{及} \quad Y \leq \frac{1}{2B_y}$ (1.3-3)

G_s 中各个频谱区域就不会出现混叠现象。这样就有可能用滤波的方法,从 G_s 中抽取原函数频谱 G ,而阻挡其他各项,再由 G 求出原函数。

因而,能由抽样值还原原函数的条件是:

① $g(x, y)$ 是限带函数。

② 在 x, y 方向抽样点最大允许间隔分别为 $\frac{1}{2B_x}$ 和 $\frac{1}{2B_y}$ 。通常称为奈奎斯特(Nyquist)间隔。

显然,当函数起伏变化大,包含的细节多,频带范围较宽时,抽样间隔就应当较小。

1.3.2 函数的还原

把抽样函数 $g_s(x, y)$ 作为输入,施加到一个低通滤波器上。选择适当的滤波函数 $H(f_x, f_y)$,使 G_s 中 $(n=0, m=0)$ 项无畸变通过,而摒弃其他各项,只要频谱不混叠,这是可以做到的。滤波器的输出将给出还原的原函数。

选择矩形函数作为滤波函数

$$H(f_x, f_y) = \text{rect}\left(\frac{f_x}{2B_x}\right) \text{rect}\left(\frac{f_y}{2B_y}\right) \quad (1.3-4)$$

经过滤波,可由 G_s 准确再现 G :

$$G_s(f_x, f_y) \text{rect}\left(\frac{f_x}{2B_x}\right) \text{rect}\left(\frac{f_y}{2B_y}\right) = G(f_x, f_y) \quad (1.3-5)$$

根据卷积定理,在空间域得到

$$g_s(x, y) * h(x, y) = g(x, y) \quad (1.3-6)$$

式中

$$\begin{aligned} g_s(x, y) &= \text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) g(x, y) \\ &= XY \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g(nX, mY) \delta(x - nX, y - mY) \end{aligned}$$

$$h(x, y) = \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{f_x}{2B_x}\right) \text{rect}\left(\frac{f_y}{2B_y}\right)\right\} = 4B_x B_y \text{sinc}(2B_x x) \text{sinc}(2B_y y)$$

把它们代入式(1.3-6),得到

$$g(x, y) = 4B_x B_y XY \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g(nX, mY) \text{sinc}[2B_x(x - nX)] \text{sinc}[2B_y(y - mY)]$$

若取最大允许的抽样间隔,即 $X = \frac{1}{2B_x}, Y = \frac{1}{2B_y}$,则

$$g(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g\left(\frac{n}{2B_x}, \frac{m}{2B_y}\right) \text{sinc}\left[2B_x\left(x - \frac{n}{2B_x}\right)\right] \text{sinc}\left[2B_y\left(y - \frac{m}{2B_y}\right)\right] \quad (1.3-7)$$

这样就证明了:只要抽样间隔满足式(1.3-3)所给的条件,就可以准确还原一个限带的连续函

数。办法是在每一个抽样点上放置一个以抽样值为权重的 sinc 函数作为内插函数,由这些 sinc 函数的线性组合可复原原函数。式(1.3-7)称为惠特克-香农(Whittaker-Shannon)抽样定理。

抽样定理的重要结论是:一个连续的限带函数可由其离散的抽样序列代替,而并不丢失任何信息。换句话说,这个连续函数具有的信息内容等效于一些离散的信息抽样。抽样定理指出了重新产生连续函数所必须的离散值的最低数目,以及由抽样值恢复原函数的方法,即在空域插值或在频域滤波的方法。

1.3.3 空间带宽积

若限带函数 $g(x, y)$ 在频域中 $|f_x| \leq B_x, |f_y| \leq B_y$ 以外恒等于零,考虑函数在空域 $|x| \leq X, |y| \leq Y$ 的区间上抽样数目最少应为

$$\left(\frac{2X}{1/2B_x}\right)\left(\frac{2Y}{1/2B_y}\right) = (4XY)(4B_x B_y) = 16XYB_x B_y$$

式中, $4XY$ 表示函数在空域中的面积; $4B_x B_y$ 表示函数在频域中的面积。在该区间函数可由 $16XYB_x B_y$ 个抽样值来近似表示。当然,这只是一种近似。根据抽样定理, xy 平面上任一点的准确的函数值应等于整个空间域所有抽样点上内插的 sinc 函数在该点的贡献之和。由于 sinc 函数衰减很快,离该点足够远的位置上的 sinc 函数的贡献趋于零。因而在一定精度内,只需要该点周围有限数目的抽样值就可近似确定这一点的函数值。

空间带宽积 SW 就定义为函数在空域和频域中所占面积之积:

$$SW = 16XYB_x B_y \quad (1.3-8)$$

它不仅用来描述空间信号(如图像、光学像)的信息容量,也可用来描述成像系统、信息处理系统的信息传递或处理能力。例如,成像系统的空间带宽积就等于有效视场和由系统截止频率所确定的通带面积的乘积。

习题一

1.1 已知函数 $U(x) = A \exp(j2\pi f_0 x)$, 求下列函数,并画出函数图形。

(1) $|U(x)|^2$ (2) $U(x) + U^*(x)$ (3) $|U(x) + U^*(x)|^2$

1.2 已知函数 $f(x) = \text{rect}(x+2) + \text{rect}(x-2)$, 求下列函数,并画出函数图形。

(1) $f(x-1)$ (2) $f(x) \text{sgn}(x)$

1.3 画出下列函数的图形

(1) $f(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{4}\right) - \text{rect}\left(\frac{x}{2}\right)$ (2) $g(x) = 2\text{tri}\left(\frac{x}{2}\right) - \text{tri}(x)$

1.4 已知连续函数 $f(x)$, 若 $x_0 > b > 0$, 利用 δ 函数可筛选出函数在 $x = x_0 \pm b$ 的值, 试写出运算式。

1.5 $f(x)$ 为任意连续函数, $a > 0$, 求函数 $g(x) = f(x) [\delta(x+a) - \delta(x-a)]$, 并画出示意图。

1.6 已知连续函数 $f(x)$, $a > 0$ 和 $b > 0$, 求出下列函数:

(1) $h(x) = f(x) \delta(ax - x_0)$ (2) $g(x) = f(x) \text{comb}\left(\frac{x-x_0}{b}\right)$

1.7 画出下面函数的图形。

(1) $f_1(x) = \left[\frac{1}{a} \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) \right] \text{rect}\left(\frac{x}{5a}\right)$ (2) $f_2(x) = \left[\frac{1}{a} \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) \right] \text{rect}\left(\frac{x-a}{5a}\right)$

1.8 已知函数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, & 0 \leq x \leq 3; \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; \quad h(x) = \begin{cases} 1, & -1 < x < 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

计算 $f(x) * h(x)$, 并作图。

1.9 利用梳函数与矩形函数的卷积表示线光栅的透过率。假定缝宽为 a , 光栅常数为 d , 缝数为 N 。

1.10 利用包含脉冲函数的卷积表示直径为 d 、中心相距 l 的双圆孔屏的透过率。若在其中任一个圆孔上嵌入 π 位相板, 透过率怎样变化?

1.11 已知函数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{a}x, & 0 \leq x \leq a \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; \quad h(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < a \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求下列互相关函数, 并画出图形。

(1) $f(x) \star h(x)$

(2) $h(x) \star f(x)$

1.12 证明实函数 $f(x, y)$ 的自相关函数是实的偶函数, 即 $r_{ff}(x, y) = r_{ff}(-x, -y)$ 。

1.13 已知函数 $f(x) = \text{rect}(x+2) + \text{rect}(x-2)$, 求函数的自相关, 并画出图形。

1.14 把下列函数表示成指数傅里叶级数, 并画出频谱。

$$(1) f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}(x-2n)$$

$$(2) g(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{tri}(x-2n)$$

1.15 已知复函数 $g(x, y)$ 的傅里叶变换式为 $G(f_x, f_y)$, 证明下列傅里叶变换定理。

$$(1) \mathcal{F}\{g(x, y)\} = g(-x, -y)$$

$$(2) \mathcal{F}\{g^*(x, y)\} = G^*(-f_x, -f_y)$$

1.16 若 $\mathcal{F}\{g(x, y)\} = G(f_x, f_y)$, $\mathcal{F}\{h(x, y)\} = H(f_x, f_y)$, 求证:

$$\mathcal{F}[g(x, y) \star h(x, y)] = G(f_x, f_y) H^*(f_x, f_y)$$

1.17 函数的等效面积 Δ_{xy} 和等效带宽 $\Delta_{f_x f_y}$ 分别定义为

$$\Delta_{xy} = \left| \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) dx dy}{g(0, 0)} \right|, \quad \Delta_{f_x f_y} = \left| \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x, f_y) df_x df_y}{G(0, 0)} \right|$$

证明: $\Delta_{xy} \cdot \Delta_{f_x f_y} = 1$, 即函数的等效面积和等效带宽成反比。

1.18 求下列函数的傅立叶变换式。

$$(1) \text{rect}\left(\frac{x-a}{b}\right)$$

$$(2) \text{tri}\left(\frac{x}{a}\right) \text{tri}\left(\frac{x}{b}\right)$$

1.19 利用卷积定理的图解方法求下列函数的傅里叶变换。

$$(1) h(x) = A \cos^2(2\pi f_0 x)$$

$$(2) f(x) = \left(\frac{\sin 2\pi x}{2\pi x}\right)^2$$

1.20 若 $\mathcal{F}\{g(x, y)\} = G(f_x, f_y)$, x_0, y_0, f_a, f_b 为实常数, 证明:

$$(1) \mathcal{F}\{g(x, y) \delta(x-x_0, y-y_0)\} = g(x_0, y_0) \exp[-j2\pi(x_0 f_x + y_0 f_y)]$$

$$(2) g(x, y) * \exp[-j2\pi(f_a x + f_b y)] = G(f_a, f_b) \exp[j2\pi(f_a x + f_b y)]$$

1.21 求下列函数的傅里叶逆变换, 画出函数及其逆变换式的图形。

$$(1) H(f) = \text{tri}(f+1) - \text{tri}(f-1)$$

$$(2) G(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{3}\right) - \text{rect}(f)$$

1.22 利用卷积定理的图解方法, 计算卷积: $g(x) = \text{sinc}(3x) * \text{sinc}(2x)$ 。

1.23 利用卷积定理的图解方法, 求函数 $f(x) = \frac{1}{5} \text{comb}\left(\frac{x}{5}\right) * \text{rect}(x)$ 的傅里叶变换。

1.24 已知线性不变系统的输入为 $g(x) = \text{comb}(x)$, 系统的传递函数为 $\text{rect}\left(\frac{f}{b}\right)$ 。如 b 取下列值, 求系

统的输出 $g'(x)$, 并画出输出函数及其频谱的图形: (1) $b=1$, (2) $b=3$ 。

1.25 已知线性不变系统的输入为 $g(x) = \text{comb}(x)$, 系统的传递函数为 $\text{tri}\left(\frac{f}{b}\right)$ 。如 b 取下列值, 求系统的输出 $g'(x)$, 并画出输出函数及其频谱的图形: (1) $b = 0.5$, (2) $b = 1.5$ 。

1.26 给定正实常数 f_0 和实常数 a 与 b , 求证:

(1) 若 $|b| < \frac{1}{2f_0}$, 则: $\frac{1}{|b|} \text{sinc}\left(\frac{x}{b}\right) * \cos(2\pi f_0 x) = \cos(2\pi f_0 x)$ 。

(2) 若 $|b| > \frac{1}{2f_0}$, 则: $\frac{1}{|b|} \text{sinc}\left(\frac{x}{b}\right) * \cos(2\pi f_0 x) = 0$ 。

(3) 若 $|b| < |a|$, 则: $\text{sinc}\left(\frac{x}{b}\right) * \text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) = |b| \text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right)$ 。

1.27 若限带函数 $f(x)$ 的傅里叶变换在带宽 w 之外恒为零, 问:

(1) 如果 $|b| < \frac{1}{w}$, 证明: $\frac{1}{|b|} \text{sinc}\left(\frac{x}{b}\right) * f(x) = f(x)$ 。

(1) 如果 $|b| > \frac{1}{w}$, 还能得出以上结论吗?

1.28 对一个线性不变系统, 脉冲响应为 $h(x) = 7\text{sinc}(7x)$, 用频率域方法对下列每一个输入 $f_i(x)$, 求其输出 $g_i(x)$ (必要时, 可取合理近似)。

(1) $f_1(x) = \cos(4\pi x)$ (2) $f_2(x) = \cos(4\pi x) \text{rect}\left(\frac{x}{75}\right)$

(3) $f_3(x) = [1 + \cos(8\pi x)] \text{rect}\left(\frac{x}{75}\right)$

1.29 给定一个线性不变系统, 输入函数为有限延伸的三角波:

$$g(x) = \left[\frac{1}{2} \text{comb}\left(\frac{x}{2}\right) \text{rect}\left(\frac{x}{50}\right) \right] * \text{tri}(x)$$

对下述传递函数利用图解方法确定系统的输出:

(1) $H(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$ (2) $H(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{4}\right) - \text{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$

1.30 给定一个线性不变系统, 输入为有限延伸的矩形波:

$$g(x) = \left[\frac{1}{3} \text{comb}\left(\frac{x}{3}\right) \text{rect}\left(\frac{x}{100}\right) \right] * \text{rect}(x)$$

若系统脉冲响应为 $h(x) = \text{rect}(x-1)$, 求系统的输出, 并绘出传递函数、脉冲函数、输出及其频谱的图形。

1.31 若对函数 $h(x) = a \text{sinc}^2(ax)$ 抽样, 求允许的最大抽样间隔。

1.32 若只能用 $a \times b$ 表示的有限区间上的脉冲点阵对函数进行抽样, 即

$$g_s(x, y) = g(x, y) \left[\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) \right] \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$$

试说明, 即使采用奈奎斯特间隔抽样, 也不能再用一个理想低通滤波器精确恢复 $g(x, y)$ 。

1.33 如果用很窄的矩形脉冲阵列对函数抽样 (物理上并不可能在一些严格的点上抽样一个函数), 即

$$g_s(x, y) = g(x, y) \left[\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) \right] * \left[\text{rect}\left(\frac{x}{L_x}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{L_y}\right) \right]$$

式中, L_x, L_y 为每个脉冲在 x, y 方向的宽度。若抽样间隔合适, 说明能否由 g_s 还原函数 $g(x, y)$ 。

第 2 章 标量衍射理论

傅里叶光学基于线性系统理论和傅里叶分析方法研究光波作为载波,实现信息的传递、变换、记录和再现问题。描述光的传播规律的标量衍射理论,显然正是研究这些问题的物理基础。

索末菲曾把不能用反射或折射来解释的光线对于直线光路的任何偏离称为光的衍射。衍射是光的波动性的表现,是光波传播时,遇到障碍物,波面受到限制时表现出来的现象。所以衍射现象是普遍存在的。只是由于光的波长很短,光通过小孔或狭缝时才能明显观察到衍射现象。可以说,衍射理论实际上就是讨论光波传播的规律。

光波是矢量波。完备描述光波,应当考虑光波场的矢量性质。然而在光的干涉、衍射等许多现象中,允许把光波近似作为标量波处理。当满足下述条件时,标量衍射理论所给出的结果与实际十分相符,虽然它只是一种近似理论:

- ① 衍射孔径比波长大得多;
- ② 不在太靠近孔径的地方观察衍射场。

幸而,对于我们一般所遇到的问题,尤其是在通常的光学仪器中,这种条件常常是满足的。对于高分辨率衍射光栅等不满足上述条件的情况,衍射场的能量分布与光的偏振状态密切相关,必须考虑矢量衍射理论。

本章将从基尔霍夫衍射理论和角谱理论出发,讨论衍射问题。前者与经典物理光学的陈述一致,但利用线性系统理论赋予了新的解释。我们将把衍射这一物理现象看做线性不变系统,分别讨论其脉冲响应和传递函数。重点放在后者,即角谱理论上。

2.1 光波的数学描述

球面波、平面波都是波动方程的基本解。由波动方程的线性性质,任何复杂的波都能用球面波或平面波的线性组合表示。因此有必要讨论这些波如何从数学上来描述。在此之前,我们首先要介绍复振幅这一重要物理量的概念。

2.1.1 单色光波场的复振幅表示

单色光波场中某点 P 在 t 时刻的光振动 $u(P, t)$ 的表达式为

$$u(P, t) = a(P) \cos[2\pi\nu t - \varphi(P)] \quad (2.1-1)$$

式中, ν 是光波的时间频率, $a(P)$ 和 $\varphi(P)$ 分别是 P 点光振动的振幅和初位相。

根据欧拉公式,一个余弦函数可以表示为相应复指数函数的实部。因此 $u(P, t)$ 也可以表示为

$$u(P, t) = \operatorname{Re}\{a(P)e^{-j[2\pi\nu t - \varphi(P)]}\} = \operatorname{Re}\{a(P)e^{j\varphi(P)}e^{-j2\pi\nu t}\}$$

式中,符号 $\operatorname{Re}\{\}$ 表示对括号内复函数取实部。显然,利用复指数函数表示光振动,便于把位相中由空间位置决定的部分 $\varphi(P)$ 和由时间变量决定的部分 $2\pi\nu t$ 分离开来。

定义一个新的物理量

$$U(P) = a(P)e^{j\varphi(P)} \quad (2.1-2)$$

$U(P)$ 称为单色光波场中 P 点的复数振幅,简称复振幅。它包含了 P 点光振动的振幅 $a(P)$ 和初位相 $\varphi(P)$ 。它与时间 t 无关,而仅仅是空间位置坐标的函数。对于单色光波,由于频率 ν 恒定,由时间变量确定的位相因子 $e^{-j2\pi\nu t}$ 对于光场中的各点来说均是相同的。光场中光振动的空间分布完全由复振幅 U 随空间位置的变化所决定。

利用复振幅 $U(P)$,光振动的表达式可改写为

$$u(P,t) = \text{Re}\{U(P)e^{-j2\pi\nu t}\} \quad (2.1-3)$$

在单色光波的线性运算(加、减、积分和微分等)中,可直接利用复振幅计算,导出所需结果的复振幅。例如, N 个同频率单色光波叠加,叠加后光场的复振幅直接等于 N 个光波复振幅之和。这显然比直接用余弦表达式计算方便得多。必要时,把所得结果复振幅乘以 $e^{-j2\pi\nu t}$ 并取实部,就得到所需结果的实数表达式。

由复振幅计算光强也十分方便,即

$$I = |U|^2 = UU^* \quad (2.1-4)$$

2.1.2 球面波

从点光源发出的光,其波面表现为球面波。我们常把一个扩展光源看做许多点光源的集合,所以点光源是一个重要的基本光源,球面波是基本的波面形式。单色的发散球面波在光场中任意一点 P 所产生的复振幅为

$$U(P) = \frac{a_0}{r}e^{jkr} \quad (2.1-5)$$

式中,波数 $k = 2\pi/\lambda$,它表示单位长度上产生的位相变化。 r 表示观察点 $P(x,y,z)$ 离开点光源的距离。 a_0 表示距点光源单位距离处的振幅。

对于会聚球面波,则有

$$U(P) = \frac{a_0}{r}e^{-jkr} \quad (2.1-6)$$

当点光源或会聚点位于坐标原点时

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \quad (2.1-7)$$

当点光源或会聚点位于空间任意一点 $S(x_0, y_0, z_0)$ 时

$$r = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{1/2}$$

在许多光学问题中,我们所关心的往往是某个选定平面上的光场分布。例如衍射场中的孔径平面、观察平面,成像系统中的物平面和像平面等。因而有必要讨论光波在某一特定平面上产生的复振幅分布的数学描述。如图2.1-1所示,点光源 $S(x_0, y_0, 0)$ 位于 x_0y_0 平面,考虑与其相距 $z(z > 0)$ 的 xy 平面上光场分布。 r 可以写为

$$\begin{aligned} r &= [z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{1/2} \\ &= z \left[1 + \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{z^2} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.1-8)$$

在 xy 平面上只考虑一个对 S 点张角不大的

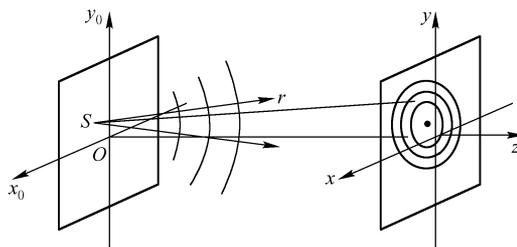


图2.1-1 球面波在 xy 平面上的等位相线

范围,这时有

$$\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{z^2} \ll 1$$

可利用二项式展开,并略去高阶项,得到

$$r \approx z + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z} \quad (2.1-9)$$

把式(2.1-9)代入式(2.1-5),得到发散球面波在 xy 平面上产生的复振幅分布为

$$U(x, y) = \frac{a_0}{z} \exp(jkz) \exp\left\{j \frac{k}{2z} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\right\} \quad (2.1-10)$$

式中,分母上的 r 已用 z 近似,由于所考察的区域相对 z 很小,可认为各点光振动的振幅近似相等。但在位相因子中,由于光的波长 λ 极短, $k = 2\pi/\lambda$ 数值很大,以致 r 误差对位相值影响较大,所以 r 的近似式中应多取一项。

在位相因子中包括两项: $\exp(jkz)$ 是常量位相因子; $\exp\left\{j \frac{k}{2z} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\right\}$ 描述了位相随 xy 平面坐标的变化,我们称之为球面波的(二次)位相因子。当平面上复振幅分布的表达式中包含有这一因子时,就可近似认为距离该平面 z 处有一个点光源发出的球面波经过这个平面。

xy 平面上位相相同的点的轨迹,即等位相线方程为

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = C \quad (2.1-11)$$

式中, C 表示某一常量。不同 C 值所对应的等位相线构成一族同心圆,它们是球形波面与 xy 平面的交线。注意位相值相隔 2π 的同心圆之间的间隔并不相等,而是由中心向外越来越密集。

当光源位于 x_0y_0 平面的坐标原点上,傍轴近似下,发散球面波在 xy 平面上复振幅分布为

$$U(x, y) = \frac{a_0}{z} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right] \quad (2.1-12)$$

若 $z < 0$, 上式也可以用来表示一个会聚球面波。或者直接写为

$$U(x, y) = \frac{a_0}{|z|} \exp(-jk|z|) \exp\left[-j \frac{k}{2|z|} (x^2 + y^2)\right] \quad (2.1-13)$$

它表示经过 xy 平面向距离为 $|z|$ 处会聚的球面波在该平面产生的复振幅分布。

2.1.3 平面波

平面波也是光波最简单的一种形式。点光源发出的光经透镜准直,或者把点光源移到无穷远,可以近似获得平面波。

沿 k 方向传播的单色平面波,在光场中 $P(x, y, z)$ 点产生的复振幅可以表示为

$$U(x, y, z) = a \exp[jk(x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma)] \quad (2.1-14)$$

式中, a 表示常量振幅, $\cos \alpha$ 、 $\cos \beta$ 、 $\cos \gamma$ 为传播方向的方向余弦。它们之间存在着下述关系:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

式(2.1-14)可以改写为

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= a \exp(jkz \cos \gamma) \exp[jk(x \cos \alpha + y \cos \beta)] \\ &= a \exp(jkz \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}) \exp[jk(x \cos \alpha + y \cos \beta)] \end{aligned} \quad (2.1-15)$$

对于在确定方向传播的平面波,以及所选定的垂直于 z 轴的 xy 平面,上式中第一个位相因子 $\exp(jkz\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta})$ 是常量位相因子,不随 xy 平面坐标变化。因此,可引入一个复数常数 A ,令

$$A = a\exp(jkz\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta}) \quad (2.1-16)$$

式中,位相因子表示平面波在 xy 平面上产生的均匀相移,其大小随着 xy 平面位置 z ,以及平面波传播方向余弦 $\cos\alpha$ 、 $\cos\beta$ 而变化。

xy 平面上复振幅分布则可以表示为

$$U(x,y) = A\exp[jk(x\cos\alpha + y\cos\beta)] \quad (2.1-17)$$

通常称 $\exp[jk(x\cos\alpha + y\cos\beta)]$ 为平面波(线性)位相因子。若平面上复振幅分布的表达式中包含这一因子,可知它代表一个方向余弦为 $\cos\alpha$ 、 $\cos\beta$ 的平面波经过该平面。

等位相线的方程是

$$x\cos\alpha + y\cos\beta = C \quad (2.1-18)$$

式中, C 为某一常量。不同 C 值所对应的等位相线是一些平行斜线。图 2.1-2 中用虚线示出了位相值相差 2π 的一组波面与 xy 平面的交线,即等位相线,它们是一组等距的平行斜线。由于位相值相差 2π 的点光振动实际相同,所以平面上复振幅分布的基本特点是以位相值 2π 为周期的周期分布。这是平面波传播的空间周期性特点在 xy 平面上的具体表现。它是下面讨论平面波空间频率概念的基础。

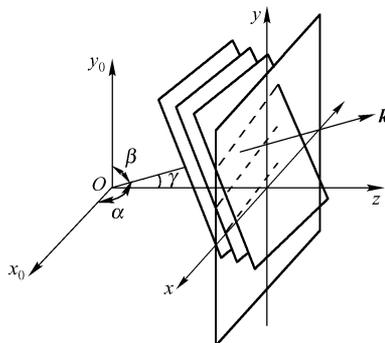


图 2.1-2 平面波在 xy 平面上的等位相线

2.1.4 平面波的空间频率

平面波的空间频率是傅里叶光学中常用的基本物理量。透彻理解这个概念的物理含义是十分重要的。

参看图 2.1-3,我们首先研究传播矢量位于 x_0z 平面的简单情况。由于 $\cos\beta = 0$, xy 平面上复振幅分布为

$$U(x,y) = A\exp(jkx\cos\alpha) \quad (2.1-19)$$

等位相线方程为 $x\cos\alpha = C$ (2.1-20)

与不同 C 值相对应的等位相线是一些垂直于 x 轴的平行线。图 2.1-3 示出了位相依次相差 2π 的几个波面与 xy 平面相交得出的等位相线,这些等位相线的间距相等。由于等位相线上的光振动相同,所以复振幅在 xy 平面周期分布的空间周期可以用位相相差 2π 的两相邻等位相线的间隔 X 表示。由式(2.1-20)可知

$$kX\cos\alpha = 2\pi$$

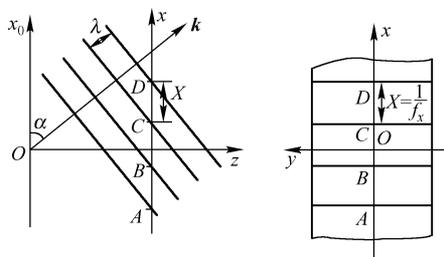


图 2.1-3 传播矢量 k 位于 x_0z 平面的平面波在 xy 平面上的空间频率

所以
$$X = \frac{2\pi}{k\cos\alpha} = \frac{\lambda}{\cos\alpha} \quad (2.1-21)$$

式中, λ 为光波波长。用空间周期的倒数表示 x 方向单位长度内变化的周期数

$$f_x = \frac{1}{X} = \frac{\cos\alpha}{\lambda} \quad (2.1-22)$$

f_x 称为复振幅分布在 x 方向的空间频率, 单位为周/毫米。

因为等位相线平行于 y 轴, 复振幅分布沿 y 方向不变, 可认为沿 y 方向空间周期 $Y = \infty$, 因此, y 方向的空间频率为

$$f_y = 1/Y = 0$$

这样一来, 传播方向余弦为 $(\cos\alpha, 0)$ 的单色平面波在 xy 平面上复振幅的周期分布就可用 x, y 方向的空间频率 $(f_x = \frac{\cos\alpha}{\lambda}, f_y = 0)$ 来描述。因此式(2.1-19)可以改写为

$$U(x, y) = A\exp(j2\pi f_x x) \quad (2.1-23)$$

上式直接通过空间频率表示 xy 平面上的复振幅分布。由空间频率与传播方向余弦之间的对应关系, 可以认为该式代表一个传播方向余弦为 $\cos\alpha = \lambda f_x, \cos\beta = 0$ 的单色平面波。

在图 2.1-3 的情况中, α 为锐角, $\cos\alpha > 0$, 空间频率 $f_x = \frac{\cos\alpha}{\lambda}$ 为正值, xy 平面上位相值沿 x 正向增加。如果传播矢量与 x_0 轴成钝角, 如图 2.1-4 所示, $\cos\alpha < 0$, 空间频率 $f_x = \frac{\cos\alpha}{\lambda}$ 为负值, xy 平面上位相值沿 x 正向减小。在这两种情况中, 光波传播到 xy 平面时, 沿 x 方向各点光振动发生的先后次序是相反的。因此空间频率的正负, 仅表示平面波不同的传播方向。

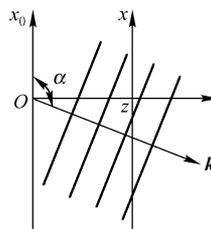


图 2.1-4 空间频率为负值的平面波

对传播方向余弦为 $\cos\alpha, \cos\beta$ 的一般情况, xy 平面上的等位相线是一些平行斜线。图 2.1-5 示出了位相值依次相差 2π 的等位相线。这时, xy 平面上沿 x 方向和 y 方向的复振幅分布都是周期性变化的。其空间周期分别为 $X = \frac{\lambda}{\cos\alpha}, Y = \frac{\lambda}{\cos\beta}$, x, y 方向相应的空间频率分别为

$$f_x = \frac{1}{X} = \frac{\cos\alpha}{\lambda}, \quad f_y = \frac{1}{Y} = \frac{\cos\beta}{\lambda} \quad (2.1-24)$$

把式(2.1-24)代入式(2.1-17), 得到

$$U(x, y) = A\exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] \quad (2.1-25)$$

该式直接通过空间频率 (f_x, f_y) 表示平面波在 xy 平面上的复振幅分布。由空间频率与传播方向余弦之间的对应关系, 可认为式(2.1-25)代表一个传播方向余弦为 $\cos\alpha = \lambda f_x, \cos\beta = \lambda f_y$ 的单色平面波。

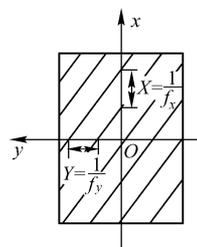


图 2.1-5 任意方向传播的平面波在 xy 平面上的空间频率

2.1.5 复振幅分布的空间频谱(角谱)

利用傅里叶变换这一数学工具对位于单色光场中的 xy 平面上的复振幅分布 $U(x, y)$ 进行

傅里叶分析:

$$U(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (2.1-26)$$

这里把平面上复振幅分布 $U(x, y)$ 看做频率不同的复指数分量的线性组合, 各频率分量的权重因子为

$$A(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (2.1-27)$$

前面已经指出 $\exp[j2\pi(f_x x + f_y y)]$ 代表一个传播方向余弦为 $\cos\alpha = \lambda f_x, \cos\beta = \lambda f_y$ 的单色平面波。因此, 式(2.1-26)有了进一步的物理解释, 即复振幅分布 $U(x, y)$ 可以看做不同方向传播的单色平面波分量的线性叠加。这些平面波分量的传播方向和频率 (f_x, f_y) 相对应, 其相对的振幅和常量位相取决于频谱 $A(f_x, f_y)$, 即复振幅分布的空间频谱。因为 $f_x = \frac{\cos\alpha}{\lambda}, f_y =$

$\frac{\cos\beta}{\lambda}$, $A(f_x, f_y)$ 也可以利用方向余弦来表示, 即

$$A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}x + \frac{\cos\beta}{\lambda}y\right)\right] dx dy \quad (2.1-28)$$

这时 $A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 就称为 xy 平面上复振幅分布的角谱。引入角谱的概念有助于进一步理解复振幅分解的物理含义: 单色光波场中某一平面上的场分布可看做不同方向传播的单色平面波的叠加, 在叠加时各平面波成分有自己的振幅和常量位相, 它们的值分别取决于角谱的模和辐角。

2.2 基尔霍夫衍射理论

2.2.1 惠更斯-菲涅耳原理和基尔霍夫衍射公式

1678 年惠更斯为了描述波的传播过程提出了关于子波的设想, 即波面上每一点可看做次级球面子波的波源, 下一时刻新的波前形状由次级子波的包络面决定。1818 年菲涅耳引入干涉概念补充了惠更斯原理, 考虑到子波源应是相干的, 空间光场应是子波干涉的结果。对于在真空中传播的单色光波, 惠更斯-菲涅耳原理的数学表达式是

$$U(P) = C \int_{\Sigma} U(P_0) K(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} ds \quad (2.2-1)$$

参看图 2.2-1, Σ 为光波的一个波面; $U(P_0)$ 为波面上任一点 P_0 的复振幅; $U(P)$ 为光场中任一观察点 P 的复振幅; r 为从 P 到 P_0 的距离; θ 为 $\overline{P_0P}$ 和过 P_0 点的元波面法线 n 的夹角, 这里用倾斜因子 $K(\theta)$ 表示子波源 P_0 对 P 的作用与角度 θ 有关; C 为常数。

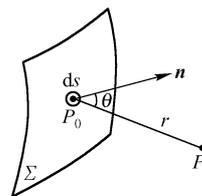


图 2.2-1 计算波面 Σ 在 P 点产生的复振幅的几何图形

利用惠更斯-菲涅耳原理计算一些简单孔径衍射图样的强度分布, 可得到符合实际的结果。但是由于它是建立在“子波源”的假说之上的, 缺乏严格的以波动理论为基础的根据。

单色光波场中任意一点 P 的光振动 u 应满足标量波动方程

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.2-2)$$

∇^2 是拉普拉斯算符, 在直角坐标系中

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

实扰动 u 又可以表示为

$$u(P, t) = \text{Re} \{ U(P) e^{-j2\pi\nu t} \} \quad (2.2-3)$$

将式(2.2-3)代入式(2.2-2), 可以得到不含时间的方程

$$(\nabla^2 + k^2) U(P) = 0 \quad (2.2-4)$$

式中, k 为波数, $k = 2\pi\nu/c = 2\pi/\lambda$ 。式(2.2-4)称为亥姆霍兹方程。可把它看做自由空间传播的单色光扰动的复振幅必须满足的波动方程。

衍射理论所要解决的问题是: 光场中任一点 P 的复振幅能否用光场中其他各点的复振幅表示出来(例如由孔径平面场分布计算孔径后面任一点的复振幅)。显然, 这是一个根据边界值求解波动方程的问题。

1882 年基尔霍夫利用格林定理这一数学工具, 通过假定衍射屏的边界条件, 求解波动方程, 导出了更严格的衍射公式, 从而把惠更斯-菲涅耳原理置于更为可靠的波动理论的基础上。在经典的光学教科书中, 不难找到这一推导的详细分析。这里不再赘述, 而直接给出有用的结果。

图 2.2-2 示出了位于 P' 的单色点光源照明平面屏幕的情况。 P_0 为孔径 Σ 上任意一点, P 为孔径后方观察点。 r 和 r' 分别是 P 和 P' 到 P_0 的距离, 二者都比波长大得多。 \mathbf{n} 表示 Σ 面上法线的正方向。点光源照明下, 平面孔径后方光场中任一点 P 的复振幅为

$$U(P) = \frac{1}{j\lambda} \int_{\Sigma} \frac{a_0 e^{jkr'}}{r'} \left[\frac{\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) - \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}')}{2} \right] \frac{e^{jkr}}{r} ds \quad (2.2-5)$$

式中, \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 分别是 P 和 P' 到 P_0 点的矢径。上式就是基尔霍夫衍射公式。孔径平面上复振幅分布是入射球面波产生的, 因此

$$U(P_0) = \frac{a_0}{r'} e^{jkr'} \quad (2.2-6)$$

将上式代入式(2.2-5), 得到

$$U(P) = \frac{1}{j\lambda} \int_{\Sigma} U(P_0) K(\theta) \frac{e^{jkr}}{r} ds \quad (2.2-7)$$

把它与惠更斯-菲涅耳原理的数学表达式相比较, 可看出二者是一致的。在波动理论的基础上, 它进一步明确了常数 C 和倾斜因子 $K(\theta)$ 应该是

$$C = \frac{1}{j\lambda} \quad (2.2-8)$$

$$K(\theta) = \frac{\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) - \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}')}{2} \quad (2.2-9)$$

虽然这里仅仅是就单个球面波照明孔径的情况做出的讨论, 但是衍射公式却适用于更普遍的任意单色光波照明的情况。因为总可以把任意复杂的光波分解为简单的球面波的线性组合。波动方程的线性性质允许对每一单个球面波分别应用上述原理, 再把它们在 P 点产生的

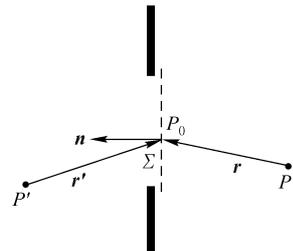


图 2.2-2 点光源照明平面屏幕

贡献叠加起来。

2.2.2 光波传播的线性性质

根据基尔霍夫对平面屏幕假定的边界条件,孔径以外的阴影区内 $U(P_0) = 0$, 因此式(2.2-7)的积分限可以扩展到无穷。从而有

$$U(P) = \frac{1}{j\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} U(P_0) K(\theta) \frac{e^{jkr}}{r} ds$$

令
$$h(P, P_0) = \frac{1}{j\lambda} K(\theta) \frac{e^{jkr}}{r} \quad (2.2-10)$$

则
$$U(P) = \int_{-\infty}^{\infty} U(P_0) h(P, P_0) ds \quad (2.2-11)$$

假如孔径位于 $x_0 y_0$ 平面,观察点位于 xy 平面,上式又可以表示为

$$U(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_0, y_0) h(x, y; x_0, y_0) dx_0 dy_0 \quad (2.2-12)$$

不难看出,这正是一个描述线性系统输入-输出关系的叠加积分。孔径平面上的透射复振幅分布是输入函数 $U(x_0, y_0)$, 观察平面上的复振幅分布是输出函数 $U(x, y)$ 。因而光波的传播现象可以看做一个线性系统。系统的脉冲响应 $h(x, y; x_0, y_0)$ 正是位于 (x_0, y_0) 点的子波源发出的球面子波在观察平面上产生的复振幅分布。叠加积分式(2.2-11)和式(2.2-12)恰恰说明了惠更斯-菲涅耳原理,即观察点的光场应该是带有不同权重的相干球面子波的线性叠加。由于描述光波传播规律的波动方程本身的线性性质,导出这一结论并不奇怪。

当点光源 P' 足够远,而且入射光在孔径面上各点的入射角都不大时,有 $\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}') \approx -1$ 。进一步地,如果观察平面与孔径的距离 z 远大于孔径,而且观察平面上仅考虑一个对孔径上各点张角不大的范围,即在傍轴近似下,又有 $\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) \approx 1$ 。在这些条件下,可认为倾斜因子 $K(\theta) \approx 1$, 式(2.2-10)变为

$$h(P, P_0) = \frac{1}{j\lambda} \frac{e^{jkr}}{r} \quad (2.2-13)$$

见图 2.2-3, 观察点 P 到孔径上任意一点 P_0 的距离是

$$r = \sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

因而,式(2.2-13)又可以写为

$$\begin{aligned} h(x, y; x_0, y_0) &= \frac{\exp[jk\sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}]}{j\lambda\sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}} \\ &= h(x - x_0, y - y_0) \quad (2.2-14) \end{aligned}$$

显然,脉冲响应具有空间不变的函数形式。也

就是说,无论孔径平面上子波源的位置如何,所产生的球面子波的形式都是一样的。叠加积分式(2.2-12)可以改写为

$$U(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_0, y_0) h(x - x_0, y - y_0) dx_0 dy_0 \quad (2.2-15)$$

上式表明孔径平面上透射光场 $U(x_0, y_0)$ 和观察平面上光场 $U(x, y)$ 之间存在着一个卷积积分所描述的关系。这样我们在忽略了倾斜因子的变化以后,就可以把光波在衍射孔径后的传播

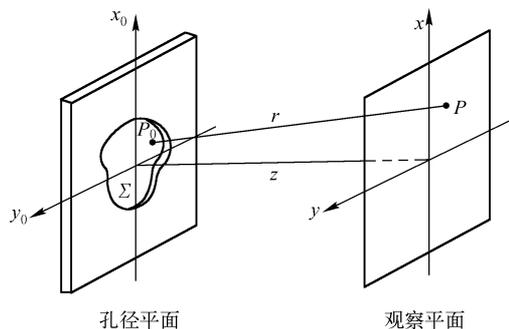


图 2.2-3 衍射孔径和观察平面

现象看做线性不变系统。系统在空间域的特性唯一地由其空间不变的脉冲响应式(2.2-14)所确定。前文已经指出,这一脉冲响应就是位于孔径平面的子波源发出的球面子波在观察平面所产生的复振幅分布。 $U(x_0, y_0)$ 可看做不同位置的子波源所赋予球面子波的权重因子。所有球面子波的相干叠加,就可以得到观察平面的光场分布。上述结论为我们用线性系统理论分析衍射现象提供了根本依据。

2.3 衍射的角谱理论

2.3.1 角谱的传播

如2.1节所述,孔径平面和观察平面上的光场都可以分别看做许多不同方向传播的单色平面波分量的线性组合。每一平面波分量的相对振幅和位相取决于相应的角谱 $A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 和 $A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$, 即

$$U(x_0, y_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \exp\left[j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}x_0 + \frac{\cos\beta}{\lambda}y_0\right)\right] d\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}\right) d\left(\frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \quad (2.3-1)$$

$$U(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \exp\left[j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}x + \frac{\cos\beta}{\lambda}y\right)\right] d\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}\right) d\left(\frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \quad (2.3-2)$$

假如我们能够找到 $A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 和 $A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 之间的关系,就知道了每一平面波分量在传播过程中振幅和位相发生的变化,自然也就可以确定整个光场由孔径平面传播到观察平面所发生的变化了。

讨论角谱传播规律的基础仍然是标量的波动方程。对于单色光波场,着眼点在复振幅这一物理量上,可以把式(2.3-2)代入式(2.2-4)的亥姆霍兹方程,导出 $A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 必须满足的微分方程

$$\frac{d^2}{dz^2} A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) + k^2(1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta) A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = 0 \quad (2.3-3)$$

解这个微分方程,得到方程的一个基本解

$$A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = C\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \exp(jkz \sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta})$$

式中, $C\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 由初始条件决定。 $z=0$ 处即为孔径平面,角谱是 $A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 。因此

$$C\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$$

最后得到 $A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \exp(jkz \sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta})$ (2.3-4)

上述公式正是衍射的角谱理论的最重要的结果,它给出了角谱传播的规律。在确定了观察平面光场的角谱以后,可通过傅里叶逆变换求出复振幅分布。因而,式(2.3-4)具有与基尔霍夫衍射公式同等的价值。

对于式(2.3-4)必须做更深入的讨论,才能了解其物理意义。当传播方向余弦($\cos\alpha$,

$\cos\beta$) 满足

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta < 1$$

时, 上式表明各平面波分量传播一段距离 z 仅仅是引入一定的相移, 而振幅不受影响。由于不同方向上传播的平面波分量在到达观察平面时走过的距离各不相同, 因而产生的相移与传播方向有关。这和前面讨论单色平面波传播时式(2.1-15) 所给出的结果是一致的。

注意, 当传播方向余弦($\cos\alpha, \cos\beta$) 满足

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta > 1$$

时, 式(2.3-4) 中的平方根成为虚数, 可以把该式改写为

$$A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \exp(-\mu z) \quad (2.3-5)$$

式中

$$\mu = k \sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta - 1} \quad (2.3-6)$$

μ 是正实数。式(2.3-5) 表明, 满足上述条件的平面波分量在 z 方向按负指数规律迅速衰减。这些角谱分量称为倏逝波。注意极限情况下, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta = 1$, 这时 $\cos\gamma = 0$, 该平面波分量的传播方向垂直于 z 轴。因此, 沿 z 方向实际上并没有能量传播。应当说明, 对于倏逝波的讨论, 标量理论是不可靠的。采用矢量理论才更为适宜。

把式(2.3-4) 改写为 $A(f_x, f_y) = A_0(f_x, f_y) H(f_x, f_y)$ (2.3-7)

把 $A_0(f_x, f_y)$ 和 $A(f_x, f_y)$ 分别看做一个系统的输入和输出频谱, 由上式给出的输入-输出频谱关系再次说明该系统是线性不变系统。系统在频域的效应由传递函数表征:

$$H(f_x, f_y) = \frac{A(f_x, f_y)}{A_0(f_x, f_y)} = \exp[jkz \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}] \quad (2.3-8)$$

当观察平面与孔径平面之间的距离 z 至少大于几个波长时, 倏逝波已衰减到极小, 可以忽略。传递函数就可以表示为

$$H(f_x, f_y) = \begin{cases} \exp[jkz \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}], & f_x^2 + f_y^2 < \frac{1}{\lambda^2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2.3-9)$$

上式表明, 可以把光波的传播现象看做一个空间滤波器, 它具有有限的空间带宽(见图 2.3-1)。在频率平面上半径为 $1/\lambda$ 的圆形区域内, 传递函数的模为 1, 对各频率分量的振幅没有影响。但引入了与频率有关的相移。在这一圆形区域之外, 传递函数为零。这一结论提醒我们, 对孔径中比波长还小的精细结构, 或者说空间频率大于 $1/\lambda$ 的信息, 在单色光波照明下不能沿 z 方向向前传递。

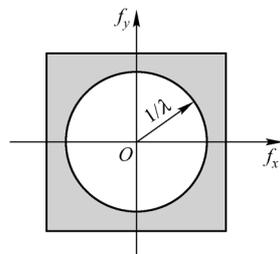


图 2.3-1 传播现象的有限空间带宽

基尔霍夫理论与上述角谱理论完全是统一的, 它们都证明了光的传播现象可看做线性不变系统。基尔霍夫理论是在空间域讨论光的传播的, 是把孔径平面光场看做点源的集合, 观察平面上的场分布则等于它们所发出的带有不同权重因子的球面子波的相干叠加。球面子波在观察平面上的复振幅分布就是系统的脉冲响应。角谱理论是在频率域讨论光的传播的, 是把孔径平面场分布看做许多不同方向传播的平面波分量的线性组合。观察平面上场分布仍然等于这些平面波分量相干叠加, 但每个平面波分量引入了相移, 相移的大小决定于系统的传递函数, 它是系统脉冲响应的傅里叶变换。两种衍射理论的一致性, 根本原因还在于标量的波动方程是它们共同的物理基础。

2.3.2 孔径对角谱的影响

前面提到的孔径平面的光场分布 $U(x_0, y_0)$ 实际上是指紧靠孔径平面后方的透射光场的分布。因此迄今为止,我们仅讨论了光波在自由空间传播时光场及其角谱发生的变化。这里则要讨论照明孔径的入射光场和透射光场之间的关系,特别是角谱之间的关系。

假定无穷大的不透明平面屏幕上有一个孔径 Σ ,其复振幅透过率为

$$t(x_0, y_0) = \begin{cases} 1, & \text{在 } \Sigma \text{ 以内} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

根据基尔霍夫假定的边界条件,屏幕对投射到孔径 Σ 上的光场不发生影响,而屏后几何阴影区内光场恒为零。于是,紧靠屏幕后的平面上透射光场的复振幅分布可以表示为

$$U_t(x_0, y_0) = U_i(x_0, y_0)t(x_0, y_0) \quad (2.3-10)$$

式中, $U_i(x_0, y_0)$ 表示紧靠孔径之前的平面上的入射光场复振幅分布(见图 2.3-2)。

假定入射光场的角谱和透射光场的角谱分别为 $A_i\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 和 $A_t\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 。由傅里叶变换的卷积定理可确定二者的关系为

$$A_t\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = A_i\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) * T\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \quad (2.3-11)$$

式中, $T\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 是孔径透过率函数的傅里叶变换,即

$$T\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} t(x_0, y_0) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}x_0 + \frac{\cos\beta}{\lambda}y_0\right)\right] dx_0 dy_0 \quad (2.3-12)$$

式(2.3-11)表明孔径后透射光场的角谱等于孔径之前入射光场的角谱与孔径的傅里叶变换式的卷积。

为了解衍射孔径对于入射光场角谱的效应,以矩形孔径为例,有

$$t(x_0, y_0) = \text{rect}\left(\frac{x_0}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y_0}{b}\right)$$

采用单位振幅平面波垂直照明孔径,入射光场为 $U_i(x_0, y_0) = 1$,入射光场的角谱则是

$$A_i\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = \mathcal{F}\{U_i(x_0, y_0)\} = \delta\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$$

根据式(2.3-11),透射光场的角谱为

$$\begin{aligned} A_t\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) &= \delta\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) * T\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = T\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \\ &= ab \text{sinc}\left(\frac{a \cos\alpha}{\lambda}\right) \text{sinc}\left(\frac{b \cos\beta}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

显然 $A_t\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 较之入射光场角谱所实际包含的角谱分量大大增加了。因此,从空间域来看,孔径的作用是限制了入射波面的大小范围;而从频率域看来,则是展宽了入射光场的角谱。

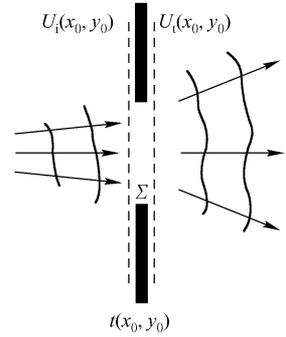


图 2.3-2 孔径对于入射光波场的影响

根据傅里叶变换的相似性性质,孔径越小,透射光场的角谱就越宽,或者说包含的高频成分就越多。

2.4 菲涅耳衍射

实际的衍射现象可以分为两种类型:菲涅耳衍射与夫琅禾费衍射。它们的衍射图样具有不同的性质。为了简化这两类衍射图样的数学计算,通常都要对衍射理论所给出的结果做出某种近似,而对菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射所采用的近似的程度是不同的。本节首先讨论菲涅耳衍射。

仍然参看图 2.2-3,由式(2.2-15),观察平面上复振幅分布为

$$U(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_0, y_0) h(x - x_0, y - y_0) dx_0 dy_0 \quad (2.4-1)$$

$$\text{式中} \quad h(x - x_0, y - y_0) = \frac{1}{j\lambda r} e^{jkr} \quad (2.4-2)$$

通常假定观察平面和孔径平面之间的距离 z 远远大于孔径以及观察区域的最大线度,即采用傍轴近似。这时上式分母中的 r 可以用 z 来近似,但因 k 值很大,为避免产生大的位相误差,复指数中的 r 必须做更为精确的近似。

当 z 大于某一尺度时,计算 r 的根式的二项式展开式中二次方以上的项可以略去,即有菲涅耳近似

$$r = \sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \approx z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - x_0}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y - y_0}{z} \right)^2 \right] \quad (2.4-3)$$

$$\text{于是脉冲响应为} \quad h(x - x_0, y - y_0) = \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp \left\{ j \frac{k}{2z} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] \right\} \quad (2.4-4)$$

显然,菲涅耳近似的物理实质是用二次曲面来代替球面的惠更斯子波。把它代入式(2.4-1),得到菲涅耳衍射的计算公式为

$$U(x, y) = \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_0, y_0) \exp \left\{ j \frac{k}{2z} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] \right\} dx_0 dy_0 \quad (2.4-5)$$

在基尔霍夫理论的基础上,通过对脉冲响应 h 做出近似,导出了菲涅耳衍射公式。这正是传统物理光学教材中采用的方法,这里不打算做更详尽的讨论。我们将从衍射的角谱理论出发,对描述光波传播的传递函数 H 做出近似,来导出菲涅耳衍射公式。

由式(2.3-4),观察平面上光扰动角谱 $A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 与孔径平面上光扰动角谱 $A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right)$ 之间的关系为

$$A\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) H\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \quad (2.4-6)$$

式中,描述传播现象在频域效应的传递函数为

$$H\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) = \exp(jkz \sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta}) \quad (2.4-7)$$

当 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta < 1$ 时,可对位相因子中的根式做二项式展开

$$\sqrt{1 - (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta)} = 1 - \frac{1}{2}(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta) - \frac{1}{8}(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta)^2 - \dots \quad (2.4-8)$$

假定展开式中第三项所贡献的位相变化远小于 1rad, 则上式中二次方以上的项都可忽略不计, 即 z 应满足

$$\frac{kz}{8}(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta)_{\max}^2 \ll 1 \quad (2.4-9)$$

平面波分量的传播方向实际上依赖于观察平面上观察区域相对孔径的张角。参看图 2.4-1 所示的几何关系

$$\cos \alpha = \sin \theta_x \approx \frac{x - x_0}{z}, \quad \cos \beta = \sin \theta_y \approx \frac{y - y_0}{z}$$

把它们代入不等式(2.4-9), 整理后得到

$$z^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]_{\max}^2 \quad (2.4-10)$$

满足上述条件时, 观察平面所在的区域称为菲涅耳区^①。

$$\text{在菲涅耳区内} \quad \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta} \approx 1 - \frac{1}{2}(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta) \quad (2.4-11)$$

把上式代入式(2.4-7)

$$H\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}, \frac{\cos \beta}{\lambda}\right) = \exp(jkz) \exp\left[-j \frac{k}{2} z (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta)\right] \quad (2.4-12)$$

由于 $\cos \alpha = \lambda f_x$, $\cos \beta = \lambda f_y$, 传递函数也可以表示为

$$H(f_x, f_y) = \exp(jkz) \exp[-j\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)] \quad (2.4-13)$$

上式中第一项位相因子表示各角谱分量在距离为 z 的两个平面之间传播时都要受到的一个均匀的位相延迟。第二项位相因子表示各角谱分量将产生与频率有关的相移。

对式(2.4-6)可以应用傅里叶变换的卷积定理得到

$$\mathcal{F}^{-1}\{A(f_x, f_y)\} = \mathcal{F}^{-1}\{A_0(f_x, f_y)\} * \mathcal{F}^{-1}\{H(f_x, f_y)\}$$

$$\text{即} \quad U(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_0, y_0) h(x - x_0, y - y_0) dx_0 dy_0 \quad (2.4-14)$$

$$\begin{aligned} \text{式中} \quad h(x - x_0, y - y_0) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \exp(jkz) \exp[-j\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)] \times \\ &\quad \exp\{j2\pi[f_x(x - x_0) + f_y(y - y_0)]\} df_x df_y \\ &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left\{j \frac{k}{2z} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right\} \end{aligned} \quad (2.4-15)$$

这一表达式恰恰就是式(2.4-4)的 h 。这说明根据角谱理论得到的一个近似的传递函数, 其傅里叶逆变换正好是基尔霍夫理论所给出的一个经过近似的脉冲响应函数。两种近似, 一个在频率域, 一个在空间域, 但最终的效果是一致的。把式(2.4-15)代入式(2.4-14)的卷积积分得到的结果与采用基尔霍夫理论做出的讨论完全相同:

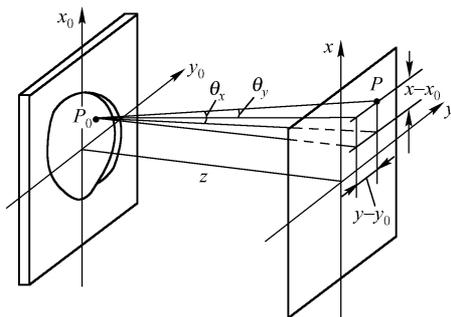


图 2.4-1 讨论菲涅耳衍射的几何图形

^① 这个条件是充分的, 然而不是必要的。实际上距离 z 很小时, 虽然不能满足这一条件, 也能观察到菲涅耳衍射。其原因可以用所谓稳相原理解释。

$$U(x, y) = \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_0, y_0) \exp\left\{j \frac{k}{2z} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0 \quad (2.4-16)$$

上式即为卷积形式的菲涅耳衍射公式。它表明位于菲涅耳区的观察平面上的复振幅分布可看做孔径平面上透射光场复振幅分布 $U(x_0, y_0)$ 与惠更斯球面子波 h 的卷积。

展开指数中的二次项,则有

$$\begin{aligned} U(x, y) &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right] \times \\ &\quad \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_0, y_0) \exp\left[j \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2)\right] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda z} (xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \\ &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)\right] \cdot \mathcal{F}\left\{U(x_0, y_0) \exp\left[j \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2)\right]\right\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda z}, f_y = \frac{y}{\lambda z}} \end{aligned} \quad (2.4-17)$$

上式可看做傅里叶变换形式的菲涅耳衍射公式。它表明菲涅耳区内的观察平面上的场分布,除了与 (x_0, y_0) 坐标无关的振幅和位相因子以外,恰是函数 $U(x_0, y_0) \exp\left[j \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2)\right]$ 的傅里叶变换,频率取值与观察平面坐标的关系是

$$f_x = \frac{x}{\lambda z}, f_y = \frac{y}{\lambda z} \quad (2.4-18)$$

式(2.4-16)所给出的卷积关系再次说明了菲涅耳衍射现象仍然可以看做线性不变系统。孔径平面上透射场分布 $U(x_0, y_0)$ 和观察平面场分布 $U(x, y)$ 分别作为系统的输入和输出函数。经过近似的系统的脉冲响应 h ,仍然保持了空间不变的函数性质。因此,观察平面上的场分布等于孔径上各子波源发出的带有不同权重的球面子波的相干叠加。在菲涅耳区内可用傍轴近似形式表示惠更斯球面子波(脉冲响应)。式(2.4-13)则给出了系统的传递函数,它表示菲涅耳衍射在频率域的效应。把孔径平面上的光场看做不同方向传播的角谱分量的线性组合,这些角谱分量即平面波分量传播到观察平面上,各自产生一个由 H 决定的与频率有关的相移,变化了的各角谱分量再线性叠加起来就得到观察平面的场分布。从基尔霍夫理论或从角谱理论去分析菲涅耳衍射,效果是一致的。在实际工作中,有时从空间域去分析,有时从频率域去分析,视方便而定。

2.5 夫琅禾费衍射

2.5.1 夫琅禾费衍射公式

当观察平面离开孔径平面的距离 z 进一步增大,使其不仅满足菲涅耳近似条件,而且满足

$$\frac{k(x_0^2 + y_0^2)_{\max}}{2z} \ll 1 \quad (2.5-1)$$

或者

$$z \gg \frac{k}{2} (x_0^2 + y_0^2)_{\max} \quad (2.5-2)$$

时,观察平面所在的区域可称为夫琅禾费区。例如,对于直径为 d 的圆孔, $(x_0^2 + y_0^2)_{\max} = d^2/4$, 因此

$$\frac{k}{2} (x_0^2 + y_0^2)_{\max} = \frac{\pi d^2}{4\lambda}$$

为简单起见,我们把夫琅禾费区的条件规定为

$$z \gg d^2/\lambda \quad (2.5-3)$$

当不等式(2.5-1)的条件满足时,式(2.4-3)所给出的 r 的计算式中可进一步略去 $\left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{2z}\right)$ 项,故

$$r \approx z + \frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{xx_0 + yy_0}{z} \quad (2.5-4)$$

这一近似即为夫琅禾费近似。把它代入脉冲响应的表达式中,然后再把 h 代入式(2.4-1),可导出夫琅禾费衍射公式:

$$\begin{aligned} U(x, y) &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_0, y_0) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda z}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \\ &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \mathcal{F}\{U(x_0, y_0)\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda z}, f_y = \frac{y}{\lambda z}} \end{aligned} \quad (2.5-5)$$

上式表明,观察平面上的场分布正比于孔径平面上透射光场分布的傅里叶变换。频率取值与观察平面坐标的关系为 $(f_x = \frac{x}{\lambda z}, f_y = \frac{y}{\lambda z})$ 。考虑到积分号前的位相因子,这一变换关系还不是准确的,但它并不影响观察平面上衍射图样的强度分布,即

$$I(x, y) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 |\mathcal{F}\{U(x_0, y_0)\}|^2 = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \left|A_0\left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}\right)\right|^2 \quad (2.5-6)$$

式中, A_0 表示孔径平面透射光场复振幅分布的频谱。略去常系数,衍射图样的强度分布直接等于孔径透射光场分布的功率谱。

2.5.2 一些简单孔径的夫琅禾费衍射

夫琅禾费衍射是实现傅里叶变换运算的物理手段,这是对物体做频谱分析的基础。下面将具体分析一些简单孔径的夫琅禾费衍射,目的也就在于使大家了解一些典型物体的频谱。读者将注意到傅里叶变换及其性质的应用大大简化了这一分析。

1. 圆孔衍射

圆孔的复振幅透过率可以表示为

$$t(r_0) = \text{circ}\left(\frac{r_0}{a}\right)$$

式中, a 为圆孔半径, r_0 表示孔径平面的径向坐标。

由于孔径是圆对称的,利用傅里叶-贝塞尔变换及其相似性定理得到

$$\mathcal{F}\left\{\text{circ}\left(\frac{r_0}{a}\right)\right\} = \pi a^2 \left[\frac{2J_1(2\pi a\rho)}{2\pi a\rho}\right]$$

采用单位振幅的单色平面波垂直照明孔径,观察平面上的夫琅禾费衍射图样也是圆对称的。任意径向坐标 r 处的复振幅分布为

$$\begin{aligned} U(r) &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left(j \frac{kr^2}{2z}\right) \mathcal{B}\{t(r_0)\} \Big|_{\rho = \frac{r}{\lambda z}} \\ &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left(j \frac{kr^2}{2z}\right) \pi a^2 \left[\frac{2J_1(2\pi ar/\lambda z)}{2\pi ar/\lambda z}\right] \end{aligned}$$

$$= \frac{ka^2}{j2z} \exp(jkz) \exp\left(j \frac{kr^2}{2z}\right) \left[\frac{2J_1(kar/z)}{kar/z} \right] \quad (2.5-7)$$

其强度分布为

$$I(r) = \left(\frac{ka^2}{2z} \right)^2 \left[\frac{2J_1(kar/z)}{kar/z} \right]^2$$

当 $r=0$ 时, 有 $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{J_1(kar/z)}{kar/z} = \frac{1}{2}$, 所以观察平面的轴上点的光强可以表示为 $I(0) = \left(\frac{ka^2}{2z} \right)^2$ 。强度分布也可以写为

$$I(r) = I(0) \left[\frac{2J_1(kar/z)}{kar/z} \right]^2 \quad (2.5-8)$$

图 2.5-1 示出了圆孔夫琅禾费衍射图样和 $I/I(0)$ 的截面图。可以看出, 光能主要集中在中央亮斑。周围是一些亮暗相间的圆环, 通常称之为爱里图样。中央亮斑的半径取决于强度分布第一个零点的位置。可算出

$$\Delta r = 0.61 \frac{\lambda z}{a}$$

显然, 圆孔越小, 中央亮斑就越大。

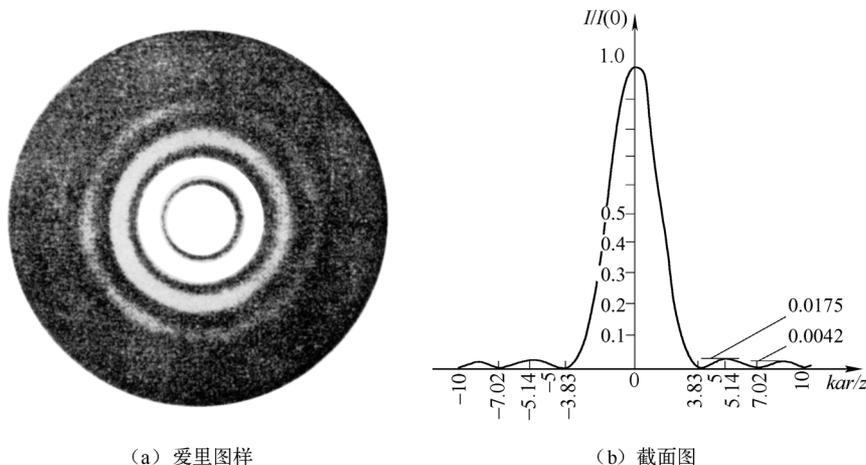


图 2.5-1 圆孔夫琅禾费衍射图样

2. 矩孔衍射与单缝衍射

矩孔的复振幅透过率可以表示为

$$t(x_0, y_0) = \text{rect}\left(\frac{x_0}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y_0}{b}\right)$$

式中, 常数 a, b 分别为孔径在 x_0 和 y_0 方向上的宽度。

实值偶函数 $t(x_0, y_0)$ 的傅里叶变换也是实值偶函数。由相似性定理

$$\mathcal{F}\{t(x_0, y_0)\} = a \text{sinc}(af_x) \text{sinc}(bf_y)$$

当采用单位振幅的单色平面波垂直照明孔径时, 夫琅禾费衍射图样的复振幅分布为

$$U(x, y) = \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \cdot \mathcal{F}\{t(x_0, y_0)\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda z}, f_y = \frac{y}{\lambda z}}$$

$$= \frac{ab}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \operatorname{sinc}\left(\frac{ax}{\lambda z}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{by}{\lambda z}\right) \quad (2.5-9)$$

强度分布为
$$I(x, y) = \left(\frac{ab}{\lambda z}\right)^2 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{ax}{\lambda z}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{by}{\lambda z}\right) \quad (2.5-10)$$

图 2.5-2 示出了矩孔夫琅禾费衍射图样和沿 x 轴强度分布的截面图。可看出光能主要集中在中央亮斑,其宽度为 $\Delta x = 2 \frac{\lambda z}{a}, \Delta y = 2 \frac{\lambda z}{b}$ 。若矩孔在 x_0 方向宽度 a 减小,则观察平面上 x 方向所有衍射斑的宽度都将增大,即该方向衍射光的弥散范围增大。这一现象很容易用傅里叶变换的相似性定理解释。在 y 方向存在着同样的规律。

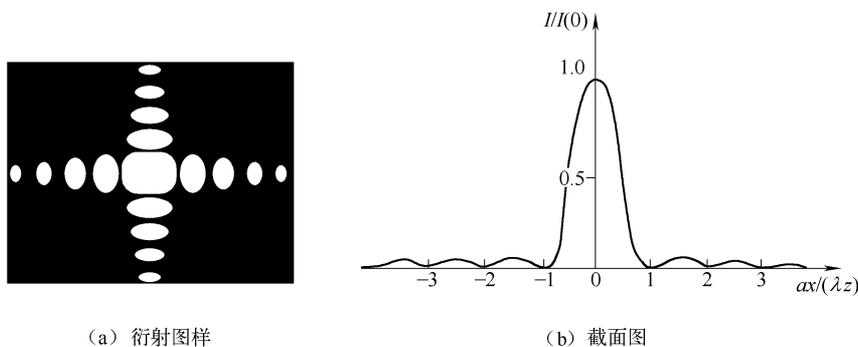


图 2.5-2 矩孔夫琅禾费衍射图样

假若 $b \gg a$, 矩孔就变成了平行于 y_0 轴的狭缝。衍射图样将集中在 x 轴上, 衍射光仅沿垂直于狭缝方向扩展。我们只需要做一维计算, 得到

$$\begin{aligned} U(x) &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left(j \frac{k}{2z}x^2\right) \cdot \mathcal{F}\left\{\operatorname{rect}\left(\frac{x_0}{a}\right)\right\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda z}} \\ &= \frac{a}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left(j \frac{k}{2z}x^2\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{ax}{\lambda z}\right) \end{aligned} \quad (2.5-11)$$

强度分布为
$$I(x) = \left(\frac{a}{\lambda z}\right)^2 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{ax}{\lambda z}\right) = I(0) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{ax}{\lambda z}\right) \quad (2.5-12)$$

式中, $I(0) = \left(\frac{a}{\lambda z}\right)^2$ 。注意狭缝的长度 b 也会影响 $I(0)$ 的值,

这里为简便起见, 仅做一维分析而没有写入。图 2.5-3 为单缝夫琅禾费衍射图样。

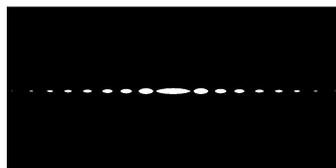


图 2.5-3 单缝夫琅禾费衍射图样

2.6 衍射光栅

衍射光栅具有周期性重复排列的结构。它可以对入射光波的振幅或位相, 或者对二者同时施加周期性的空间调制。它是光学仪器中或者光学信息处理系统中常用的重要光学元件。本节将利用傅里叶变换及其性质来分析几种典型光栅的衍射图样及其对光谱的分辨本领。

2.6.1 线光栅

通常的原制光栅是在一块玻璃片上刻上大量等宽度、等间隔的平行线条(刻痕或条纹), 刻痕部位不透光, 刻痕之间的光滑部位透光, 相当于许多等宽度的狭缝等间隔地平行排列。由

于这种交替的透明和不透明的结构使入射波前的振幅受到调制,所以它是最简单的透射型振幅光栅,称为线光栅。

为了透彻理解光栅结构对于其衍射图样的影响,我们先假定一种理想情况,即不考虑光栅的有限大小,认为光栅是由无穷多平行狭缝构成的。每条狭缝的宽度均为 a , 相邻缝的中心距,即光栅常数为 d ($d > a$)。光栅透过率可以表示为一维卷积形式:

$$t(x_0) = \text{rect}\left(\frac{x_0}{a}\right) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x_0 - nd) = \text{rect}\left(\frac{x_0}{a}\right) * \frac{1}{d} \text{comb}\left(\frac{x_0}{d}\right) \quad (2.6-1)$$

由卷积定理,光栅的频谱为

$$T(f_x) = \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{x_0}{a}\right)\right\} \cdot \mathcal{F}\left\{\frac{1}{d} \text{comb}\left(\frac{x_0}{d}\right)\right\} = a \text{sinc}(af_x) \text{comb}(df_x) \quad (2.6-2)$$

图 2.6-1 示出了利用卷积定理计算的示意图。光栅的功率谱为

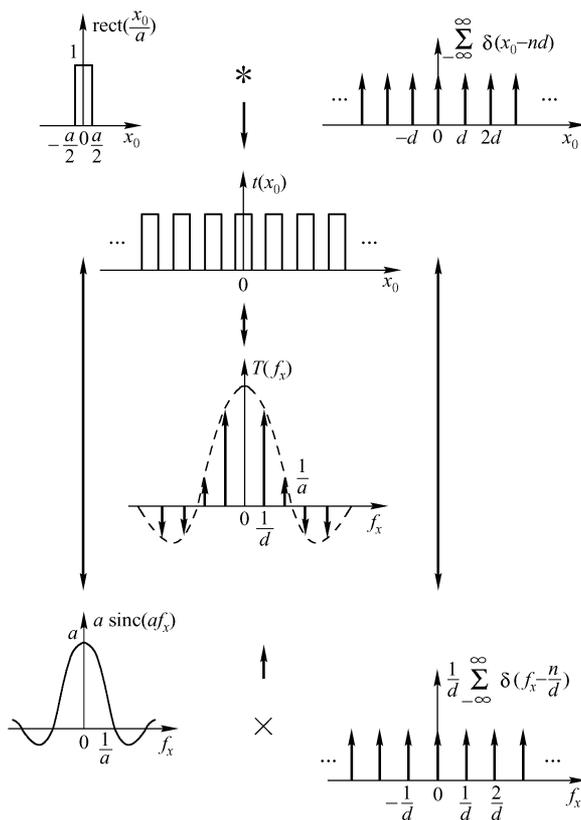


图 2.6-1 求无穷多狭缝构成的光栅频谱的图解方法

$$|T(f_x)|^2 = a^2 \text{sinc}^2(af_x) \text{comb}^2(df_x) \quad (2.6-3)$$

上式中梳函数的平方指数实际上可以略去,为了表明它是以强度为物理量的点阵,而和以上情况区别,所以特意保留下来。显然当采用单色平面波垂直照明光栅时,其夫琅禾费衍射图样是单缝衍射图样与多光束干涉图样相互调制的结果。观察平面上得到一排谱点,各谱点的相对强度决定于 $\text{sinc}^2(af_x)$ 。

实际光栅大小总是有限的,即狭缝数目也是有限的。若光栅整体孔径是边长为 L 的正方形,可以用矩形函数表示其对透过率的限制:

$$t(x_0, y_0) = \left[\text{roct}\left(\frac{x_0}{a}\right) * \frac{1}{d} \text{comb}\left(\frac{x_0}{d}\right) \right] \cdot \text{rect}\left(\frac{x_0}{L}\right) \text{rect}\left(\frac{y_0}{L}\right) \quad (2.6-4)$$

光栅的频谱为

$$\begin{aligned} T(f_x, f_y) &= [a \text{sinc}(af_x) \text{comb}(df_x)] * L^2 \text{sinc}(Lf_x) \text{sinc}(Lf_y) \\ &= \frac{a}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{an}{d}\right) \delta\left(f_x - \frac{n}{d}\right) * L^2 \text{sinc}(Lf_x) \text{sinc}(Lf_y) \\ &= \frac{aL^2}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{an}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(f_x - \frac{n}{d}\right)\right] \text{sinc}(Lf_y) \end{aligned} \quad (2.6-5)$$

图 2.6-2 示出了利用卷积定理求有限缝数光栅频谱的图解方法。若采用单位振幅的平面波垂直照明光栅,夫琅禾费衍射图样的复振幅分布为

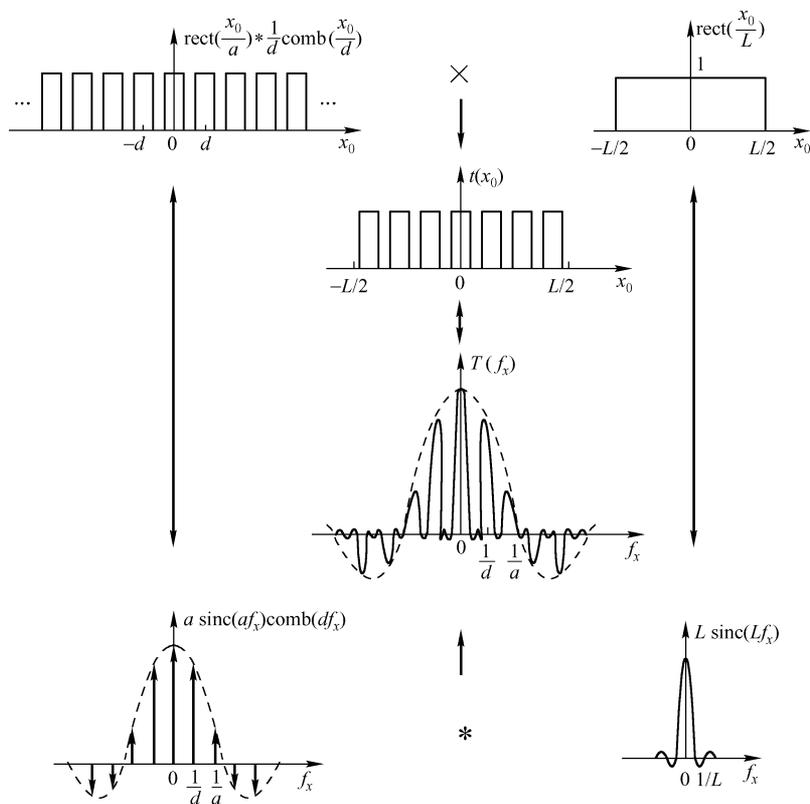


图 2.6-2 求有限缝数的光栅频谱的图解方法

$$\begin{aligned} U(x, y) &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \mathcal{F}\{t(x_0, y_0)\} \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda z}, f_y = \frac{y}{\lambda z}} \\ &= \frac{aL^2}{j\lambda z d} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{an}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(\frac{x}{\lambda z} - \frac{n}{d}\right)\right] \text{sinc}\left(\frac{Ly}{\lambda z}\right) \end{aligned} \quad (2.6-6)$$

强度分布为

$$I(x, y) = \left(\frac{aL^2}{\lambda z d}\right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}^2\left(\frac{an}{d}\right) \text{sinc}^2\left[L\left(\frac{x}{\lambda z} - \frac{n}{d}\right)\right] \text{sinc}^2\left(\frac{Ly}{\lambda z}\right) \quad (2.6-7)$$

式中,假定谱点之间的间隔 $\lambda z/d$ 足够大,以至可以不考虑各个衍射项之间的交叠。图 2.6-3 示出了光栅衍射图样在 x 轴上的强度分布。当采用线光源照明时,观察平面上将得到一系列谱线。相邻谱线的间隔仍为 $\lambda z/d$ 。光栅常数越小,谱线间隔越大。每条谱线的宽度为 $2\lambda z/L$ 。光栅宽度 L 越大(即狭缝数越多),谱线越窄,光栅分辨率越高,也就越接近于式(2.6-3)所表

示的无穷多狭缝构成的光栅的理想情况。每条谱线的强度均受到单缝衍射图样的调制。

分辨本领是指分辨两个波长很靠近的谱线(λ 和 λ')的能力。根据瑞利判据,一条谱线的强度极大值与另一条谱线的第一个极小值重合时,两条谱线刚好能够分辨(见图 2.6-4)。

波长 λ 和 λ' 的第 m 级谱线光强极大值分别位于 $\frac{m\lambda z}{d}$ 和 $\frac{m\lambda'z}{d}$ 。由瑞利判据,刚能分辨的条件是 $\frac{m\lambda'z}{d} - \frac{m\lambda z}{d} = \frac{\lambda z}{L}$, 整理后得到

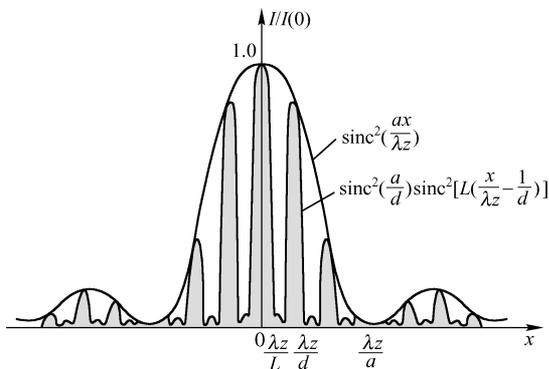


图 2.6-3 线光栅衍射图样在 x 轴上强度分布

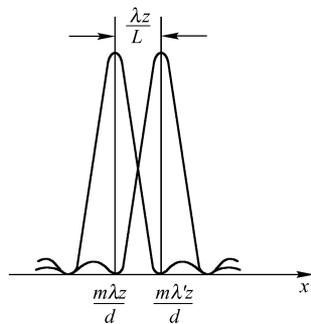


图 2.6-4 光栅的分辨本领

$$\frac{\lambda}{\lambda' - \lambda} = \frac{mL}{d}$$

令 $\lambda' - \lambda = \Delta\lambda$, $L/d = N$ 。显然 N 正是光栅上狭缝的数目。通常把波长 λ 与该波长附近最小可分辨的波长差 $\Delta\lambda$ 的比值作为光栅分辨本领的量度,即

$$R = \lambda / \Delta\lambda = mN \quad (2.6-8)$$

所以光栅的分辨本领正比于谱线的级数 m 以及光栅的总缝数 N 。

2.6.2 余弦型振幅光栅

在线光栅中,透过率 $t(x_0, y_0)$ 的取值为 1 或 0, 因而是以矩形波的形式对入射光波产生振幅调制的。而余弦型振幅光栅的透过率函数可以实现 0 到 1 之间, 或者其中的某一区间上的全部实数值。它是余弦波的形式对入射光波产生振幅调制的。其复振幅透过率为

$$t(x_0, y_0) = \left[\frac{1}{2} + \frac{m}{2} \cos(2\pi f_0 x_0) \right] \text{rect}\left(\frac{x_0}{L}\right) \text{rect}\left(\frac{y_0}{L}\right) \quad (2.6-9)$$

式中, $m/2$ 表示透过率呈余弦变化的幅度, f_0 是光栅频率 ($f_0 \gg 2/L$)。光栅的整体尺寸受到边长为 L 的正方形孔径的限制。图 2.6-5 示出了透过率函数在 x_0 方向截面图。

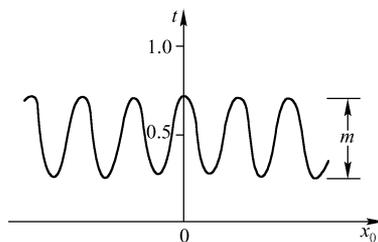


图 2.6-5 余弦型振幅光栅的透过率函数

可利用卷积定理计算光栅的频谱

$$T(f_x, f_y) = \mathcal{F} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{m}{2} \cos(2\pi f_0 x_0) \right\} * \mathcal{F} \left\{ \text{rect}\left(\frac{x_0}{L}\right) \text{rect}\left(\frac{y_0}{L}\right) \right\}$$

式中 $\mathcal{F} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{m}{2} \cos(2\pi f_0 x_0) \right\} = \frac{1}{2} \delta(f_x, f_y) + \frac{m}{4} \delta(f_x + f_0, f_y) + \frac{m}{4} \delta(f_x - f_0, f_y)$

$$\mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{x_0}{L}\right)\text{rect}\left(\frac{y_0}{L}\right)\right\} = L^2 \text{sinc}(Lf_x) \text{sinc}(Lf_y)$$

所以 $T(f_x, f_y) = \frac{L^2}{2} \text{sinc}(Lf_y) \left\{ \text{sinc}(Lf_x) + \frac{m}{2} \text{sinc}[L(f_x + f_0)] + \frac{m}{2} \text{sinc}[L(f_x - f_0)] \right\}$ (2.6-10)

若采用单位振幅的单色平面波垂直照射光栅,夫琅禾费衍射图样的复振幅分布为

$$\begin{aligned} U(x, y) &= \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \exp\left[j\frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \cdot T(f_x, f_y) \Big|_{f_x = \frac{x}{\lambda z}, f_y = \frac{y}{\lambda z}} \\ &= \frac{L^2}{j2\lambda z} \exp(jkz) \exp\left[j\frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \cdot \text{sinc}\left(\frac{Ly}{\lambda z}\right) \left\{ \text{sinc}\left(\frac{Lx}{\lambda z}\right) + \right. \\ &\quad \left. \frac{m}{2} \text{sinc}\left[\frac{L}{\lambda z}(x + f_0\lambda z)\right] + \frac{m}{2} \text{sinc}\left[\frac{L}{\lambda z}(x - f_0\lambda z)\right] \right\} \end{aligned} \quad (2.6-11)$$

在计算强度分布时,由于 $f_0 \gg 2/L$,三个 sinc 函数之间的重叠可以忽略不计。于是

$$I(x, y) = \left(\frac{L^2}{2\lambda z}\right)^2 \text{sinc}^2\left(\frac{Ly}{\lambda z}\right) \left\{ \text{sinc}^2\left(\frac{Lx}{\lambda z}\right) + \frac{m^2}{4} \text{sinc}^2\left[\frac{L}{\lambda z}(x + f_0\lambda z)\right] + \frac{m^2}{4} \text{sinc}^2\left[\frac{L}{\lambda z}(x - f_0\lambda z)\right] \right\} \quad (2.6-12)$$

图 2.6-6 示出了光栅衍射图样以及强度分布沿 x 轴的截面图。

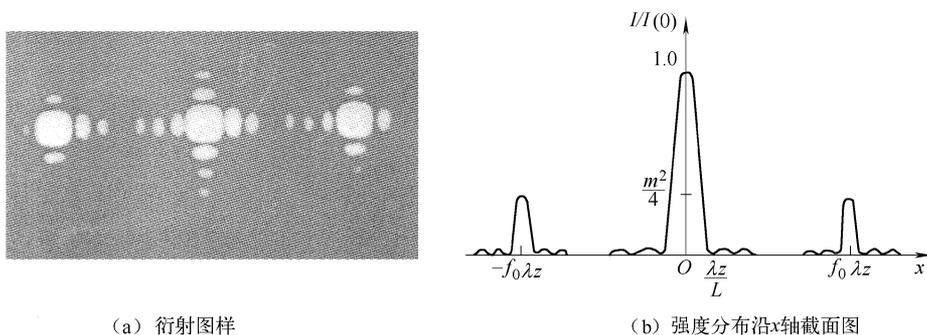


图 2.6-6 余弦型振幅光栅的夫琅禾费衍射图样

在余弦型振幅光栅的夫琅禾费衍射图样中,只包含 0 级和 ± 1 级谱,而没有更高级次的谱,这是它和线光栅的主要区别。零级谱与两个一级谱之间的空间间隔是 $f_0\lambda z$,每级谱中央亮斑的半宽度为 $\lambda z/L$ 。

现在我们来讨论这种光栅的分辨本领。波长 λ 和 λ' 的一级谱的峰值分别位于 $f_0\lambda z$ 和 $f_0\lambda'z$ 。由瑞利判据,刚好能分辨的情况应该是一种波长一级谱的强度极大值与另一种波长一级谱的第一个强度极小值位置重合,即

$$f_0\lambda'z - f_0\lambda z = \lambda z/L$$

整理后得到

$$\frac{\lambda}{\lambda' - \lambda} = f_0L$$

令 $\lambda' - \lambda = \Delta\lambda$, $f_0L = N$, N 即为光栅上余弦条纹的数目。于是余弦型振幅光栅的分辨本领与光栅上的条纹数目成正比,即

$$R = \lambda/\Delta\lambda = N \quad (2.6-13)$$

它与 $m = 1$ 级时的线光栅的分辨本领相同。

习题二

2.1 尺寸为 $a \times b$ 的不透明矩形屏被单位振幅的单色平面波垂直照明,求出紧靠屏后的平面上透射光场的角谱。

2.2 采用单位振幅的单色平面波垂直照明具有如下透过率函数的孔径:

$$t(x_0, y_0) = \text{circ}(\sqrt{x_0^2 + y_0^2})$$

求菲涅耳衍射图样在孔径轴上的强度分布。

2.3 余弦型振幅光栅的复振幅透过率为 $t(x) = a + b\cos\left(2\pi\frac{x}{d}\right)$, 式中, d 为光栅的周期, $a > b > 0$ 。观察平面与光栅相距为 z 。当 z 分别取下述值时, 确定单色平面波垂直照明光栅, 在观察平面上产生的强度分布。

$$(1) z = z_T = 2d^2/\lambda \quad (2) z = z_T/2 = d^2/\lambda$$

这里, $z_T = 2d^2/\lambda$ 称为泰伯距离。

2.4 参看图题 2-4, 用向 P 点会聚的单色球面波照明孔径 Σ 。 P 点位于孔径后面距离为 z 的观察平面上, 坐标为 $(0, b)$ 。假定观察平面相对孔径的位置是在菲涅耳区内。证明观察平面上强度分布是以 P 点为中心的孔径的夫琅禾费衍射图样。

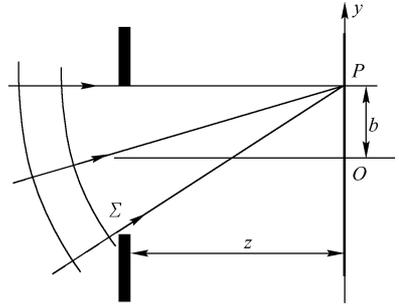


图 题 2.4

2.5 方向余弦为 $\cos\alpha, \cos\beta$, 振幅为 A 的倾斜单色平面波照明一个孔径为 a 的圆孔。观察平面位于夫琅禾费区, 与孔相距为 z 。求衍射图样的强度分布。

2.6 环形孔径的外径为 $2a$, 内径为 $2\epsilon a$ ($0 < \epsilon < 1$)。其透过率可以表示为

$$t(r_0) = \begin{cases} 1, & \epsilon a \leq r_0 \leq a \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

用单位振幅的单色平面波垂直照明孔径, 求距离为 z 的观察屏上夫琅禾费衍射图样的强度分布。

2.7 图题 2.7 所示孔径由两个相同的圆孔组成, 它们的半径都为 a , 中心距为 d ($d \gg a$)。采用单位振幅的单色平面波垂直照射孔径, 求出相距孔径为 z 的观察平面上夫琅禾费衍射图样的强度分布, 并画出沿 y 方向截面图。

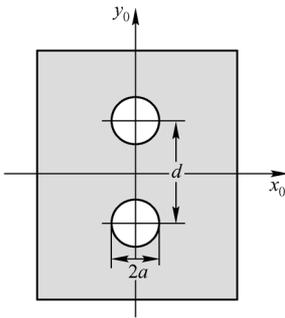


图 题 2.7

2.8 参看图题 2.8, 边长为 $2a$ 的正方形孔径内再放置一个边长为 a 的正方形掩膜, 其中心落在 (ξ, η) 点。采用单位振幅的单色平面波垂直照明, 求出与它相距为 z 的观察平面上夫琅禾费衍射图样的强度分布。画出 $\xi = \eta = 0$ 时, 孔径频谱在 x 方向上的截面图。

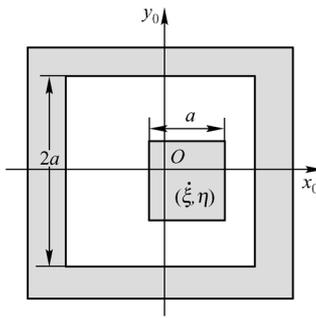


图 题 2.8

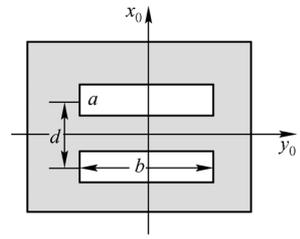


图 题 2.9

2.9 图题 2.9 所示孔径由两个相同的矩孔构成, 它们的宽度为 a , 长度为 b , 中心相距为 d 。采用单位振幅的单色平面波垂直照明, 求相距为 z 的观察平面上夫琅禾费衍射图样的强度分布。假定 $b = 4a$ 及 $d = 1.5a$, 画出沿 x 和 y 方向上强度分布的截面图。

2.10 图题 2.10 所示为宽度为 a 的单狭缝, 它的两半部分之间通过位相介质引入位相差 π 。采用单位振幅的单色平面波垂直照明, 求相距为 z 的观察平面上夫琅禾费衍射图样的强度分布, 并画出沿 x 方向的截面图。

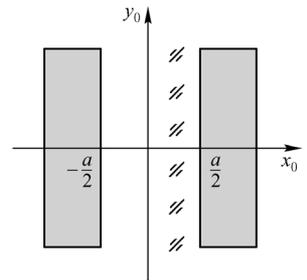


图 题 2.10

2.11 线光栅的缝宽为 a , 光栅常数为 d , 光栅整体孔径是边长为 L 的

正方形。试对下述条件,分别确定 a 和 d 之间的关系。

- (1) 光栅的夫琅禾费衍射图样中缺少偶数级;
- (2) 光栅的夫琅禾费衍射图样中第三级为极小。

2.12 衍射屏由两个错开的网格构成,其透过率可以表示为

$$t(x_0, y_0) = \text{comb}\left(\frac{x_0}{a}\right)\text{comb}\left(\frac{y_0}{a}\right) + \text{comb}\left(\frac{x_0 - 0.1a}{a}\right)\text{comb}\left(\frac{y_0}{a}\right)$$

采用单位振幅的单色平面波垂直照明,求相距为 z 的观察平面上夫琅禾费衍射图样的强度分布,并画出沿 x 方向的截面图。

2.13 衍射屏是由 $m_0 \times n_0$ 个小圆孔构成的方形阵列,它们的半径都为 a ,其中心在 x_0 方向间距为 d_x ,在 y_0 方向间距为 d_y ,采用单位振幅的单色平面波垂直照明衍射屏,求相距为 z 的观察平面上的夫琅禾费衍射图样的强度分布。

2.14 在透明玻璃板上有大量(N 个)无规则分布的不透明小圆颗粒,它们的半径都是 a 。采用单位振幅的单色平面波垂直照明,求相距为 z 的观察平面上夫琅禾费衍射图样的强度分布。

第 3 章 光学成像系统的频率特性

光学成像系统是信息传递的系统。光波携带输入图像信息(图像的细节、对比、色彩等)从物平面传播到像平面,输出像的质量完全取决于光学系统的传递特性。在一定条件下,成像系统可以看做空间不变的线性系统,因而可以用线性系统理论来研究它的性能。对于相干与非相干照明的成像系统可分别给出其本征函数,把输入信息分解为由本征函数构成的频率分量,研究这些空间频率分量在系统传递过程中丢失、衰减、相移等变化,即研究系统的空间频率特性或传递函数。显然,这是一种全面评价光学系统像质的科学方法。

与传统的光学系统像质评定方法,如星点法和分辨率法相比,光学传递函数方法能够全面反映光学系统成像能力,有明显的优越性。鉴于微型计算机以及高精度光电测试技术的发展,光学传递函数的计算和测量方法日趋完善,并已实用化,成为光学成像系统的频谱分析理论的一种重要应用。同时光学成像系统的频谱分析作为光信息处理技术的理论基础,对于其在信息科学中日益广泛的应用起着极其重要的作用。

透镜是光学成像系统以及光学信息处理系统的最重要的元件,本章将首先讨论透镜的傅里叶变换性质和成像性质,然后讨论光学成像系统的频率特性。

3.1 透镜的位相调制作用

我们已经知道,对一个平面的透射物体进行傅里叶变换运算的物理手段是实现它的夫琅禾费衍射。为了能在较近的距离观察到物体的远场衍射图样,通常利用传统的光学元件——透镜。也就是说,透镜可以用来实现物体的傅里叶变换。透镜之所以能够具有这些性质,根本原因在于它能够改变光波的空间位相分布。即透镜具有对透射光波进行空间位相调制的能力。

为了研究透镜对于入射波前的作用,引入透镜的复振幅透过率 $t_l(x, y)$ 这一概念。它定义为

$$t_l(x, y) = U'_l(x, y) / U_l(x, y) \quad (3.1-1)$$

式中, $U_l(x, y)$ 和 $U'_l(x, y)$ 分别是紧靠透镜前、后的平面上的光场复振幅分布。

图 3.1-1 示出了一个会聚透镜对点光源的成像。如果不考虑透镜有限孔径的衍射效应,也不考虑像差,一个位于光轴上 P 点的单色点光源通过会聚透镜在光轴上 P' 点得到它的点像。从波面传播过程中发生的变化来看,透镜的作用是使一个发散球面波变换为会聚球面波。

傍轴近似下,位于 P 点的单色点光源发射出的发散球面波在紧靠透镜之前的平面上产生的复振幅分布可以表示为

$$U_l(x, y) = A \exp(jkd_0) \exp\left[j \frac{k}{2d_0}(x^2 + y^2)\right] \quad (3.1-2)$$

式中,常数 A 表示傍轴近似下该平面上均匀的振幅分布, d_0 表示点光源到透镜的距离。

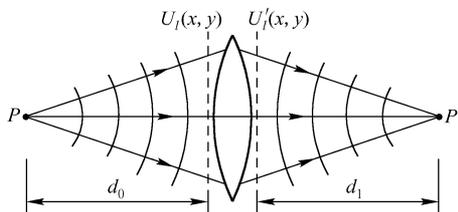


图 3.1-1 会聚透镜对点光源成像

考虑薄透镜的情况,并忽略透镜对于光波振幅的影响,傍轴近似下,向 P' 点会聚的单色球面波在紧靠透镜之后的平面上产生的复振幅分布可以表示为

$$U'_l(x,y) = A \exp(-jkd_i) \exp\left[-j \frac{k}{2d_i}(x^2 + y^2)\right] \quad (3.1-3)$$

式中, d_i 表示点光源的像到透镜的距离。

式(3.1-2)和式(3.1-3)中的位相因子 $\exp(jkd_0)$ 、 $\exp(-jkd_i)$ 仅表示常量位相变化,它们并不影响平面上位相的相对空间分布,分析时可以略去。把式(3.1-3)和式(3.1-2)代入式(3.1-1),则透镜的位相调制为

$$t_l(x,y) = \frac{U'_l(x,y)}{U_l(x,y)} = \exp\left[-j \frac{k}{2}\left(x^2 + y^2\right)\left(\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_0}\right)\right]$$

物、像距 d_0 和 d_i 满足成像的透镜定律:

$$\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_0} = \frac{1}{f} \quad (3.1-4)$$

式中, f 为透镜的焦距。于是透镜的位相调制可以简单地表示为

$$t_l(x,y) = \exp\left[-j \frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right] \quad (3.1-5)$$

显然透镜能够对点物成像,即能把发散球面波变换为会聚球面波,正是由于它具有这一位相调制的能力。透镜为什么会具有这种能力呢?从根本上讲,还是由于透镜本身的厚度变化,使得入射光波在通过透镜时,各处走过的光程不同,即所受时间延迟不同。在不同位置,相对来说有的超前,有的滞后。透镜的作用类似于一个位相物体,因而能够对入射波前施加空间位相调制。

对于单位振幅的平面波垂直入射的情况,紧靠透镜之前的平面上的复振幅分布为

$$U_l(x,y) = 1$$

略去透镜的常量位相延迟,紧靠透镜之后的平面上的复振幅分布为

$$U'_l(x,y) = U_l(x,y) \cdot t_l(x,y) = \exp\left[-j \frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right]$$

傍轴近似下,这是一个球面波的表达式。对于正透镜, $f > 0$, 这是一个向透镜后方距离 f 处的焦点 F' 会聚的球面波。对于负透镜, $f < 0$, 这是一个由透镜前方距离 $|f|$ 处的虚焦点 F' 发散的球面波(见图 3.1-2)。

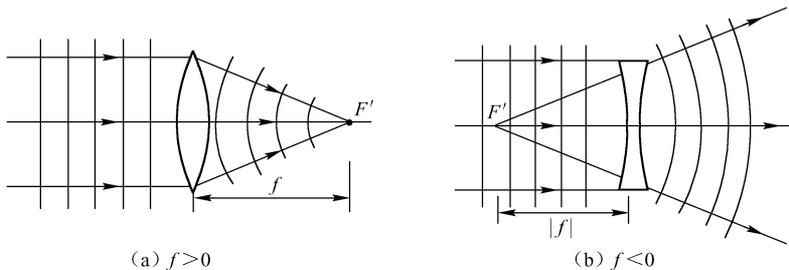


图 3.1-2 正透镜和负透镜对于入射平面波的效应

可以看出波面发生了变化,即由入射平面波变换为球面波,这正是由于透镜具有 $\exp\left[-j \frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right]$ 的位相因子,能够对入射波前施加位相调制的结果。当然,这一结论是在

傍轴近似下做出的。在非傍轴条件下,即使透镜表面是理想球面,透镜光波也将偏离理想球面波,即透镜产生波像差。

引入光瞳函数 $P(x, y)$ 来表示透镜的有限孔径,其定义为

$$P(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{透镜孔径内} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3.1-6)$$

于是,透镜的复振幅透过率可以完整地表示为

$$t_l(x, y) = \exp\left[-j\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right] \cdot P(x, y) \quad (3.1-7)$$

式中, $\exp\left[-j\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right]$ 表示透镜对于入射波前的位相调制,光瞳函数 $P(x, y)$ 则表示透镜对于入射波前大小范围的限制。

3.2 透镜的傅里叶变换性质

透镜之所以能够用做傅里叶变换,根本原因在于它具有能对入射波前施加位相调制的能力,或者说是透镜的二次位相因子在起作用。本节将就最常用的单色平面波照明下的傅里叶变换光路进行讨论。观察平面都选在透镜的后焦面。而物体相对于会聚透镜,可位于两种不同位置:紧靠透镜放置;在透镜前方相距 d_0 处放置。

所有讨论都是在衍射理论的基础上展开的。从光波照明物体开始,沿光波传播方向,逐面分析光场复振幅分布的变化。有时采用空间域分析方法,通过菲涅耳衍射公式计算各个平面上的光场分布。有时则采用频率域分析方法,利用光波在自由空间传播的传递函数,计算各个平面上场分布的频谱,然后可通过傅里叶逆变换求出所需的光场分布。两种分析方法,有时单独使用,有时交替使用,视方便而定。

下面对两种傅里叶变换光路分别进行讨论。

3.2.1 物体紧靠透镜放置

图 3.2-1 示出了物体紧靠透镜放置的傅里叶变换光路。所谓物体是指透射型的薄的平面物体,例如记录有二维信息的透明片。它可能产生振幅吸收,也可能引入空间相移。采用振幅为 A 的单色平面波垂直照明。为了求出透镜后焦面上的光场分布 $U_f(x_f, y_f)$,我们沿光波传播方向逐面求出三个特定平面上的场分布:物体与透镜之间的平面上复振幅分布 $U_l(x, y)$ 、紧靠透镜之后的平面上复振幅分布 $U'_l(x, y)$ 、后焦面上复振幅分布 $U_f(x_f, y_f)$ 。

物体的复振幅透过率为 $t(x, y)$,所以

$$U_l(x, y) = At(x, y)$$

假定不考虑透镜的有限孔径,它的复振幅透过率可以表示为

$$t_l(x, y) = \exp\left[-j\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right]$$

式中已略去了透镜的常量位相延迟。于是

$$U'_l(x, y) = U_l(x, y) \cdot t_l(x, y) = At(x, y) \exp\left[-j\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right] \quad (3.2-1)$$

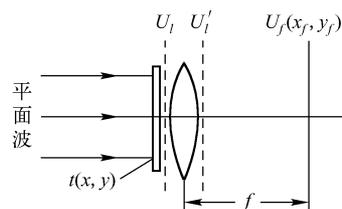


图 3.2-1 物体紧靠透镜的傅里叶变换光路

光波从透镜传播 f 距离, 到达后焦面上所产生的场分布可根据菲涅耳衍射公式, 即式(2.4-17) 计算:

$$U_f(x_f, y_f) = \frac{1}{j\lambda f} \exp\left[j \frac{k}{2f}(x_f^2 + y_f^2)\right] \cdot \mathcal{F}\left\{U_l(x, y) \exp\left[j \frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right]\right\} \Bigg|_{f_x = \frac{x_f}{\lambda f}, f_y = \frac{y_f}{\lambda f}} \quad (3.2-2)$$

式中, 已弃去常量位相因子。把式(3.2-1)代入式(3.2-2), 显然透镜位相因子可以消去变换函数中的二次位相因子, 从而得到

$$\begin{aligned} U_f(x_f, y_f) &= \frac{A}{j\lambda f} \exp\left[j \frac{k}{2f}(x_f^2 + y_f^2)\right] \cdot \mathcal{F}\{t(x, y)\} \Bigg|_{f_x = \frac{x_f}{\lambda f}, f_y = \frac{y_f}{\lambda f}} \\ &= \frac{A}{j\lambda f} \exp\left[j \frac{k}{2f}(x_f^2 + y_f^2)\right] \cdot T\left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}\right) \end{aligned} \quad (3.2-3)$$

式中

$$T(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{t(x, y)\}$$

式(3.2-3)给出了一个重要结果, 即透镜后焦面上的光场分布正比于物体的傅里叶变换。其频率取值与后焦面坐标的关系是 $(f_x = \frac{x_f}{\lambda f}, f_y = \frac{y_f}{\lambda f})$ 。换句话说, 后焦面上 (x_f, y_f) 点的振幅和位相比于物体频谱所包含的频率分量 $(f_x = \frac{x_f}{\lambda f}, f_y = \frac{y_f}{\lambda f})$ 的振幅和位相。

当然, 这种傅里叶变换关系不是准确的。由于变换式前存在位相因子 $\exp\left[j \frac{k}{2f}(x_f^2 + y_f^2)\right]$, 后焦面上的位相分布与物体频谱的位相分布并不相同。通常记录和测量的是观察平面上的强度分布, 这一位相弯曲对它并没有影响, 所以

$$I_f(x_f, y_f) = \left(\frac{A}{\lambda f}\right)^2 \left| T\left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}\right) \right|^2 \quad (3.2-4)$$

显然, 后焦面上的光强分布, 恰恰是物体的功率谱。

3.2.2 物体放置在透镜前方

图 3.2-2 示出了物体放置在透镜前方的傅里叶变换光路。物体的复振幅透过率为 $t(x_0, y_0)$, 它与透镜之间的距离为 d_0 。由于我们已在前面导出了紧靠透镜之前的平面上场分布 $U_l(x, y)$ 与透镜后焦面上场分布 $U_f(x_f, y_f)$ 之间的关系, 因而只需要沿光波传播方向逐面计算三个特定平面上的场分布: 紧靠物体之后的平面上复振幅分布 $U_0(x_0, y_0)$ 、紧靠透镜之前的平面上复振幅分布 $U_l(x, y)$ 、后焦面上复振幅分布 $U_f(x_f, y_f)$ 。

用振幅为 A 的单色平面波垂直照明, 物体的透射光场为

$$U_0(x_0, y_0) = At(x_0, y_0)$$

根据角谱理论来计算光波传播到紧靠透镜之前的平面上场分布的频谱所发生的变化, 会是很方便的。即

$$\mathcal{F}\{U_l(x, y)\} = \mathcal{F}\{U_0(x_0, y_0)\} \cdot H(f_x, f_y) \quad (3.2-5)$$

式中, $H(f_x, f_y)$ 为描述菲涅耳衍射在频域效应的传递函数。略去常量位相延迟, 则

$$H(f_x, f_y) = \exp[-j\pi\lambda d_0(f_x^2 + f_y^2)] \quad (3.2-6)$$

而 $\mathcal{F}\{U_0(x_0, y_0)\} = A\mathcal{F}\{t(x_0, y_0)\} = A \cdot T(f_x, f_y)$ (3.2-7)

式中

$$T(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{t(x_0, y_0)\}$$

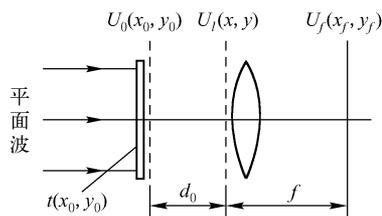


图 3.2-2 物体放置在透镜前方的傅里叶变换光路

将式(3.2-6)和式(3.2-7)代入式(3.2-5),得到

$$\mathcal{F}\{U_l(x,y)\} = AT(f_x, f_y) \exp[-j\pi\lambda d_0(f_x^2 + f_y^2)] \quad (3.2-8)$$

暂不考虑透镜的有限孔径,利用本节第一部分导出的重要结论,则有

$$U_f(x_f, y_f) = \frac{1}{j\lambda f} \exp\left[j\frac{k}{2f}(x_f^2 + y_f^2)\right] \cdot \mathcal{F}\{U_l(x,y)\} \Big|_{f_x = \frac{x_f}{\lambda f}, f_y = \frac{y_f}{\lambda f}} \quad (3.2-9)$$

把式(3.2-8)代入式(3.2-9),可以得到

$$U_f(x_f, y_f) = \frac{A}{j\lambda f} \exp\left[j\frac{k}{2f}\left(1 - \frac{d_0}{f}\right)(x_f^2 + y_f^2)\right] \cdot T\left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}\right) \quad (3.2-10)$$

可见后焦面上的复振幅分布仍然正比于物体的傅里叶变换,变换式前的二次位相因子,使物体的频谱产生一个位相弯曲。当 $d_0 = 0$ 时,物体紧靠透镜,式(3.2-10)给出的结果与式(3.2-3)完全一致。当物体位于透镜前焦面时, $d_0 = f$,式(3.2-10)变为

$$U_f(x_f, y_f) = \frac{A}{j\lambda f} T\left(\frac{x_f}{\lambda f}, \frac{y_f}{\lambda f}\right) \quad (3.2-11)$$

显然,这一位相弯曲完全消失了,后焦面上的光场分布是物体准确的傅里叶变换。当利用透镜对物体做傅里叶变换运算时,这正是我们通常所选用的光路。

当然,不论物体相对透镜的距离 d_0 为何值,位相弯曲对于后焦面上的强度分布都没有影响,它仍然是物体的功率谱。其功率谱表达式与式(3.2-4)完全相同。

3.2.3 透镜孔径的影响

迄今为止,我们对透镜傅里叶变换性质的讨论都假设透镜孔径无限大,并没有考虑有限大小的透镜孔径会限制波面,产生衍射效应。在实际的傅里叶变换光路中,透镜孔径会造成对于各种频率成分传播的限制:低频成分可以通过;稍高频成分可以部分通过;高频成分完全被滤除。因而,由于透镜孔径的影响,后焦面上就不能得到准确的物体频谱,给傅里叶变换结果带来误差。频率越高,误差越大。我们把这种现象称为渐晕效应。显然,透镜孔径尽可能大,或物体尽可能靠近透镜(减小 d_0),都可以减小渐晕的影响。

3.2.4 透镜傅里叶变换的应用

用光学方法实现傅里叶变换,对物体做频谱分析,较之计算机处理速度快,信息容量大,装置简单。它可以同时完成二维或多通道的运算。虽然,它只是一种模拟运算,精度不高,但对于许多应用,其运算精度已经合乎需要。

人们很早就认识到可通过对物体的夫琅禾费衍射图样的测量来确定物体的形状尺寸。尤其对于尺寸很小的物体,直接测量常有困难。需要高精密的光学系统把它放大后测量。然而物体越小(或结构越精细),其频谱越展宽,衍射图样的几何尺寸越大,测量频谱就容易多了。早期应用包括测量羊毛纤维平均直径的杨氏衍射测微计等。发展到今天,基于光学傅里叶变换的光学频谱分析系统已是实用性很强的系统。

光学频谱分析系统可用来对悬浮微粒、粉尘做尺寸分析。粒子尺寸越小,频谱越扩展。由于傅里叶变换的位移性质,粒子在测量期间移动,不会影响衍射图的位置和强度分布,因此为探测提供了很大方便。

该系统已经推广到工业应用中,用来检测产品的质量。例如表面光洁度检测、针尖缺陷检查、掩膜线宽测量、织物疵病检查、纸张印刷性能检验等。利用计算机还可在完成数据分析的

同时,根据检测结果对生产过程加以实时控制。

光学频谱分析系统还可用做图像分析,例如分析遥感图像、医学照片等。

3.3 透镜的成像性质

我们先讨论单色光照明下,一个薄的无像差的正透镜对透射物成实像的简单情况。见图 3.3-1,物体放在透镜前距离为 d_0 的输入平面 x_0y_0 上,在透镜后距离为 d_i 的输出平面 x_iy_i 上观察成像。假定紧靠物体后的复振幅分布为 $U_0(x_0, y_0)$,沿光波传播方向,逐面计算三个特定平面上的场分布:紧靠透镜前后的两个平面上复振幅分布 $U_l(\xi, \eta)$ 和 $U'_l(\xi, \eta)$,观察平面场分布 $U_i(x_i, y_i)$ 。这样就可最终导出系统的输入-输出关系。

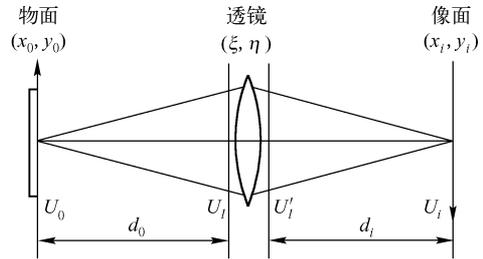


图 3.3-1 推导透镜成像性质的简图

利用菲涅耳衍射式(2.4-17)可写出

$$U_l(\xi, \eta) = \frac{1}{j\lambda d_0} \exp(jkd_0) \exp\left[j\frac{k}{2d_0}(\xi^2 + \eta^2)\right] \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) \times \exp\left[j\frac{k}{2d_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda d_0}(x_0\xi + y_0\eta)\right] dx_0 dy_0 \quad (3.3-1)$$

上式中积分域形式上是无穷大,对于物平面上没有光传播到像空间去的位置, $U_0(x_0, y_0)$ 为零。

透镜的复振幅透过率为

$$t_l(\xi, \eta) = P(\xi, \eta) \exp\left[-j\frac{k}{2f}(\xi^2 + \eta^2)\right] \quad (3.3-2)$$

式中, $P(\xi, \eta)$ 为光瞳函数, f 为透镜焦距。显然,透镜后的透射场分布为

$$U'_l(\xi, \eta) = U_l(\xi, \eta) t_l(\xi, \eta) \quad (3.3-3)$$

光波传播距离 d_i ,再次运用菲涅耳衍射公式,可得

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{j\lambda d_i} \exp(jkd_i) \exp\left[j\frac{k}{2d_i}(x_i^2 + y_i^2)\right] \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} U'_l(\xi, \eta) \times \exp\left[j\frac{k}{2d_i}(\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda d_i}(\xi x_i + \eta y_i)\right] d\xi d\eta \quad (3.3-4)$$

将式(3.3-1)、式(3.3-2)、式(3.3-3)代入上式,弃去常数位相因子,整理后得到

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \exp\left[j\frac{k}{2d_i}(x_i^2 + y_i^2)\right] \iiint_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) P(\xi, \eta) \times \exp\left[j\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} - \frac{1}{f}\right)(\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[j\frac{k}{2d_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \times \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda d_0}(x_0\xi + y_0\eta)\right] \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda d_i}(\xi x_i + \eta y_i)\right] dx_0 dy_0 d\xi d\eta \quad (3.3-5)$$

这是一个复杂的四重积分,必须做进一步的简化。我们来看三个含有二次位相因子的项:积分号前的位相因子 $\exp\left[j\frac{k}{2d_i}(x_i^2 + y_i^2)\right]$ 不影响最终探测的强度分布,可以弃去。积分号内的两个二次位相因子和积分变量 (ξ, η) 或 (x_0, y_0) 有关,只有在一定条件下才能弃去。

假定点物产生的响应是一个很小的像斑,那么能够对于像面上 (x_i, y_i) 点光场产生有意义的贡献的,必定只是物面上以几何成像所对应的物点为中心的微小区域。如果在这个微小区域内 $\exp\left[j \frac{k}{2d_0}(x_0^2 + y_0^2)\right]$ 的位相变化不大于几分之一弧度,则可做以下近似:

$$\exp\left[j \frac{k}{2d_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \approx \exp\left[j \frac{k}{2d_0} \left(\frac{x_i^2 + y_i^2}{M^2}\right)\right] \quad (3.3-6)$$

式中, $M = d_i/d_0$, 是系统的放大倍率。经过近似后的位相因子不再依赖于 (x_0, y_0) , 它同样不会影响 $x_i y_i$ 平面强度探测, 因此可以弃去。

假定选择观察平面, 使它与透镜的距离 d_i 满足

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} - \frac{1}{f} = 0 \quad (3.3-7)$$

则积分号内关于 (ξ, η) 的二次位相因子将消失。式(3.3-7)正是几何光学的透镜定律。

现在式(3.3-5)已大为简化。我们先对 (x_0, y_0) 积分:

$$\begin{aligned} U_i(x_i, y_i) &= \frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_0}(x_0 \xi + y_0 \eta)\right] dx_0 dy_0 \right\} \times \\ &\quad P(\xi, \eta) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i}(\xi x_i + \eta y_i)\right] d\xi d\eta \\ &= \frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \iint_{-\infty}^{\infty} G_0\left(\frac{\xi}{\lambda d_0}, \frac{\eta}{\lambda d_0}\right) P(\xi, \eta) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i}(\xi x_i + \eta y_i)\right] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3.3-8)$$

式中, G_0 是 U_0 的傅里叶变换。上式表明成像过程经历了两次傅里叶变换, 物的频率成分在传递过程中将受到有限大小的光瞳的截取。由于

$$\frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \iint_{-\infty}^{\infty} G_0\left(\frac{\xi}{\lambda d_0}, \frac{\eta}{\lambda d_0}\right) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i}(\xi x_i + \eta y_i)\right] d\xi d\eta = \frac{1}{M} U_0\left(-\frac{x_i}{M}, -\frac{y_i}{M}\right) \quad (3.3-9)$$

令 \bar{h} 为光瞳函数的傅里叶变换, 即

$$\iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i}(\xi x_i + \eta y_i)\right] d\xi d\eta = \bar{h}(x_i, y_i) \quad (3.3-10)$$

对式(3.3-8)运用卷积定理, 得到

$$\begin{aligned} U_i(x_i, y_i) &= \frac{1}{M} U_0\left(-\frac{x_i}{M}, -\frac{y_i}{M}\right) * \bar{h}(x_i, y_i) \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{M} U_0\left(-\frac{\tilde{x}_0}{M}, -\frac{\tilde{y}_0}{M}\right) \bar{h}(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0 \end{aligned} \quad (3.3-11)$$

获得这一结果并非偶然, 由于光波传播的线性性质, U_i 本来就可以由下述叠加积分表示:

$$U_i(x_i, y_i) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) h(x_i, y_i; x_0, y_0) dx_0 dy_0 \quad (3.3-12)$$

比较式(3.3-11)与式(3.3-12)可知 \bar{h} 可看做系统的脉冲响应:

$$\bar{h} = \frac{1}{M} h \quad (3.3-13)$$

$(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$ 正是几何光学理想像点的坐标:

$$\tilde{x}_0 = -Mx_0, \tilde{y}_0 = -My_0 \quad (3.3-14)$$

可以定义一个新函数 U_g 表示几何光学的理想像:

$$U_g(x_i, y_i) = \frac{1}{M} U_0 \left(-\frac{x_i}{M}, -\frac{y_i}{M} \right) \quad (3.3-15)$$

假如不考虑衍射效应,即透镜孔径为无限大,恒有 $P(\xi, \eta) = 1$, 由式(3.3-8)得

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{M} U_0 \left(-\frac{x_i}{M}, -\frac{y_i}{M} \right) = U_g(x_i, y_i)$$

注意此时由式(3.3-10)确定的系统的脉冲响应 \tilde{h} 为 δ 函数,即点物能产生严格的点像。所以几何光学的理想像是物体的准确复现,它在像平面是倒立的,而且尺寸经过了缩放。

事实上必须考虑透镜有限孔径产生的衍射效应,则 \tilde{h} 应是一个衍射斑:

$$\tilde{h}(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda d_i} [\xi(x_i - \tilde{x}_0) + \eta(y_i - \tilde{y}_0)] \right\} d\xi d\eta \quad (3.3-16)$$

显然,脉冲响应就等于透镜孔径的夫琅禾费衍射图样,其中心位于理想像点 $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$ 。

$$\text{把式(3.3-11)改写为} \quad U_i(x_i, y_i) = U_g(x_i, y_i) * \tilde{h}(x_i, y_i) \quad (3.3-17)$$

即像的光场分布就等于几何光学理想像和系统脉冲响应的卷积。

上述结论表明由透镜构成的成像系统可看做线性空间不变系统。其输入物和输出像之间的关系由式(3.3-17)的卷积积分确定。可以从叠加性质和不变性两方面理解卷积成像的物理含义。把输入物体看做点源的集合,它们在像平面上以几何光学理想像点为中心产生各自的衍射斑,这些衍射斑的函数形式相同,都是透镜孔径的夫琅禾费衍射图样,但受到对应物点光场的适当加权。这些脉冲响应的相干叠加给出像面的复振幅分布。系统的作用正是把物面上点的集合变换为像面上重叠的衍射斑的集合。因而像不再是物体的准确复现,而是物体的平滑变形。孔径,越小,脉冲响应越宽,变形就越严重。这种平滑化使像中失去物体的精细结构,尤其是当这种细节变化的周期小于脉冲响应的宽度时。图 3.3-2 是卷积成像的示意图。

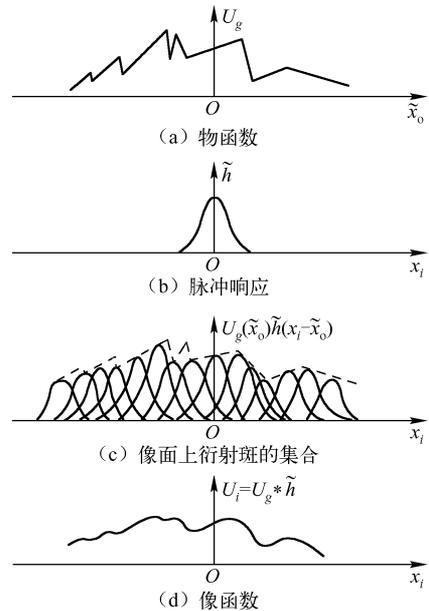


图 3.3-2 卷积成像的示意图

3.4 成像系统的一般分析

3.4.1 成像系统的一般模型

考虑一个一般的成像系统,它可能由几个透镜(正透镜或负透镜)组成,透镜也不要求是“薄”的,系统最终给出一个实像。我们将为这样的系统建立一个普遍适用的模型。

参看图 3.4-1,任意的成像系统都可以分成三部分:物平面到入瞳为第一部分;入瞳到出瞳为第二部分;出瞳到像平面为第三部分。这里入瞳和出瞳是指系统限制光束的孔径光阑在物像空间的几何像。光波在一、三两个部分内的传播可按菲涅耳衍射处理。而对于第二部分,

即透镜系统,在等晕条件下,可把它看做一个“黑箱”。只要能够确定它两端的边端性质,整个透镜组的性质就可以确定下来,而不必考究其内部结构。这里黑箱的两端是入瞳和出瞳。假定在入瞳和出瞳之间光的传播可用几何光学来描述,所谓边端性质是指成像光波在入瞳和出瞳平面的物理性质。

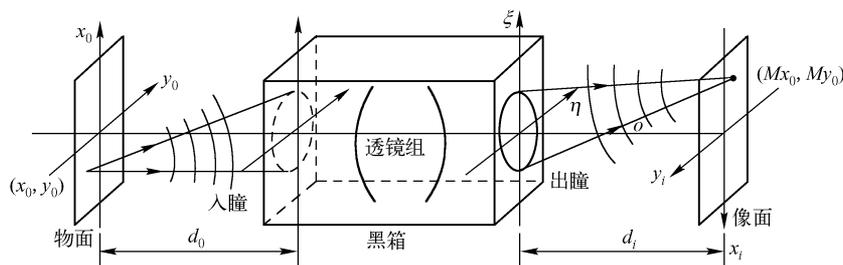


图 3.4-1 成像系统的一般模型

为了确定系统的脉冲响应,需要知道这个黑箱对于点光源发出的球面波的变换作用,即当入瞳平面输入发散球面波时,在出瞳平面透射波前的性质。对于实际的透镜组,这一边端性质千差万别,但总可以分为两类:衍射受限系统和有像差系统。

衍射受限系统是指系统可以不考虑像差影响,仅仅考虑光瞳产生的衍射限制。当像差很小,或者系统的孔径和视场都不大时,实际光学系统就可以近似看做衍射受限的系统。它的边端性质是:物面上任一点光源发出的发散球面波投射到入瞳上,被透镜组变换为出瞳上的会聚球面波。

有像差系统的边端性质则是:点光源发出的发散球面波投射到入瞳上,出瞳处的波前明显偏离理想球面波。偏离的程度可由波像差描述,它决定于透镜组本身的物理结构。

3.4.2 阿贝成像理论

阿贝 (Abbe) 基于对显微镜成像的研究,1873 年提出了衍射成像理论。他认为成像过程包含了两次衍射过程。参看图 3.4-2,它表示显微物镜的成像系统。采用相干光波垂直照明物体,可以把物体看做一个复杂的衍射光栅,衍射光波在透镜后焦面形成物体的夫琅禾费衍射图样。事实上,光波在传播中,还要受到物镜孔径的限制,经过第二次衍射才能传播到像面。把后焦面上的点看做相干的次级波源,发出惠更斯子波,在像面相干叠加产生物体的像。

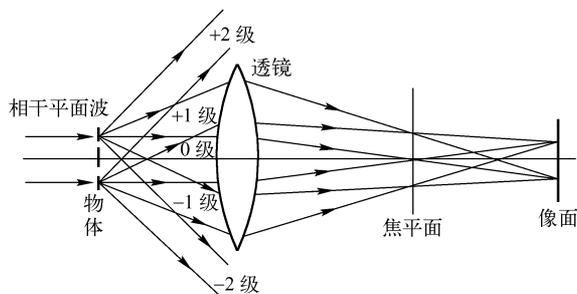


图 3.4-2 阿贝成像原理

参考式(3.3-8),这两次衍射过程也就是两次傅里叶变换的过程:由物面到后焦面,物体衍射光波分解为各种频率的角谱分量,即不同方向传播的平面波分量,在后焦面上得到物体的频谱。这是一次傅里叶变换过程。由后焦面到像面,各角谱分量又合成为像,这是一次傅里叶

逆变换过程。

当不考虑有限光瞳的限制时,物体所有频率分量都参与成像,所得的像应逼真于物。但实际上,由于物镜有限大小光瞳的限制,物体的频率分量只有一部分能参与成像,一些高频成分被丢失,因而产生像的失真,即影响像的清晰度或分辨率。当高频分量具有的能量很弱,或者物镜光瞳足够大时,丢失的高频分量的影响就较小,像也就更近似于物。因此,光学系统的作用类似于一个低通滤波器,它滤掉了物体的高频成分,而只允许一定范围内的低频成分通过系统,这正是任何光学系统不能传递物面全部细节的根本原因。

阿贝认为衍射效应是由于有限的入瞳引起的,1896年瑞利提出衍射效应来自有限的出瞳。由于一个光瞳只不过是另一个光瞳的几何像,这两种看法是等价的。衍射效应可以归结为有限大小的入瞳(或出瞳)对于成像光波的限制。

3.4.3 单色光照明的衍射受限系统

单色光照明时,由于光波传播的线性性质,像面复振幅分布可以用叠加积分表示:

$$U_i(x_i, y_i) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) h(x_i, y_i; x_0, y_0) dx_0 dy_0 \quad (3.4-1)$$

式中, U_0 是物面复振幅分布; h 是系统脉冲响应,它表示位于 (x_0, y_0) 处的点源在像平面 (x_i, y_i) 点产生的复振幅。对衍射受限系统来说, h 是由从出瞳向理想像点 (Mx_0, My_0) 会聚的球面波产生的(见图3.4-1)。这里 M 为系统放大倍率,根据像的正、倒,它可以取正值或负值。由于受有限大小的光瞳的限制,该透射光波传播到像平面产生一个衍射斑。

由系统的边端性质,出瞳面上受到出瞳大小限制的会聚球面波的傍轴近似是

$$U(\xi, \eta) = C' \exp\left\{-j \frac{k}{2d_i} [(\xi - Mx_0)^2 + (\eta - My_0)^2]\right\} P(\xi, \eta) \quad (3.4-2)$$

式中, C' 为复数常数。若光波传播距离 d_i , 在像面上产生的光场分布可由菲涅耳衍射公式写出:

$$h(x_i, y_i; x_0, y_0) = \frac{1}{j\lambda d_i} \exp(jkd_i) \exp\left[j \frac{k}{2d_i} (x_i^2 + y_i^2)\right] \times \iint_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \exp\left[j \frac{k}{2d_i} (\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} (\xi x_i + \eta y_i)\right] d\xi d\eta \quad (3.4-3)$$

将式(3.4-2)代入上式,整理后得到

$$h(x_i, y_i; x_0, y_0) = \frac{C'}{j\lambda d_i} \exp(jkd_i) \exp\left[j \frac{k}{2d_i} (x_i^2 + y_i^2)\right] \exp\left[-j \frac{k}{2d_i} M^2 (x_0^2 + y_0^2)\right] \times \iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \exp\left\{-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} [\xi(x_i - Mx_0) + \eta(y_i - My_0)]\right\} d\xi d\eta \quad (3.4-4)$$

根据与3.3节所述完全相似的理由可以把位相因子 $\exp\left[j \frac{k}{2d_i} (x_i^2 + y_i^2)\right]$ 和 $\exp\left[-j \frac{k}{2d_i} M^2 (x_0^2 + y_0^2)\right]$ 弃去。同时弃去常数位相因子,把系数合并入 C , 并令

$$Mx_0 = \tilde{x}_0, \quad My_0 = \tilde{y}_0 \quad (3.4-5)$$

则最终得到 $h(x_i, y_i; \tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = C \iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \exp\left\{-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} [\xi(x_i - \tilde{x}_0) + \eta(y_i - \tilde{y}_0)]\right\} d\xi d\eta \quad (3.4-6)$

结果表明,单色光照明时,衍射受限系统的脉冲响应是光学系统出瞳的夫琅禾费衍射图样,其中心在几何光学的理想像点 $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$ 。略去积分号前面的系数,脉冲响应就是光瞳函数的傅里叶变换:

$$h(x_i, y_i) = \mathcal{F}\{P(\xi, \eta)\} \Big|_{f_x = \frac{x_i}{\lambda d_i}, f_y = \frac{y_i}{\lambda d_i}} \quad (3.4-7)$$

例如,对于矩形或圆形孔径的光瞳,成像系统的脉冲响应分别是 sinc 函数和爱里图样。

由式(3.4-6)给出的脉冲响应具有空间不变性,即物点在物平面平移,像平面上脉冲响应仅改变位置,函数形式不变。把它代入式(3.4-1)的叠加积分,则有

$$U_i(x_i, y_i) = \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{M^2} U_0\left(\frac{\tilde{x}_0}{M}, \frac{\tilde{y}_0}{M}\right) h(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0 \quad (3.4-8)$$

定义
$$\bar{h} = \frac{1}{M} h \quad (3.4-9)$$

$$U_g(x_i, y_i) = \frac{1}{M} U_0\left(\frac{x_i}{M}, \frac{y_i}{M}\right) \quad (3.4-10)$$

U_g 正是几何光学预言的理想像。最后得到

$$\begin{aligned} U_i(x_i, y_i) &= \iint_{-\infty}^{\infty} U_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \bar{h}(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0 \\ &= U_g(x_i, y_i) * \bar{h}(x_i, y_i) \end{aligned} \quad (3.4-11)$$

这一卷积积分表明,不仅对于薄的单透镜系统,而且对更普遍的情形,衍射受限的成像系统仍可以看做线性空间不变系统。像的复振幅分布是几何光学理想像和系统出瞳所确定的脉冲响应的卷积。

3.4.4 非单色照明

实际的照明光源绝不会是理想单色的。事实上,照明光束的振幅和位相随时间变化的统计性质,将会对成像系统的性能产生重要影响。

非单色照明时, xy 平面光扰动随时间变化,可以用复值函数 $u(x, y; t)$ 表示:

$$u(x, y; t) = U(x, y; t) \exp(-j2\pi \bar{\nu} t) \quad (3.4-12)$$

式中, $\bar{\nu}$ 是光波的平均频率。 $U(x, y; t)$ 称为相幅矢量,它既与空间坐标又与时间坐标有关。若采用准单色光照明,相幅矢量是随时间缓慢变化的函数,可以把它的模看做频率为 $\bar{\nu}$ 的光波的包络。

用非单色光照明物体时,每一物点的振幅和位相随时间做无规变化。在像平面,与每一物点相应的脉冲响应也将随时间做无规变化。最终像的强度分布将取决于这些脉冲响应之间的统计关系,也即取决于物面上被照明各点振幅和位相的统计关系。

考虑两种类型的物体照明方式:空间相干和非相干照明。

相干照明下物面上每一点光的振幅和位相尽管都随时间做无规变化,但所有点随时间变化的方式都是相同的,各点之间相对位相差并不随时间变化。因而,各物点在像平面上脉冲响应也以同一方式随时间做无规变化,相对的位相关系恒定。总的光场应按复振幅叠加。这里我们把复振幅理解为相幅矢量 U 中的空间因子,它描述光场的相对振幅和位相,不随时间变化。所以相干成像系统对复振幅是线性的,可直接利用单色光照明的分析结果。按照相干理论,单一点光源发出的光是空间相干的。通常采用激光器或普通光源配上针孔来得到相干

照明。

非相干照明下,物面上所有点的振幅和位相随时间变化的方式是统计无关的或无关联的。因此像平面上各个脉冲响应的变化也是统计无关的,它们必须按强度相叠加。这就是说,非相干成像系统对强度这一物理量是线性的。而且强度变换的脉冲响应正比于点源在像平面产生的光强分布,即正比于相干系统脉冲响应的模的平方。从扩展光源(独立的点光源的集合)发出的光束可看做空间非相干的。

3.5 衍射受限的相干成像系统的频率响应

衍射受限的相干成像系统对于复振幅的传递是线性空间不变系统。这同时意味着系统给出的强度变换是非线性的。所以,本节对于相干成像系统所作的频域分析,仅适用于线性的复振幅变换。

3.5.1 相干传递函数

相干成像系统的物像关系由卷积积分描述

$$U_i(x_i, y_i) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \bar{h}(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0 \quad (3.5-1)$$

式中, U_g 是几何光学理想像的复振幅分布, \bar{h} 是复振幅脉冲响应(或称相干脉冲响应)。卷积成像是把点物看做基元物,像是点物产生的衍射图样的相干叠加。系统的特性完全由点物所成的像斑的复振幅分布所决定。

也可以从频域分析成像过程。选择复指数函数作为基元物分布,考察系统对于各种频率成分的传递特性。定义系统的输入频谱为

$$G_g(f_x, f_y) = \mathcal{F} \{ U_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \} \quad (3.5-2)$$

输出频谱为

$$G_i(f_x, f_y) = \mathcal{F} \{ U_i(x_i, y_i) \} \quad (3.5-3)$$

把相干脉冲响应的傅里叶变换定义为相干传递函数(CTF):

$$H_c(f_x, f_y) = \mathcal{F} \{ \bar{h}(x_i, y_i) \} \quad (3.5-4)$$

对式(3.5-1)运用卷积定理,得到

$$G_i(f_x, f_y) = G_g(f_x, f_y) H_c(f_x, f_y) \quad (3.5-5)$$

显然, H_c 表征了衍射受限的相干成像系统在频域中的作用。它使输入频谱 G_g 转化为输出频谱 G_i 。

$H_c(f_x, f_y)$ 决定于系统本身的物理结构。注意到脉冲响应 \bar{h} 正比于光瞳函数的傅里叶变换,则可以找出系统结构参数与相干传递函数的关系为

$$\begin{aligned} H_c(f_x, f_y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \bar{h}(x_i, y_i) \exp[-j2\pi(f_x x_i + f_y y_i)] dx_i dy_i \\ &= \frac{C}{M} \iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda d_i}(\xi x_i + \eta y_i)\right] \exp[-j2\pi(f_x x_i + f_y y_i)] d\xi d\eta dx_i dy_i \\ &= \frac{C}{M} \iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) d\xi d\eta \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-j2\pi\left[x_i\left(\frac{\xi}{\lambda d_i} + f_x\right) + y_i\left(\frac{\eta}{\lambda d_i} + f_y\right)\right]\right\} dx_i dy_i \end{aligned}$$

$$= \frac{C}{M} \iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \delta\left(\frac{\xi}{\lambda d_i} + f_x, \frac{\eta}{\lambda d_i} + f_y\right) d\xi d\eta$$

利用 δ 函数的比例变化性质和筛选性质,并略去常数,则有

$$\begin{aligned} H_c(f_x, f_y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \delta(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y) d\xi d\eta \\ &= P(-\lambda d_i f_x, -\lambda d_i f_y) \end{aligned}$$

式中,光瞳函数的自变量带有负号,这意味着相干传递函数正比于经过坐标反射的光瞳函数。只要在一个反射坐标系中定义 P ,则可以去掉负号的累赘,把上式改写为

$$H_c(f_x, f_y) = P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \quad (3.5-6)$$

通常我们所遇到的光瞳都具有对称性,上式自然成立。

假如不考虑光瞳的有限大小,认为恒有 $P=1$,则在整个频率平面内都有 $H_c(f_x, f_y) = 1$ 。这时像是物的准确复现,没有任何信息丢失。这正是几可光学理想成像情况。

实际上光瞳函数总是取 1 和 0 两个值,所以相干传递函数的值也是如此。这就是说在频域中存在一个有限通频带,此通带内全部频率分量可以通过系统而没有振幅和位相畸变,而通带以外的频率分量完全被衰减掉。

3.5.2 相干传递函数计算和应用举例

例 3.5-1 衍射受限的相干成像系统,其出瞳是边长为 l 的正方形(见图 3.5-1(a)),光瞳函数为

$$P(\xi, \eta) = \text{rect}\left(\frac{\xi}{l}\right) \text{rect}\left(\frac{\eta}{l}\right)$$

根据式(3.5-6),相干传递函数(见图 3.5-1(b))为

$$\begin{aligned} H_c(f_x, f_y) &= \text{rect}\left(\frac{\lambda d_i f_x}{l}\right) \text{rect}\left(\frac{\lambda d_i f_y}{l}\right) \\ &= \text{rect}\left(\frac{f_x}{2f_0}\right) \text{rect}\left(\frac{f_y}{2f_0}\right) \end{aligned} \quad (3.5-7)$$

式中, f_0 是沿 f_x 和 f_y 轴方向的截止频率:

$$f_0 = \frac{l}{2\lambda d_i} \quad (3.5-8)$$

应当指出,对于非圆对称光瞳的系统在频率平面不同方向上截止频率数值常常不等。例如对矩形出瞳,在 \tilde{x}_0, \tilde{y}_0 方向频率高于 f_0 的信息不能通过系统。但若适当取向却可能被系统通过。

这里 f_0 是指高斯像面的截止频率。实际物面的截止频率还应乘以放大倍率 M 。

例 3.5-2 衍射受限的相干成像系统,其出瞳是直径为 l 的圆形孔径(见图 3.5-2(a))的光瞳函数为

$$P(\xi, \eta) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{l/2}\right)$$

根据式(3.5-6),相干传递函数(图 3.5-2(b))为

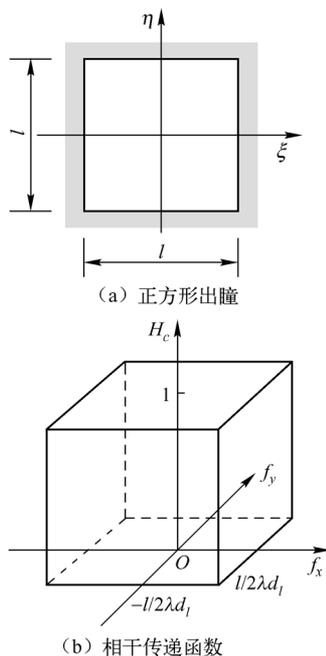


图 3.5-1 正方形出瞳的衍射受限系统的相干传递函数

$$H_c(f_x, f_y) = \text{circ} \left(\frac{\sqrt{(\lambda d_i f_x)^2 + (\lambda d_i f_y)^2}}{l/2} \right)$$

$$= \text{circ} \left(\frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{f_0} \right) \quad (3.5-9)$$

在各个方向上截止频率都是 f_0 , 有

$$f_0 = \frac{l}{2\lambda d_i} \quad (3.5-10)$$

例如当 $l = 2 \text{ cm}$, $d_i = 10 \text{ cm}$, $\lambda = 10^{-4} \text{ cm}$ 时, 截止频率 $f_0 = 100 \text{ 周/毫米}$ 。

例 3.5-3 衍射受限的相干成像系统, 光阑缝宽 $l = 3 \text{ cm}$, 透镜焦距 $f = 5 \text{ cm}$, 照明光波长 $\lambda = 10^{-4} \text{ cm}$, 成像倍率 $M = 1$, 如果物体是振幅透

过率 $t_0(x_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x_0 - nd)$ 的理想光栅, 周期 $d = 0.01 \text{ mm}$, 求像的强度分布。

首先确定系统的相干传递函数。由于 $M = 1$, $d_i = 2f = 10 \text{ cm}$, 截止频率 $f_0 = \frac{l}{2\lambda d_i} = 150 \text{ 周/毫米}$, 则

$$H_c(f_x) = \text{rect} \left(\frac{f_x}{2f_0} \right) = \begin{cases} 1, & |f_x| < f_0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

采用单位振幅平面波垂直照明, 几何光学理想像的场分布 U_g 就等于物体的透过率, 即

$$U_g(\tilde{x}_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\tilde{x}_0 - nd)$$

输入频谱为

$$G_g(f_x) = \frac{1}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta \left(f_x - \frac{n}{d} \right)$$

式中, $1/d = 100 \text{ 周/毫米}$ 。输出频谱为

$$G_i(f_x) = G_g(f_x) H_c(f_x) = \frac{1}{d} \left[\delta \left(f_x \right) + \delta \left(f_x - \frac{1}{d} \right) + \delta \left(f_x + \frac{1}{d} \right) \right]$$

略去常系数, 像的光场分布为

$$U_i(x_i) = 1 + \exp \left(j2\pi \frac{x_i}{d} \right) + \exp \left(-j2\pi \frac{x_i}{d} \right) = 1 + 2 \cos 2\pi \frac{x_i}{d}$$

成像系统在空域和频域的作用如图 3.5-3 所示。图 3.5-4 则为像面的强度分布。可以看出光栅仍能分辨。像与物具有相同的周期, 但在两个主极大之间出现次极大, 光栅条纹已经平滑变形。系统通频带越宽, 像与物越相似。假如 $f_0 < 1/d$, 物的基频成分也不能传递到像面, 将看不到光栅的像。

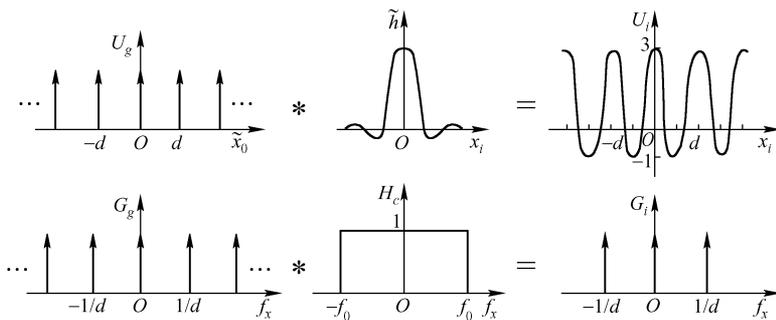


图 3.5-3 空域和频域的运算结果

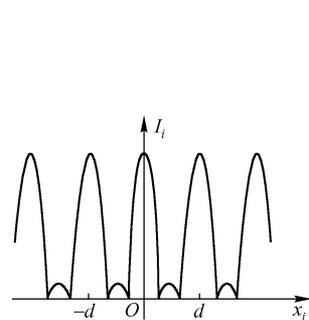


图 3.5-4 光栅成像的强度分布

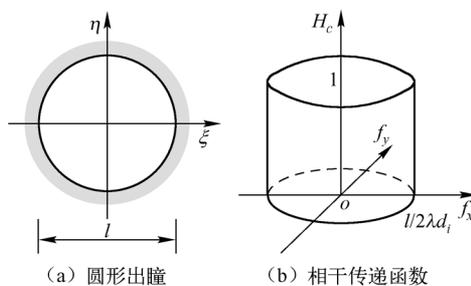


图 3.5-2 圆形出瞳的衍射受限系统的相干传递函数

3.6 衍射受限的非相干成像系统的频率响应

3.6.1 非相干照明时的物像关系式

非相干成像系统是强度变换的线性系统,物像关系满足下述卷积积分

$$I_i(x_i, y_i) = k \iint_{-\infty}^{\infty} I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) h_l(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0 \quad (3.6-1)$$

式中, k 是实常数, I_g 是几何光学理想像的强度分布, I_i 为像的强度分布, h_l 为光强脉冲响应(或称非相干脉冲响应、点扩散函数)。它是点物产生的衍射斑的强度分布,所以

$$h_l(x_i, y_i) = |\bar{h}(x_i, y_i)|^2 \quad (3.6-2)$$

对于衍射受限系统,略去常系数 h_l 可表示为

$$h_l(x_i, y_i) = \left| \mathcal{F}\{P(\xi, \eta)\} \right|_{f_x = \frac{x_i}{\lambda d_i}, f_y = \frac{y_i}{\lambda d_i}} \quad (3.6-3)$$

式(3.6-1)意味着把点源作为输入的基元物,它将在像面上产生以几何光学理想像点为中心的像斑。物体上所有点源产生的像斑经强度叠加得到像面的强度分布。

3.6.2 光强的空间频谱

由于光强脉冲响应 h_l 是实函数,余弦函数是非相干成像系统的本征函数,因而也可以选择余弦的光强分量作为基元物。事实上也可以把它看做强度透过率呈余弦型变化的光栅。

定义 $A_g(f_x, f_y)$ 和 $A_i(f_x, f_y)$ 分别为输入光强频谱和输出光强频谱,即

$$A_g(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)\} \quad (3.6-4)$$

$$A_i(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{I_i(x_i, y_i)\} \quad (3.6-5)$$

以 I_g 的傅里叶分解为例来说明光强频谱的含义:

$$I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} A_g(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x \tilde{x}_0 + f_y \tilde{y}_0)] df_x df_y \quad (3.6-6)$$

I_g 是实函数,其傅里叶变换是厄米型函数。故

$$A_g(f_x, f_y) = A_g^*(-f_x, -f_y) \quad (3.6-7)$$

$$A_g \text{ 可以表示为 } A_g(f_x, f_y) = a(f_x, f_y) \exp[j\theta_g(f_x, f_y)] \quad (3.6-8)$$

式中, $a(f_x, f_y)$ 和 $\theta_g(f_x, f_y)$ 分别是 A_g 的模和辐角。利用式(3.6-7)不难证明

$$I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = \iint_0^{\infty} 2a(f_x, f_y) \cos[2\pi(f_x \tilde{x}_0 + f_y \tilde{y}_0) + \theta_g(f_x, f_y)] df_x df_y \quad (3.6-9)$$

于是物面的光强分布可以看做不同空间频率的余弦光强分量的线性组合。各频率成分的振幅和初位相分别由光强频谱的模和辐角确定。

对于呈余弦函数变化的强度分布,很自然地要讨论其“对比度”或叫做“调制度”,其定义为

$$V = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \quad (3.6-10)$$

式中, I_M 和 I_m 分别是光强分布的最大值和最小值。例如对于 $I_g(\tilde{x}_0) = I_0 + a \cos 2\pi f \tilde{x}_0$,

可计算出 $V = a/I_0$ 。即对比度等于余弦分布的振幅和背景光强(零频分量或称直流分量)的比值。当 $a = I_0$ 时, $V = 1$ 为最大值, 条纹看起来最清晰。当 $a \ll I_0$ 时, $V \ll 1$, 这时因背景光太强, 条纹看起来很不清晰。就像我们在阳光直射下看电视, 不会有令人满意的收看效果。

所以, 从图像的视觉效果考虑, 我们更关心各频率余弦分量的对比度。为此, 可用零频分量的频谱值对光强频谱做归一化。输入和输出的归一化光强频谱定义为

$$\mathcal{A}_g(f_x, f_y) = \frac{A_g(f_x, f_y)}{A_g(0, 0)} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \exp[-j2\pi(f_x \tilde{x}_0 + f_y \tilde{y}_0)] d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0}{\iint_{-\infty}^{\infty} I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0} \quad (3.6-11)$$

$$\mathcal{A}_i(f_x, f_y) = \frac{A_i(f_x, f_y)}{A_i(0, 0)} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} I_i(x_i, y_i) \exp[-j2\pi(f_x x_i + f_y y_i)] dx_i dy_i}{\iint_{-\infty}^{\infty} I_i(x_i, y_i) dx_i dy_i} \quad (3.6-12)$$

3.6.3 光学传递函数的定义及物理意义

对式(3.6-1)运用卷积定理, 得到

$$A_i(f_x, f_y) = H_I(f_x, f_y) \cdot A_g(f_x, f_y) \quad (3.6-13)$$

式中, H_I 是光强脉冲响应的傅里叶变换。对于零频成分则有

$$A_i(0, 0) = H_I(0, 0) A_g(0, 0) \quad (3.6-14)$$

非相干成像系统的归一化传递函数定义为

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{H_I(f_x, f_y)}{H_I(0, 0)} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} h_I(x_i, y_i) \exp[-j2\pi(f_x x_i + f_y y_i)] dx_i dy_i}{\iint_{-\infty}^{\infty} h_I(x_i, y_i) dx_i dy_i} \quad (3.6-15)$$

利用式(3.6-13)和式(3.6-14), 得到

$$\mathcal{A}_i(f_x, f_y) = \mathcal{H}(f_x, f_y) \mathcal{A}_g(f_x, f_y) \quad (3.6-16)$$

通常把 $\mathcal{H}(f_x, f_y)$ 称为非相干成像系统的光学传递函数(OTF)。它描述非相干成像系统在频域的效应。

对于实际系统 \mathcal{H} 常常是复函数, 可以表示为

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = m(f_x, f_y) \exp[j\varphi(f_x, f_y)] \quad (3.6-17)$$

式中, $m(f_x, f_y)$ 和 $\varphi(f_x, f_y)$ 分别是 \mathcal{H} 的模和辐角。

$$m(f_x, f_y) = \frac{|H_I(f_x, f_y)|}{H_I(0, 0)} \quad (3.6-18)$$

$m(f_x, f_y)$ 常称为调制传递函数(MTF), $\varphi(f_x, f_y)$ 则称为相位传递函数(PTF)。如果把归一化光强频谱表示为

$$\mathcal{A}_g(f_x, f_y) = |\mathcal{A}_g(f_x, f_y)| \exp[j\theta_g(f_x, f_y)] \quad (3.6-19)$$

$$\mathcal{A}_i(f_x, f_y) = |\mathcal{A}_i(f_x, f_y)| \exp[j\theta_i(f_x, f_y)] \quad (3.6-20)$$

根据式(3.6-16), 可知

$$m(f_x, f_y) = \frac{|\mathcal{A}_i(f_x, f_y)|}{|\mathcal{A}_g(f_x, f_y)|} \quad (3.6-21)$$

$$\varphi(f_x, f_y) = \theta_i(f_x, f_y) - \theta_g(f_x, f_y) \quad (3.6-22)$$

这说明 MTF 描述系统对各频率分量对比度的传递特性,而 PTF 描述系统对各频率分量施加的相移。

作为系统的本征函数,强度的余弦分量在通过系统后仍为同频率的余弦输出,其对比度和位相的变化决定于系统传递函数的模和辐角。换句话说,如果把输入物看做强度透过率呈余弦变化的不同频率的光栅的线性组合,在成像过程中,OTF 唯一的影响是改变这些基元物的对比和相对位相。

例如,对一个余弦的光强输入

$$I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = I_0 + a(f_a, f_b) \cos[2\pi(f_a \tilde{x}_0 + f_b \tilde{y}_0) + \theta_g(f_a, f_b)]$$

由于 h_I 是实函数,则 H_I 是厄米型函数,按照与推导式(1.2-22)完全类似的方法,可证明像面光强分布为

$$\begin{aligned} I_i(x_i, y_i) &= I_0 \cdot H_I(0,0) + a(f_a, f_b) |H_I(f_a, f_b)| \cos[2\pi(f_a x_i + f_b y_i) + \theta_g(f_a, f_b) + \varphi(f_a, f_b)] \\ &= H_I(0,0) \{ I_0 + a(f_a, f_b) m(f_a, f_b) \cos[2\pi(f_a x_i + f_b y_i) + \theta_i(f_a, f_b)] \} \end{aligned}$$

物和像的对比度分别为

$$\begin{aligned} V_g(f_a, f_b) &= \frac{a(f_a, f_b)}{I_0} \\ V_i(f_a, f_b) &= \frac{a(f_a, f_b)}{I_0} m(f_a, f_b) \end{aligned}$$

$$\text{显然 } V_i(f_a, f_b) = V_g(f_a, f_b) m(f_a, f_b) \quad (3.6-23)$$

$$\theta_i(f_a, f_b) = \theta_g(f_a, f_b) + \varphi(f_a, f_b) \quad (3.6-24)$$

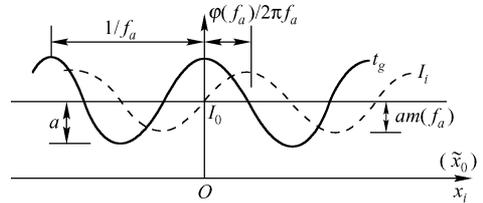


图 3.6-1 光学传递函数的作用图示

即像的对比度等于物的对比度与相应频率 MTF 的值的乘积,PTF 给出相应相移,当 $\varphi = 2\pi$ 时表示余弦条纹错开一个周期。图 3.6-1 中以一维余弦型物体成像为例示出了 MTF 和 PTF 的作用。为方便计,背景光强假定不变。

3.6.4 OTF 与 CTF 的联系

CTF 与 OTF 分别是描述同一个成像系统采用相干照明和非相干照明时的传递函数,它们都决定于系统本身的物理性质,可以找到二者的联系。沟通二者的桥梁是式(3.6-2):

$$h_I = |\bar{h}|^2 \quad (3.6-25)$$

CTF 和 OTF 分别定义为

$$\begin{aligned} H_c(f_x, f_y) &= \mathcal{F} \{ \bar{h} \} \\ \mathcal{H}(f_x, f_y) &= \frac{\mathcal{F} \{ h_I \}}{\mathcal{F} \{ h_I \} |_{f_x=f_y=0}} \end{aligned} \quad (3.6-26)$$

利用傅里叶变换的自相关定理得到

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{\mathcal{F} \{ |\bar{h}|^2 \}}{\mathcal{F} \{ |\bar{h}|^2 \} |_{f_x=f_y=0}} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} H_c(\xi + f_x, \eta + f_y) H_c^*(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\iint_{-\infty}^{\infty} |H_c(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta}$$

$$= \frac{H_c(f_x, f_y) \star H_c(f_x, f_y)}{\iint_{-\infty}^{\infty} |H_c(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \quad (3.6-28)$$

因此,对于同一系统来说光学传递函数 \mathcal{H} 等于相干传递函数 H_c 的归一化自相关函数。这一结论是在式(3.6-2)基础上导出的,所以它对有像差的系统和没有像差的系统都完全成立。

3.6.5 衍射受限系统的 OTF

对于相干照明的衍射受限系统,已经知道

$$H_c(f_x, f_y) = P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)$$

把它代入式(3.6-28),得到光学传递函数为

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(f_x, f_y) &= \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y) P(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) d\xi d\eta} \\ &= \frac{P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \star P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)}{\iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) d\xi d\eta} \end{aligned} \quad (3.6-29)$$

由于光瞳函数只有 1 和 0 两个值,分母积分中的 P^2 可以写作 P 。上式表明衍射受限系统的 OTF 是光瞳函数的归一化自相关函数。

研究式(3.6-29),可得到 OTF 的重要几何解释。式中分母是光瞳的总面积 S_0 ,分子代表中心位于 $(-\lambda d_i f_x, -\lambda d_i f_y)$ 的经过平移的光瞳与原光瞳的重叠面积 $S(f_x, f_y)$,求衍射受限系统的 OTF 只不过是归一化的重叠面积计算问题:

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = S(f_x, f_y) / S_0 \quad (3.6-30)$$

参看图 3.6-2,重叠面积取决于两个错开光瞳的相对位置,也就是和频率 (f_x, f_y) 有关。对于简单几何形状的光瞳,便于求出归一化重叠面积的数学表达式。对于复杂的光瞳,可用计算机计算 OTF 在一系列分立频率上的值。

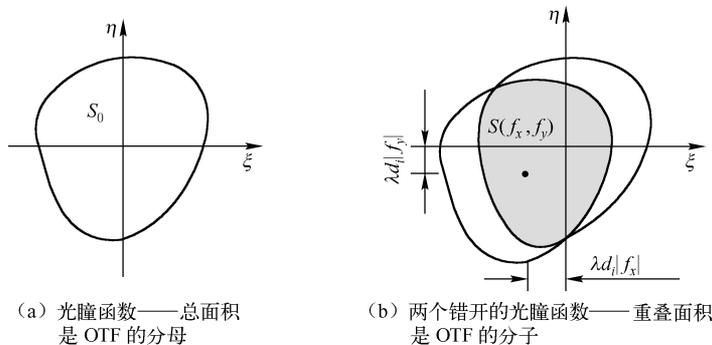


图 3.6-2 衍射受限系统 OTF 的几何解释

从上述几何解释,不难了解衍射受限系统 OTF 的一些性质:

(1) $\mathcal{H}(f_x, f_y)$ 是实的非负的函数。因此衍射受限的非相干成像系统只改变各频率余弦光

强分量的对比,而不改变它们的位相。即只需要考虑 MTF,不必考虑 PTF。

(2) $\mathcal{H}(0,0) = 1$ 。当 $f_x = f_y = 0$ 时,两个光瞳完全重叠,归一化重叠面积为 1。零频时传递函数等于 1,这正是对 OTF 归一化的结果。但这并不意味着像和物的背景光强相同。由于吸收、反射、散射及光阑挡光等原因,像面背景光强总要弱于物面。但从对比度考虑,物、像方零频成分的对比度都是零,无所谓衰减,所以 $\mathcal{H}(0,0) = 1$ 。

(3) $\mathcal{H}(f_x, f_y) \leq \mathcal{H}(0,0)$ 。这一结论很容易从两个光瞳错开后重叠面积小于完全重叠面积得出。严格证明要用到施瓦兹不等式,类似于证明式(1.1-42)的方法。

当 f_x, f_y 足够大,两光瞳完全分离时,重叠面积为零。此时 $\mathcal{H}(f_x, f_y) = 0$ 。即在截止频率所规定的范围之外,光学传递函数为零。此时无论物的对比度多大,像面上没有这些频率成分。

假如把光接收器考虑在系统内,接收器有一个能感知的对比度阈值 V_c 。当像的对比度高于 V_c 时,才能被分辨。与 V_c 相对应的空间频率才是成像系统的分辨极限。

3.6.6 衍射受限系统 OTF 计算和应用举例

例 3.6-1 衍射受限的非相干成像系统,其出瞳为边长为 l 的正方形,光瞳总面积 $S_0 = l^2$ 。重要面积应该是

$$S(f_x, f_y) = \begin{cases} (l - \lambda d_i |f_x|)(l - \lambda d_i |f_y|), & |f_x| \leq \frac{l}{\lambda d_i}, |f_y| \leq \frac{l}{\lambda d_i} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

光学传递函数为
$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{S(f_x, f_y)}{S_0} = \text{tri}\left(\frac{f_x}{2f_0}\right)\text{tri}\left(\frac{f_y}{2f_0}\right) \quad (3.6-31)$$

式中 $f_0 = \frac{l}{2\lambda d_i}$ 是同一系统采用相干照明时的截止频率。非相干系统沿 f_x 和 f_y 轴方向上的截止频率是 $2f_0 = \frac{l}{\lambda d_i}$,图 3.6-3 示出了重叠面积计算和系统 OTF。

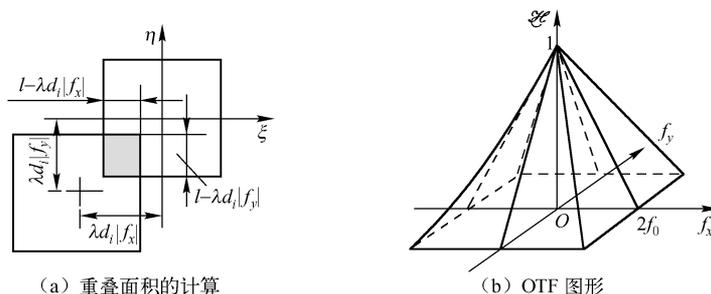


图 3.6-3 正方形出瞳的衍射受限系统的 OTF 计算

例 3.6-2 衍射受限的非相干成像系统,其出瞳是真径为 l 的圆形孔径,光瞳总面积 $S_0 = \frac{\pi}{4}l^2$ 。由于是圆形光瞳,OTF 应是圆对称的。只要沿 f_x 轴正向计算 \mathcal{H} 即可。重叠面积是两个相同的弓形面积之和,见图 3.6-4(a)。由几何公式得到

$$S(f_x, 0) = \left(\frac{l}{2}\right)^2 (2\theta - 2\sin\theta\cos\theta)$$

式中, θ 的单位为弧度, $\cos \theta = \lambda d_i f_x / l$ 。显然

$$\mathcal{H}(f_x, 0) = \frac{S(f_x, 0)}{S_0} = \frac{2}{\pi}(\theta - \sin \theta \cos \theta)$$

对于频率平面任意方向上的径向坐标 ρ , 有

$$\mathcal{H}(\rho) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{\rho}{2\rho_0}\right) - \frac{\rho}{2\rho_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{2\rho_0}\right)^2} \right], & \rho \leq 2\rho_0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3.6-32)$$

式中, $\rho_0 = \frac{l}{2\lambda d_i}$ 是相干照明时系统的截止频率, 见图 3.6-4(b), 可看出 OTF 截止频率是相干截止频率的两倍。

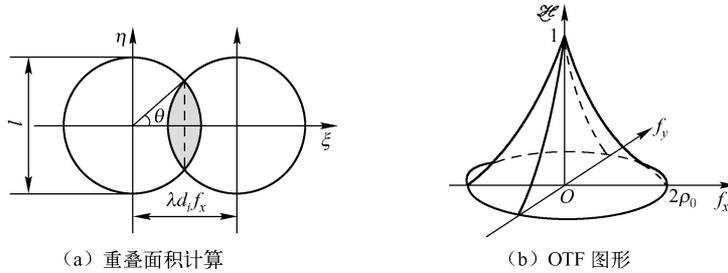


图 3.6-4 圆形出瞳的衍射受限系统的 OTF 计算

例 3.6-3 将例 3.5-3 中的衍射受限的成像系统改为非相干照明, 光阑缝宽 $l = 2\text{cm}$, 透镜焦距 $f = 5\text{cm}$, 照明光波长 $\lambda = 10^{-4}\text{cm}$, 成像倍率 $M = 1$, 如果物体是强度透过率 $\tau_0(x_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x_0 - nd)$ 的理想光栅, 周期 $d = 0.01\text{mm}$, 求像的强度分布。

首先确定系统的 OTF。由于 $M = 1, d_i = 2f = 10\text{cm}$, 截止频率 $2f_0 = \frac{l}{\lambda d_i} = 200$ 周/毫米。

$$\mathcal{H}(f_x) = \text{tri}\left(\frac{f_x}{2f_0}\right)$$

采用单位强度的平面波垂直照明光栅, 几何光学理想像的强度分布 I_g 就等于物体的强度透过率:

$$I_g(\tilde{x}_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\tilde{x}_0 - nd)$$

输入的归一化强度频谱为

$$\mathcal{A}_g(f_x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_x - \frac{n}{d}\right)$$

因 $1/d = 100$ 周/毫米, 归一化输出频谱为

$$\mathcal{A}_i(f_x) = \mathcal{A}_g(f_x) \mathcal{H}(f_x) = \delta(f_x) + \frac{1}{2} \left[\delta\left(f_x - \frac{1}{d}\right) + \delta\left(f_x + \frac{1}{d}\right) \right]$$

略去常系数, 像面光强分布为

$$I_i(x_i) = 1 + \frac{1}{2} \left[\exp\left(j2\pi \frac{x_i}{d}\right) + \exp\left(-j2\pi \frac{x_i}{d}\right) \right] = 1 + \cos 2\pi \frac{x_i}{d}$$

非相干成像系统在空域和频域的效应如图 3.6-5 所示。像面条纹的周期与输入光栅相同, 但由于仅有零频和基频成分传递到像面, 所以像已是平滑变化的余弦强度条纹。当截止频率 $2f_0 < 1/d$ 时, 像面将得不到光栅的像。

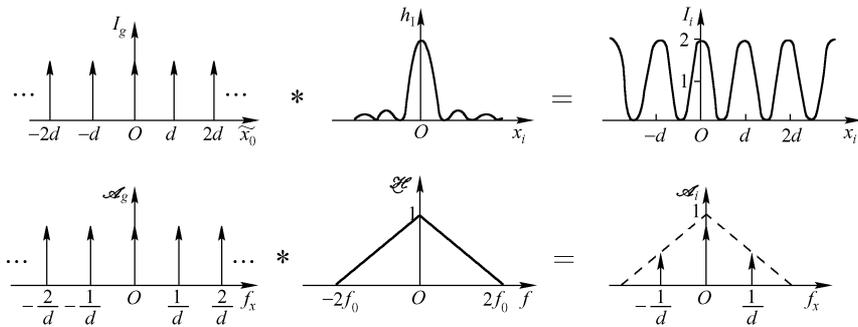


图 3.6-5 空域和频域的运算结果

3.7 像差对于成像系统传递函数的影响

衍射受限的成像系统,在相干照明下,传递函数 H_c 只有 1 和 0 两个值,各种空间频率成分或者无畸变通过系统,或者被完全滤掉。在非相干照明下的光学传递函数 \mathcal{H} 是非负的实函数,即系统只改变各频率成分的对比,不产生相移。当像差必须考虑时,系统的传递函数则不同,在相干或非相干照明下,往往都是复函数。系统对于各频率成分的位相产生影响。

3.7.1 广义光瞳函数

光学成像系统的像差,可以由各种原因引起。从聚焦不良等缺陷,到理想球面透镜的固有性质,如球面像差等。但不论产生像差的原因如何,其效果都是使出瞳上的出射波前偏离理想球面(见图 3.7-1)。仍然从透镜系统的边端性质出发进行讨论。出瞳平面光场分布表示为

$$U(\xi, \eta) = C' \exp \left\{ -j \frac{k}{2d_i} [(\xi - Mx_0)^2 + (\eta - My_0)^2] \right\} \exp[jkW(\xi, \eta)] \cdot P(\xi, \eta) \quad (3.7-1)$$

式中, $W(\xi, \eta)$ 表示实际波面偏离理想球面的光程差,称为波像差。与式(3.4-2)比较,多了一项 $\exp[jkW(\xi, \eta)]$, 它表示出瞳平面上 (ξ, η) 点位相相对于理想球面波的偏差。它的具体函数形式,由像差的具体内容确定。

若定义复函数

$$P(\xi, \eta) = P(\xi, \eta) \exp[jkW(\xi, \eta)] \quad (3.7-2)$$

式(3.7-1)则可以写为

$$U(\xi, \eta) = C' \exp \left\{ -j \frac{k}{2d_i} [(\xi - Mx_0)^2 + (\eta - My_0)^2] \right\} P(\xi, \eta) \quad (3.7-3)$$

由上式可以更简单地理解像差的影响。当存在波前偏差时,可以设想照射出瞳的仍是一个向几何光学理想像点会聚的理想球面波,而全部像差影响归结为孔径内一个移相板的作用,它使离开孔径的波前变形,这样一个孔径就可以用广义光瞳函数 $P(\xi, \eta)$ 描述。比较式(3.7-3)与式(3.4-2),可看出它们完全相似,只是在 $P(\xi, \eta)$ 中除包含孔径大小形状的限制,也包含了系统像差的作用。这便于我们利用前面一整套推理方法,导出有像差系统的脉冲响应和传递函数。

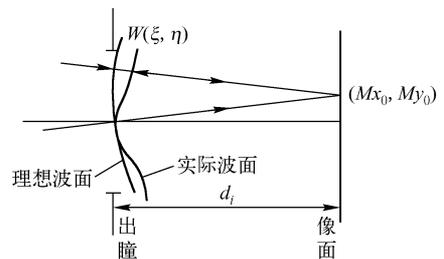


图 3.7-1 像差对于出瞳平面波前的影响

3.7.2 像差对 CTF 的影响

在式(3.4-7)中用广义光瞳函数 \mathbf{P} 代替 P , 就可以得到有像差系统的相干脉冲响应, 即

$$\bar{h}(x_i, y_i) = \mathcal{F} \{ \mathbf{P}(\xi, \eta) \} = \mathcal{F} \{ P(\xi, \eta) \exp[jkW(\xi, \eta)] \} \Big|_{f_x = \frac{x_i}{\lambda d_i}, f_y = \frac{y_i}{\lambda d_i}} \quad (3.7-4)$$

式中已略去了常数。相干脉冲响应不再单纯是孔径的夫琅禾费衍射图样, 必须考虑波像差的影响。若像差是对称性的, 如球差和离焦, 点物的像斑仍具有对称性。若像差是非对称性的, 如彗差、像散等, 点物的像斑也不具有圆对称性。

相干传递函数定义为相干脉冲响应的傅里叶变换, 利用式(3.5-6)的推导方法, 得到

$$H_c(f_x, f_y) = \mathbf{P}(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) = P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \exp[jkW(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)] \quad (3.7-5)$$

显然, 系统通频带仍由光瞳的大小决定, 截止频率和无像差情况相同。像差的唯一影响是在通频带内引入与频率有关的位相畸变, 使像质变坏。

3.7.3 像差对 OTF 的影响

非相干照明下, 强度脉冲响应仍然是相干脉冲响应模的平方, 即

$$h_I = |\bar{h}|^2$$

对于圆形出瞳, h_I 不再是爱里图样的强度分布。由于像差的影响, 点扩散函数的峰值明显小于没有像差时系统点扩散函数的峰值。可以把这两个峰值之比作为像差大小的指标, 称为斯特列尔 (Strehl) 清晰度。图 3.7-2 中对几何光学理想成像、衍射受限系统和有像差系统的点扩散函数做了比较。

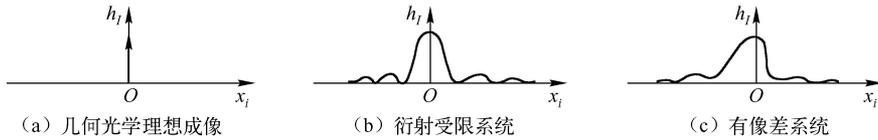


图 3.7-2 成像系统的点扩散函数

借助(3.6-28), 由 H_c 与 \mathcal{H} 的关系可知, 有像差系统的 OTF 应该是广义光瞳函数的归一化自相关函数, 即

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{\mathbf{P}(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \star \mathbf{P}(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)}{\iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) d\xi d\eta} \quad (3.7-6)$$

在上式中, 广义瞳函数的相位因子不影响式中分母的积分值, 它仍然是光瞳的总面积 S_0 。在式(3.7-6)中分子的积分区域仍然是 $P(x, y)$ 和 $P(x + \lambda d_i f_x, y + \lambda d_i f_y)$ 的重叠区 $S(f_x, f_y)$, 于是式(3.7-6)可简写为

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \iint_{S(f_x, f_y)} \exp[-jkW(x, y)] \exp[jkW(x + \lambda d_i f_x, y + \lambda d_i f_y)] dx dy / S_0 \quad (3.7-7)$$

式(3.7-7)给出了波前偏差与 OTF 的直接联系。当波像差为零时, 所得结果与式(3.6-29)一致, 是衍射受限系统的 OTF。对于波像差不为零的一般情况, 显然 OTF 是复函数。有像差的系统不仅影响输入各频率成分的对比度, 也对位相产生影响。利用施瓦兹不等式, 不难证明

$$|\mathcal{H}(f_x, f_y)|_{\text{有像差}} \leq |\mathcal{H}(f_x, f_y)|_{\text{无像差}} \quad (3.7-8)$$

因此像差会进一步降低成像的质量。

由于 h_l 是实函数, 无论有无像差, \mathcal{H} 都是厄米型的, $\mathcal{H}(f_x, f_y) = \mathcal{H}^*(-f_x, -f_y)$ 。它的模和辐角分别为偶函数和奇函数, 即

$$m(f_x, f_y) = m(-f_x, -f_y) \quad (3.7-9)$$

$$\varphi(f_x, f_y) = -\varphi(-f_x, -f_y) \quad (3.7-10)$$

了解了这一特点后, 在画 MTF 或 PTF 截面曲线时可以只画出曲线的正频率部分。

作为例子, 图 3.7-3 示出了像差大小不同时离焦系统的 OTF 曲线。由图可以看出: 当 $w=0$ 时, 得到衍射受限系统的 OTF。当 $w=\lambda/4$ 时, OTF 曲线接近于理想情况。这说明光程差最大值不超过 $\lambda/4$ 时, 像差对成像质量没有大的影响。可把它作为成像系统像差容限, 这符合瑞利的 $\lambda/4$ 规则。由曲线可看出:

$$|\mathcal{H}(f_x, f_y)|_{\text{有像差}} \leq |\mathcal{H}(f_x, f_y)|_{\text{无像差}}$$

像差进一步降低了各频率成分的对比度, 而使像质变坏。虽然系统的截止频率不变, 但像差严重时, OTF 的高频部分大大衰减, 以至有效传递的频带大大缩小。当 $w > \lambda/2$ 时, OTF 出现负值。对应频率成分产生 π 相移, 这些频率分量会出现对比反转的现象, 即所谓伪分辨。

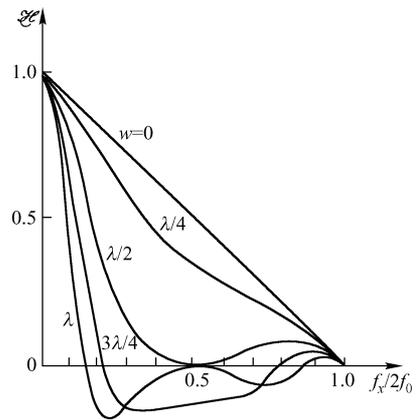


图 3.7-3 光瞳为方形的离焦系统的 OTF 截面图

3.8 相干与非相干成像系统的比较

从以下对相干与非相干成像系统所做的比较, 往往不能给出孰优孰劣的结论, 但可以使我们进一步了解两种类型照明的一些本质差异。

1. 截止频率

OTF 的截止频率是 CTF 截止频率的两倍。若由此得出结论非相干比相干照明一定要好, 显然是轻率的。因为不同系统的截止频率是对不同物理量传递而言的。对非相干系统, 它是指能够传递的强度呈余弦变化的最高频率。对相干系统却是指能够传递的复振幅呈周期变化的最高频率。显然对二者从数值上简单比较是不相宜的。

因为最终观察的是像的强度, 可以由这个统一的物理量对两个系统做出比较。由于

$$A_g(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{|U_g|^2\} = G_g(f_x, f_y) \star G_g(f_x, f_y) \quad (3.8-1)$$

输入强度频谱的谱宽扩展到复振幅频谱 G_g 谱宽的两倍。OTF 的通频带也必须扩大到 CTF 的两倍, 才能传递适当的频率成分, 而不更多地丢失信息。另外, 对通频带内各频率成分, CTF 不加衰减, 而 OTF 往往给予程度不等的衰减, 降低像的对比。

成像结果不仅依赖于系统的结构与照明光的相干性, 而且与物体空间结构特点密切相关。可能对一种物体相干照明好, 而对另一种物体非相干照明好。所以, 除非指定系统使用的条件, 不然谈论成像系统的好坏, 可能毫无意义。实际上并不存在一个普遍适用的质量判据。

2. 两点分辨率

通常把分辨率,即光学系统分辨两个十分靠近的点光源的能力作为系统质量的重要指标。

根据瑞利分辨率判据,对两上等强度的非相干点光源,若一个点光源产生的爱里斑中心恰好与第二个点光源产生爱里斑的第一个零点重合,则认为这两个点光源刚好能够分辨。对于衍射受限系统,归一化像面坐标中 x 方向观察的像的强度分布为

$$I(x) = \left\{ \frac{2J_1[\pi(x-0.61)]}{\pi(x-0.61)} \right\}^2 + \left\{ \frac{2J_1[\pi(x+0.61)]}{\pi(x+0.61)} \right\}^2$$

图 3.8-1 中示出了刚能分辨的两点所产生的爱里斑强度叠加后的曲线,中心凹陷大小为峰值的 27%。

显然,系统分辨率决定于脉冲响应的宽度,脉冲响应越窄,分辨本领越高。在高斯像面的最小可分辨间隔是

$$\delta = 1.22 \frac{\lambda d_i}{l} \quad (3.8-2)$$

式中, l 是出瞳的直径。

相干照明时,两个点光源产生的爱里斑按复振幅叠加。叠加的结果强烈地依赖于物点之间相对位相关系。当两个点的距离仍取瑞利间隔时,归一化像面坐标中 x 方向所观察的像的强度分布为

$$I(x) = \left| 2 \frac{J_1[\pi(x-0.61)]}{\pi(x-0.61)} + e^{j\varphi} \cdot 2 \frac{J_1[\pi(x+0.61)]}{\pi(x+0.61)} \right|^2 \quad (3.8-3)$$

式中 φ 为两个点源相对位相差。对于 φ 分别为 $0, \pi/2$ 和 π 的三种情况,图 3.8-2 中示出了最终的像的强度分布。当 $\varphi = 0$ 时,两个点光源位相相同, $I(x)$ 不出现中心凹陷,因而两点完全不能分辨。当 $\varphi = \pi/2$ 时, $I(x)$ 与非相干照明情况完全相同,刚好能够分辨。当 $\varphi = \pi$ 时,两个点光源反相, $I(x)$ 的中心凹陷远远大于 27%,这两点比非相干照明时分辨得更为清楚。

因而实际上瑞利分辨率判据仅适用于非相干成像系统,对于相干成像系统能否分辨两个点光源要考虑它们的位相关系。

3. 相干噪声

用激光照明具有粗糙表面的物体,由于光波的高度相干性,各点源产生的相干脉冲响应之间可能产生相长或相消干涉,在像面上出现亮暗斑纹,即散斑。斑纹的平均尺度约为系统所能分辨的单元大小。当观察的物体接近光学系统分辨极限时,斑纹可能湮没有用的像。此外,光路中灰尘或其他缺陷产生的衍射图样也会叠加到像上,这些都可称为“相干噪声”,它们对成像都是不利的。

非相干照明时,点扩散函数是非负的实函数,它们按强度叠加的值总大于单一脉冲响应在该点的值,不会产生散斑效应或其他相干噪声。

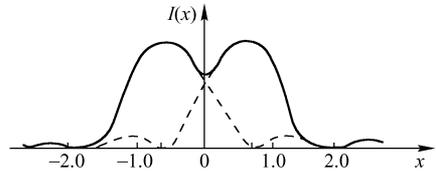


图 3.8-1 刚能分辨的两个非相干点光源的像的强度分布

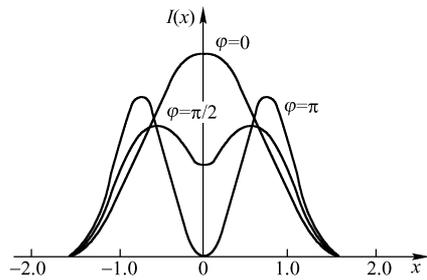


图 3.8-2 相距为瑞利间隔的两个相干点光源的像的强度分布

习题三

3.1 图题 3.1 所示楔形棱镜, 楔角为 α , 折射率为 n , 底边厚度为 Δ_0 。求其位相变换函数, 并利用它来确定平行光束小角度入射时产生的偏向角 δ 。

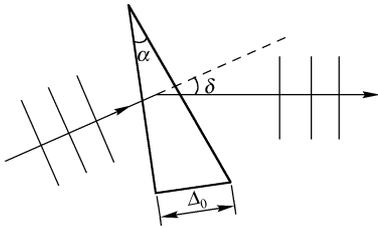


图 题 3.1

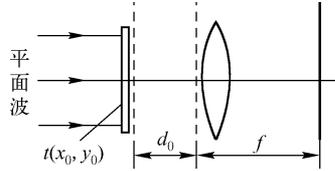


图 题 3.2

3.2 采用图题 3.2 所示光路对某一维物体做傅里叶分析。它所包含的最低空间频率为 20 l/mm , 最高空间频率为 200 l/mm 。照明光的波长 $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$ 。若希望谱面上最低频率成分与最高频率成分之间间隔 50 mm , 透镜的焦距应取多大?

3.3 参看图题 3.3, 单色点光源 S 通过一个会聚透镜成像在光轴上 S' 位置。物体(透明片)位于透镜后方, 相距 S' 的距离为 d , 被完全照明。求证物体的频谱出现在点光源的像平面上。

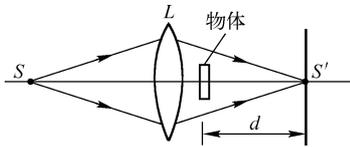


图 题 3.3

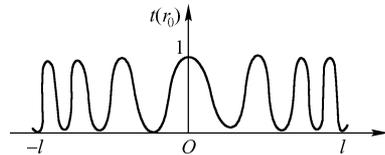


图 题 3.4

3.4 一个衍射屏具有下述圆对称的复振幅透过率函数(见图题 3.4):

$$t(r_0) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\alpha r_0^2) \right) \text{circ} \left(\frac{r_0}{l} \right)$$

- (1) 这个屏的作用类似于透镜, 为什么?
- (2) 给出此屏的焦距表达式。
- (3) 这种屏用做成像元件会受到它的什么性质的限制(特别对于多色物体成像)?

3.5 图题 3.5 所示为两个相干成像系统, 所用透镜的焦距都相同。单透镜系统中光阑直径为 D , 双透镜系统为了获得相同的截止频率, 光阑直径 l 应等于多大(相对于 D 写出关系式)?

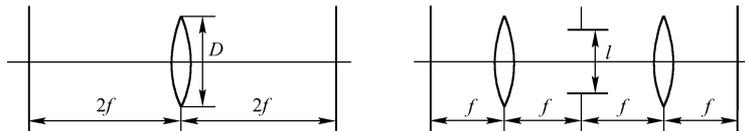


图 题 3.5

3.6 一个余弦型振幅光栅, 复振幅透过率为

$$t(x_0, y_0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi f_0 x_0)$$

放在图题 3.6 所示成像系统的物面上, 用单色平面波倾斜照明, 平面波传播方向在 x_0z 平面内, 与 z 轴夹角为 θ 。透镜焦距为 f , 孔径为 l 。

- (1) 求物体透射光场的频谱;

(2) 使像平面出现条纹的最大 θ 角等于多少? 求此时像面强度分布。

(3) 若 θ 采用上述极大值, 使像面上出现条纹的最大光栅频率是多少? 与 $\theta = 0$ 时截止频率相比, 结论如何?

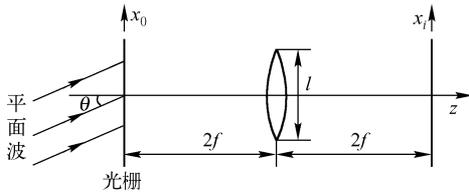


图 题 3.6

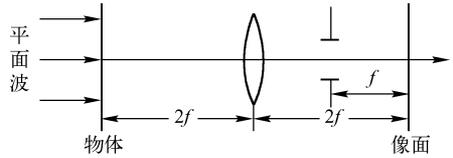


图 题 3.7

3.7 图题 3.7 所示相干成像系统中, 物体复振幅透过率为

$$t(x, y) = \frac{1}{2} \{ 1 + \cos[2\pi(f_a x + f_b y)] \}$$

为了使像面能得到它的像, 问:

(1) 若采用圆形光阑, 直径应大于多少?

(2) 若采用矩形光阑, 各边边长应大于多少?

3.8 当点扩散函数 $h_i(x_i, y_i)$ 成点对称时, 证明 OTF 为实函数, 即等于调制传递函数。

3.9 一个非相干成像系统, 出瞳由两个正方形孔构成。如图题 3.9 所示, 正方形孔的边长 $a = 1 \text{ cm}$, 两孔中心距 $b = 3 \text{ cm}$ 。若光波长 $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$, 出瞳与像面距离 $d_i = 10 \text{ cm}$, 求系统的 OTF, 画出沿 f_x 和 f_y 轴的截面图。

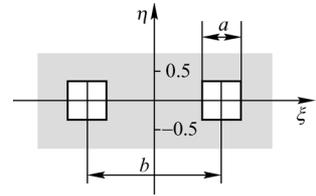


图 题 3.9

3.10 物体的复振幅透过率可以用矩形波表示, 它的基频是 50 l/mm 。通过圆形光瞳的透镜成像。透镜焦距为 10 cm , 物距为 20 cm , 照明波长为 $0.6 \mu\text{m}$ 。为了使像面出现条纹, 在相干照明和非相干照明的条件下, 分别确定透镜的最小直径应为多少?

3.11 若余弦振幅光栅的透过率为

$$t(x, y) = a + b \cos(2\pi \tilde{f} x)$$

式中, $a > b > 0$ 。用相干成像系统对它成像。设光栅频率 \tilde{f} 足够低, 可以通过系统。忽略放大和系统总体衰减, 并不考虑像差。求像面的强度分布, 并证明同样的强度分布出现在无穷多个离焦的像平面上。

3.12 物体的复振幅透过率为

$$t_1(x) = \left| \cos\left(2\pi \frac{x}{b}\right) \right|$$

通过光学系统成像。系统的出瞳是半径为 a 的圆孔径, 且 $\lambda d_i / b < a < 2\lambda d_i / b$ 。 d_i 为出瞳到像面的距离, λ 为波长。问对该物体成像, 采用相干照明和非相干照明, 哪一种照明方式好?

3.13 在上题中, 如果物体换为 $t_2(x)$, 其复振幅透过率为

$$t_2(x) = \cos\left(2\pi \frac{x}{b}\right)$$

结论又如何?

3.14 一个非相干成像系统, 出瞳是宽为 $2a$ 的狭缝, 它到像面的距离为 d_i 。物体的强度分布为

$$g(x) = \alpha + \beta \cos(2\pi \tilde{f} x)$$

条纹的方向与狭缝平行。假定物体可以通过系统成像, 忽略总体衰减, 求像面光强分布 (照明光波长为 λ)。

3.15 图题 3.15 所示成像系统, 光阑为双缝, 缝宽为 a , 中心间距为 d , 照明光波长为 λ 。求下述情况下系统的脉冲响应和传递函数, 画出它们的截面图。

(1) 相干照明 (2) 非相干照明

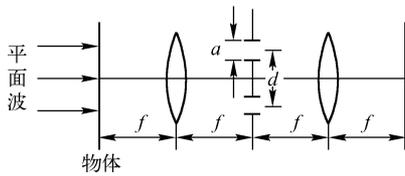


图 题 3.15

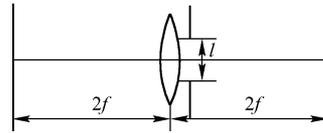


图 题 3.16

3.16 图题 3.16 所示非相干成像系统,光瞳是边长为 l 的正方形。透镜焦距 $f = 50 \text{ mm}$,光波长 $\lambda = 0.6 \times 10^{-3} \text{ mm}$ 。

若物面光强分布为
$$I(x) = 1 + \frac{1}{2} \cos(600\pi x)$$

希望像面光强分布为
$$I_i(x) = C \left[1 + \frac{1}{4} \cos(600\pi x) \right]$$

式中, C 为总体衰减系数。

- (1) 画出系统沿 f_x 轴的 OTF 截面图。
- (2) 光瞳尺寸 l 应为多少?
- (3) 若物面光强分布改为 $I'(x) = 1 + \frac{1}{6} \cos(900\pi x)$, 求像面的光强分布 $I'_i(x)$ 。

第4章 光学全息

普通照相是根据几何光学成像原理,记录下光波的强度(即振幅),将空间物体成像在一个平面上,由于丢失了光波的相位,因而失去了物体的三维信息。与普通照相不同,全息照相能够记录物光波的振幅和相位,并在一定条件下再现,即可看到包含物体全部信息的三维像,即使物体已经移开,仍然可以看到原始物体本身具有的全部现象,包括三维感觉和视差。利用干涉原理,将物体发出的特定光波以干涉条纹的形式记录下来,使物光波前的全部信息都储存在记录介质中,故所记录的干涉条纹图样被称为“全息图”。当用光波照射全息图时,由于衍射原理能重现出原始物光波,从而形成与原物体逼真的三维像,这个波前记录和重现的过程被称为全息术或全息照相。

本章重点讨论光学全息的基本原理,介绍一些重要类型的全息图,以及光学全息术的主要应用。

4.1 概 述

全息照相术是英籍匈牙利科学家丹尼斯·盖伯(Dennis Gabor)发明的。1947年他从事电子显微镜研究,当时电子显微镜的理论分辨率极限是 0.4 nm ,由于丢失了光波的相位,实际只能达到 1.2 nm ,比分辨原子晶格所要求的分辨率 0.2 nm 差得很多。这主要是由于电子透镜的像差比光学透镜要大得多,从而限制了分辨率的提高。

为此,盖伯设想:记录一张不经任何透镜的,用物体衍射的电子波制作曝光照片(即全息图),使它能保持物体的振幅和相位的全部信息,然后用可见光照明全息图来得到放大的物体像。由于光波波长比电子波长高5个数量级,这样,再现时物体的放大率为 $M = \lambda_{\text{光}}/\lambda_{\text{电子}}$,就可获得 10^5 倍而不会出现任何像差,所以这种无透镜两步成像的过程可期望获得更高的分辨率。根据这一设想,他在1948年提出了一种用光波记录物光波的振幅和相位的方法——波前重建,现在我们把它叫做全息术。他研究了全息术对显微术的应用。虽然由于实际原因未能实现所设想的应用,但是20世纪60年代出现的进展,导致许多盖伯始料不及的应用,并且开辟了光学中的一个崭新领域,他也因此而获得1971年的诺贝尔物理学奖。

从1948年盖伯提出全息照相的思想开始一直到20世纪50年代末期,全息照相都是采用汞灯作为光源,而且是所谓的同轴全息图,它的 ± 1 级衍射波是分不开的,即存在所谓的“孪生像”问题,不能获得好的全息像。这是第一代全息图,是全息术的萌芽时期。第一代全息图存在两个严重问题,一个是再现的原始像和共轭像分不开,另一个是光源的相干性太差。

1960年激光的出现,提供了一种高相干性光源。1962年美国科学家利思(Leith)和乌帕特尼克斯(Upatnieks)将通信理论中的载频概念推广到空域中,提出了离轴全息术。他用离轴的参考光与物光干涉形成全息图,再利用离轴的参考光照射全息图,使全息图产生三个在空间互相分离的衍射分量,其中一个复制出原始物光。这样,第一代全息图的两大难题宣告解决,产生了激光记录、激光再现的第二代全息图。从而使全息术在沉睡了十几年之后得到了新生,进入了迅速发展年代,相继出现了多种全息方法,并在信息处理、全息干涉计量、全息显示、全

息光学元件等领域得到广泛应用。由此可见,高相干度激光的出现,是全息术发展的巨大推动力。

由于激光再现的全息图失去了色调信息,人们开始致力于研究第三代全息图。第三代全息图是利用激光记录和白光再现的全息图,例如反射全息、像全息、彩虹全息及模压全息等,在一定的条件下赋予全息图以鲜艳的色彩。

激光的高度相干性,要求全息拍摄过程中各个元件、光源和记录介质的相对位置严格保持不变,并且相干燥声也很严重,这给全息术的实际使用带来了种种不便。于是,科学家们又回过头来继续探讨白光记录的可能性。第四代全息图可能是白光记录和白光再现的全息图,它将使全息术最终走出实验室,进入广泛的实用领域。这是一个极具诱惑力的方向,正在吸引人们去研究和探索,目前已开始取得进展。

除了用光学干涉方法记录全息图外,还可用计算机和绘图设备画出全息图,这就是计算全息(Computer-Generated Hologram,简称 CGH)。计算全息是利用数字计算机来综合的全息图,不需要物体的实际存在,只需要物光波的数学描述,因此,具有很大的灵活性。

全息术不仅可以用于光波波段,也可以用于电子波、X 射线、声波和微波波段。实际上,利思和乌帕特尼克斯的离轴全息概念就是来自于微波领域的旁视雷达——微波全息图。正如盖伯在他荣获诺贝尔奖时的演说中所指出的,利思在雷达中用的电磁波长比光波长 10 万倍,而盖伯本人在电子显微镜中所用的电子波长又比光波短 10 万倍。他们分别在相差 10^{10} 倍波长的两个方向上发展了全息照相术,这说明科学的发展总是互相渗透、互相影响的。

4.2 波前记录与再现

用干涉方法得到的像平面上光波的全部信息(振幅和相位),存在于物像之间光波经过的任一平面上。如果在这些平面上能记录携带物体全部信息的波前,并在一定条件下再现(亦称重现)物光波的波前,那么,从效果上看,相当于在记录时被“冻结”在记录介质上的波前从全息图上“释放”出来,然后继续向前传播,以产生一个可观察的三维像。如果不考虑记录过程和再现过程在时间上的间隔和空间上存在的差异,则再现光波与原始光波毫无区别。因此,由光波传递信息而构成物体的过程被分解为两步:波前记录与波前再现。在全息术中通常使用的波是光波,一般把它称为光全息术。根据使用波的不同,又有微波全息术、声波全息术等。波前记录与波前再现是全息术的核心。

4.2.1 波前记录

1. 用干涉方法记录物光波波前

物光波波前信息包括光波的振幅和相位,然而现有的所有记录介质仅对光强产生响应,因此,必须设法把相位信息转换成强度的变化才能记录下来。干涉法是将空间相位调制转换为空间强度调制的标准方法。

波前记录过程如图 4.2-1 所示。设传播到记录介质上的物光波波前为

$$O(x, y) = O(x, y) \exp[-j\varphi(x, y)] \quad (4.2-1)$$

传播到记录介质上的参考光波波前为

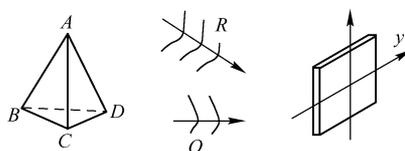


图 4.2-1 波前记录

$$R(x, y) = R(x, y) \exp[-j\psi(x, y)] \quad (4.2-2)$$

则被记录的总光强为

$$I(x, y) = |R(x, y) + O(x, y)|^2 \\ = |R(x, y)|^2 + |O(x, y)|^2 + R(x, y)O^*(x, y) + R^*(x, y)O(x, y) \quad (4.2-3)$$

$$\text{或者 } I(x, y) = |R(x, y)|^2 + |O(x, y)|^2 + 2R(x, y)O(x, y)\cos[\psi(x, y) - \varphi(x, y)] \quad (4.2-4)$$

常用的记录介质是银盐感光干板,对两个波前的干涉图样曝光后,经显影、定影处理得到全息图。因此,全息图实际上就是一幅干涉图。式(4.2-4)中的前两项是物光和参考光的强度分布,其中参考光波一般都选用比较简单的平面波或球面波,因而 $|R(x, y)|$ 是常数或近似于常数。而 $|O(x, y)|$ 是物光波在底片上造成的强度分布,它是不均匀的,但实验上一般都让它比参考光波弱得多。前两项基本上是常数,作为偏置项,第三项是干涉项,包含有物光波的振幅和相位信息。参考光波作为一种高频载波,其振幅和相位都受到物光波的调制(调幅和调相)。参考光波的作用正好完成使物波波前的相位分布转换成干涉条纹的强度分布的任务。

2. 记录过程的线性条件

作为全息记录的感光材料很多,最常用的由细微粒卤化银乳胶涂敷的超微粒干板,简称全息干板。假定全息干板的作用相当于一个线性变换器,它把曝光期间内的入射光强线性地变换为显影后负片的振幅透过率,为此必须将曝光量变化范围控制在全息干板 $t-E$ 曲线的线性段内。图4.2-2是负片的 $t-E$ 曲线,横坐标 E 表示曝光量,纵坐标 t 表示振幅透过率。此外,我们还必须假定全息干板具有足够高的分辨率,以便能记录全部入射的空间结构。这样,全息图的振幅透过率就可记为

$$t(x, y) = t_0 + \beta E = t_0 + \beta[\tau I(x, y)] = t_0 + \beta' I(x, y) \quad (4.2-5)$$

式中, t_0 和 β 均为常数, β 是 $t-E$ 曲线直线部分的斜率, β' 为曝光时间 τ 和 β 之乘积。对于负片和正片, β' 分别为负值和正值。假定参考光的强度在整个记录表面是均匀的,则

$$t(x, y) = t_0 + \beta'(|R|^2 + |O|^2 + R^*O + RO^*) \\ = t_b + \beta'(|O|^2 + R^*O + RO^*) \quad (4.2-6)$$

式中, $t_b = t_0 + \beta'|R|^2$,表示均匀偏置透过率。如果全息图的记录未能满足上面指出的线性记录条件,将影响再现光波的质量。

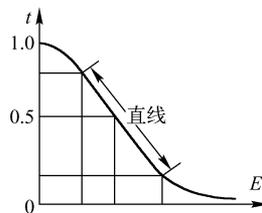


图4.2-2 负片的 $t-E$ 曲线

4.2.2 波前再现

1. 衍射效应再现物波波前

用一束相干光波照射全息图,假定它在全息图平面上的复振幅分布为 $C(x, y)$,则透过全息图的光场为

$$U(x, y) = C(x, y)t(x, y) = t_b C + \beta' O O^* C + \beta' R^* C O + \beta' R C O^* \\ = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \quad (4.2-7)$$

透射场式(4.2-7)的写法已经表明,我们应当将 C 、 O 、 O^* 看做波前函数,它们分别代表照明光波的直接透射波、物光波及其共轭波,而将它们各自的系数分别看做一种波前变换或一种运算操作。一般而言,如果它们各自的系数中含有二次相位因子,则说明被作用的波前相当于经过了一个透镜的聚散。如果系数中出现了线性因子,则说明被作用的波前经过了一个棱镜

的偏转;如果系数中既含有二次相位因子又含有线性相位因子,则说明被作用的波前相继经过透镜的聚散和棱镜的偏转,究竟是哪一种情况,这要看全息记录时的参考波与再现时的再现波(照明波)之间的关系。先看 U_1 的系数 $t_b = t_0 + \beta' R^2$, 其中 t_0 为常数。由于参考波通常采用简单的球面波或平面波,故 R 近似为常数,于是 U_1 中两项系数的作用仅仅改变照明光波 C 的振幅,并不改变 C 的特性。 U_2 的系数中含有 O^2 , 是物光波单独存在时在底片上造成的强度分布,它是不均匀的,故 $U_2 = \beta' O^2 C$ 代表振幅受到调制的照明波前,这实际上是 C 波经历 $O^2(x, y)$ 分布的一张底片的衍射,使照明波多少有些离散而出现杂光,是一种“噪声”信息。这是一个麻烦问题,但实验上可以想些办法,例如适当调整照明度,使 O^2 与 R^2 相比而成为次要因素。总之, U_1 和 U_2 基本上保留了照明光波的特性。这一项称为全息图衍射场中的 0 级波。

再看 U_3 项,当照明光波是与参考光波完全相同的平面波或球面波时(即 $C = R$),透射光波中的第三项为

$$U_3(x, y) = \beta' R^2 O(x, y) \quad (4.2-8)$$

因为 R^2 是均匀的参考光强度,所以除了相差一个常数因子外, U_3 是原来物波波前的准确再现,它与在波前记录时原始物体发出的光波的作用完全相同。当这一光波传播到观察者眼睛里时,可以看到原物的形象。由于原始物光波是发散的,所以观察到的是物体的虚像,如图 4.2-3(a) 所示。这一项称为全息图衍射场中的 +1 级波。

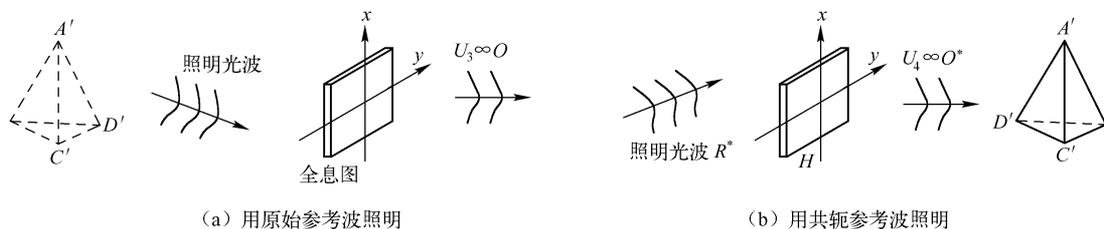


图 4.2-3 波前再现

透射光波中的第四项为

$$U_4(x, y) = \beta' R^2 O^*(x, y) \quad (4.2-9)$$

当照明光波与参考光波完全相同时, R^2 中的相位因子一般无法消除。如果两者都是平面波,则其相位因子是一个线性相位因子,使 U_4 波成为并不严格与原物镜像对称的会聚波,人们在偏离镜像对称位置的某处仍然可以接收到一个原物的实像。如果照明光波与参考光波是球面波,则 R^2 中有二次相位因子使 O^* 波发生聚散,随之发生位移和缩放,人们在偏离镜像对称位置的某处可能接收到一个与原物大小不同的实像。我们称 U_4 项为全息图衍射场中的 -1 级波。

只有当照明光波与参考光波均为正入射的平面波时,入射到全息图上的相位可取为零。这时 U_3 和 U_4 中的系数均为实数,无附加相位因子,全息图衍射场中的 ± 1 级光波才严格地镜像对称。由共轭光波 U_4 所产生的实像,对观察者而言,该实像的凸凹与原物体正好相反,因而给人以某种特殊感觉,这种像称为贗像。

若照明光波 $C(x, y)$ 恰好是参考光波的共轭波 $R^*(x, y)$, 则再现波场的第三项和第四项为

$$U_3(x, y) = \beta' R^* R^* O(x, y) \quad (4.2-10)$$

$$U_4(x, y) = \beta' R^2 O^*(x, y) \quad (4.2-11)$$

这时 U_4 再现了物光波前的共轭波,给出原始物体的一个实像,如图 4.2-3(b)所示。 U_3 再现的是物光波前,故给出原始物体的一个虚像,由于受 R^*R^* 的调制,虚像也会产生变形。

波前记录是物波波前与参考波前的干涉记录,它使振幅和相位调制信息变成干涉图的强度调制。这种全息图被再现光波照射时,它又起一个衍射光屏的作用。正是由于光波通过这种衍射光屏而产生的衍射效应,使全息图上的强度调制信息还原为波前的振幅和相位信息,再现了物光波前。因此,波前记录和波前再现的过程,实质上是光波的干涉和衍射的结果。

2. 波前再现过程的线性性质

无论选择哪一种再现方式,除了我们感兴趣的那个特定场分量(即当 $C=R$ 时的 U_3 项及 $C=R^*$ 时的 U_4 项)外,总是伴随三项附加的场分量。因此,将波前记录和波前再现的过程看成一个系统变化,以记录时的物波场为输入,以再现的再现波场为输出,这个系统所实现的变换是高度非线性的。但是,若把记录时的物光波前作为输入,再现时的透射场的单项分量 U_3 [式(4.2-10)]或 U_4 [式(4.2-11)]作为输出,那么这样定义的系统就是一个线性系统。采用线性系统的概念将有助于简化对全息成像过程的分析。下面将要介绍的离轴全息,为透射场中满足线性变换关系的那个特定场分量的分离,提供了有效的手段。

4.2.3 全息图的基本类型

随着光学全息技术的发展,出现了多种类型的全息图,从不同的角度考虑,全息图可以有不同的分类方法。从物光与参考光的位置是否同轴考虑,可以分为同轴全息和离轴全息;从记录时物体与全息图片的相对位置分类,可以分为菲涅耳全息图、像面全息图和傅里叶变换全息图;从记录介质的厚度考虑,可以分为平面全息图和体积全息图。

例 4.2-1 设一列单色平面波的传播方向平行于 xz 平面并与 z 轴成 θ 角,如图 4.2-4(a)所示。

- (1) 写出原光波和共轭光波的表达式,并说明其传播方向。
- (2) 写出原光波和共轭光波在 $z=0$ 的平面上的表达式,再讨论它们的传播方向。

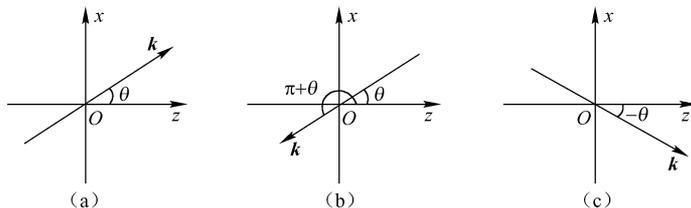


图 4.2-4

解:(1) 一单色平面波和其共轭波的复数表示为

$$U(x, y, z; t) = A \exp[-j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$$

$$U_c(x, y, z; t) = A \exp[-j(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$$

式中, ω 为光波的圆频率, \mathbf{k} 为波矢, \mathbf{r} 为空间位置矢量。由上式可以看出,共轭光波的传播方向与原光波相反,这是共轭光波的本定义。对于单色光波,因子 $e^{j\omega t}$ 总是相同的,故略去不写,只写所谓复振幅,即

$$U(x, y, z) = A e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = A \exp[jk(x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma)]$$

$$U_c(x, y, z) = A e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = U^*(x, y, z)$$

即共轭光波的数学表达式为原光波复振幅的共轭复数。

由题设条件知： $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta, \beta = \frac{\pi}{2}, \gamma = \theta$, 于是

$$\begin{aligned} U(x, z) &= A \exp[jk(x \sin \theta + z \cos \theta)] \\ U_c(x, z) &= A \exp[-jk(x \sin \theta + z \cos \theta)] \\ &= A \exp\{jk[x \sin(\theta + \pi) + z \cos(\theta + \pi)]\} \end{aligned}$$

上式再次说明,共轭波的传播方向与原光波相反,如图 4.2-4(b)所示。

(2) 在 $z=0$ 平面上有

$$\begin{aligned} U(x) &= A \exp[jkx \sin \theta] \\ U_c(x) &= A \exp[jkx \sin(\theta + \pi)] = A \exp[jkx \sin(-\theta)] \end{aligned}$$

由上式看出,若从在 $z=0$ 平面上造成的效果看,可将共轭波理解为沿 $-\theta$ 方向传播的平面波,如图 4.2-4(c)所示。此外,我们习惯上总是让光波从左向右传播,因此人们常常偏爱这种解释。对于单色球面光波可做类似的讨论。

4.3 同轴全息图和离轴全息图

只有使全息图衍射光波中各项有效分离,才能得到可供利用的再现像,这和参考光的方向选取有着直接关系。根据物光波和参考光波的相对位置,全息图可以分为同轴全息图和离轴全息图。

4.3.1 同轴全息图

盖伯最初所提出和实现的全息图就是一种同轴全息图,记录盖伯全息图的光路如图 4.3-1(a)所示。

设相干平面波照明一个高度透明的物体,透射光场可以表示为

$$t(x_o, y_o) = t_0 + \Delta t(x_o, y_o) \quad (4.3-1)$$

式中, t_0 是一个很高的平均透过率, Δt 表示围绕平均值的变化, $|\Delta t| \ll |t_0|$ 。因此透射光场可以看成由两项组成:一项是由 t_0 表示的强而均匀的平面波,它相当于波前记录时的参考波;另一项是 Δt 所代表的弱散射波,它相当于波前记录时的物光波。在距离物体 z_0 处放置全息图干板时的曝光光强为

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |\mathbf{R} + \mathbf{O}(x, y)|^2 \\ &= \mathbf{R}^2 + |\mathbf{O}(x, y)|^2 + \mathbf{R}^* \mathbf{O}(x, y) + \mathbf{R} \mathbf{O}^*(x, y) \end{aligned} \quad (4.3-2)$$

在线性记录条件下,所得到的全息图的振幅透过率正比于曝光光强,即

$$t(x, y) = t_b + \beta' (|\mathbf{O}|^2 + \mathbf{R}^* \mathbf{O} + \mathbf{R} \mathbf{O}^*) \quad (4.3-3)$$

如果用振幅为 C 的平面波垂直照明全息图,则透射光场可以用四项场分量之和表示为

$$\begin{aligned} U(x, y) &= Ct(x, y) \\ &= Ct_b + \beta' C |\mathbf{O}(x, y)|^2 + \beta' \mathbf{R}^* \mathbf{C} \mathbf{O}(x, y) + \beta \mathbf{R} \mathbf{C} \mathbf{O}^*(x, y) \end{aligned} \quad (4.3-4)$$

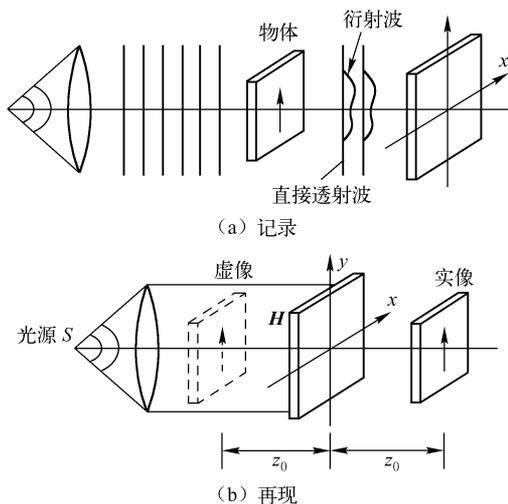


图 4.3-1 同轴全息图的记录与再现

第一项是透过全息图的受到均匀衰减的平面波;第二项正比于弱的散射光的光强,可以忽略不计;第三项正比于 $O(x, y)$,再现了原始物光波前,产生原始物体的一个虚像;第四项正比于 $O^*(x, y)$,将在全息图另一侧与虚像对称位置产生物体的实像,如图 4.3-1(b) 所示。

上述四项场分量都在同一方向上传播,其中直接透射光大大降低了像的衬度,且虚像和实像的距离为 $2z_0$,构成不可分离的孪生像。当对实像聚焦时,总是伴随一离焦的虚像,反之亦然。孪生像的存在大大降低了全息像的质量。同轴全息的最大局限性还在于我们必须假定物体是高度透明的,否则第二项场分量将不能忽略。这一假定极大地限制了同轴全息图的应用范围。

4.3.2 离轴全息图

为了消除全息图中孪生像的干扰,1962 年美国密执安大学雷达实验室的利思和乌帕特立克斯提出了离轴全息图,也叫做偏斜参考光全息图。记录离轴全息图的光路如图 4.3-2 所示,准直光束一部分直接照射振幅透过率为 $t_0(x, y)$ 的物体,另一部分经物体之上的棱镜 P 偏折,以倾角 θ 投射到全息干板上。全息干板上的振幅分布应该是物体透射波和倾斜参考波叠加的结果,即

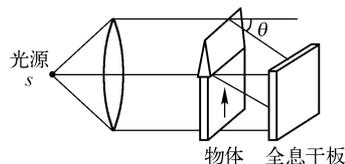


图 4.3-2 记录离轴全息图的光路

$$U(x, y) = A \exp[-j2\pi\alpha y] + O(x, y) \quad (4.3-5)$$

其中参考波的空间频率 $\alpha = \sin\theta/\lambda$, 底片上的强度分布为

$$I(x, y) = A^2 + |O(x, y)|^2 + AO(x, y) \exp(j2\pi\alpha y) + AO^*(x, y) \exp[-j2\pi\alpha y] \quad (4.3-6)$$

把 O 表示为振幅和相位分布,即

$$O(x, y) = O(x, y) \exp[-j\varphi(x, y)] \quad (4.3-7)$$

则式(4.3-6)可以改写为另一种形式

$$I(x, y) = A^2 + O^2(x, y) + 2AO(x, y) + 2AO(x, y) \cos[2\pi\alpha y - \varphi(x, y)] \quad (4.3-8)$$

此式表明,物光波波前的振幅信息 $O(x, y)$ 和相位信息 $\varphi(x, y)$ 分别作为高频载波的调幅和调相而被记录下来。在满足线性记录的条件下,所得到的全息图的振幅透过率应正比于曝光期间的入射光强,即

$$t(x, y) = t_0 + \beta' [|O|^2 + AO \exp(j2\pi\alpha y) + AO^* \exp(-j2\pi\alpha y)] \quad (4.3-9)$$

假定再现光路如图 4.3-3 所示,全息图由一束垂直入射、振幅为 C 的均匀平面波照明,透射光场写成下列四个场分量之和:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= t_0 C \\ U_2 &= \beta' |O(x, y)|^2 \\ U_3 &= \beta' CAO(x, y) \exp(j2\pi\alpha y) \\ U_4 &= \beta' CAO^*(x, y) \exp(-j2\pi\alpha y) \end{aligned} \right\} \quad (4.3-10)$$

分量 U_1 是经过衰减的照明光波,代表沿底片轴线传播的平面波。分量 U_2 是一个透射光锥,主要能量方向靠近底片轴线,光锥的扩展程度取决于 $O(x, y)$ 的带宽。分量 U_3 正比于原始物波波前 O 与一平面波相位因子 $\exp(j2\pi\alpha y)$ 的乘积,表示原始物波将以向上倾斜的平面波为载波,在距

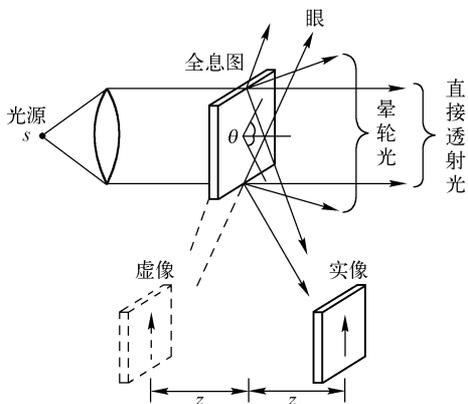


图 4.3-3 像的再现

底片 z_0 处形成物体的一个虚像。分量 U_4 表示物波的共轭波前将以向下倾斜的平面波为载波,在底片的另一侧距离底片 z_0 处形成物体的一个实像。

从图 4.3-3 可以看到,再现的物波波前 O 和物波共轭波前 O^* ,二者具有不同的传播方向,并且还和分量波 U_1 和 U_2 分开。参考光和全息图之间的夹角 θ 越大,则分量波 U_3 和 U_4 与 U_1 和 U_2 分得越开。下面将从全息图所具有的空间频谱的分布来考察这四个场分量,以便对孪生像完全分离的条件给出一个定量的说明。

假定 G_1, G_2, G_3, G_4 分别表示全息图被再现时透射光场四个分量波的空间频谱,又设再现光波 C 具有单位振幅,并忽略全息图底片的有限孔径,则这四项场分量分别为

$$G_1(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{U_1(x, y)\} = t_0 \delta(\xi, \eta) \quad (4.3-11)$$

$$G_2(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{U_2(x, y)\} = \beta' G_a(\xi, \eta) \star G_a(\xi, \eta) \quad (4.3-12)$$

$$G_3(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{U_3(x, y)\} = \beta' G_a(\xi, \eta - a) \quad (4.3-13)$$

$$G_4(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{U_4(x, y)\} = \beta' A G_a^*(-\xi, -\eta - a) \quad (4.3-14)$$

式中, \star 表示自相关,并且 $G_a(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{a(x, y)\}$ 。

因为表征物体到全息图传播过程的传递函数是纯相位函数,所以 G_a 的带宽和物体带宽相同。假定物的最高空间频率为 B 周/毫米,带宽为 $2B$,则物体的频谱和全息图四项场分量的频谱如图 4.3-4 所示。其中 G_1 是频域平面原点上的一个 δ 函数; G_2 正比于 G_a 的自相关,以原点为中心,带宽扩展到 $4B$; $|G_3|$ 和 $|G_4|$ 互成镜像,中心位于 $(0 \pm a)$,带宽为 $2B$ 。因此,为使 $|G_3|$ 、 $|G_4|$ 和 $|G_2|$ 互不重叠,必须满足如下条件

$$a \geq \frac{2B + 4B}{2} = 3B \quad (4.3-15)$$

若将 $a = \sin\theta/\lambda$ 代入,则由式(4.2-15)可得 θ 的最小值为

$$\theta_{\min} = \arcsin(3B\lambda) \quad (4.3-16)$$

一旦 θ 超过 θ_{\min} 实像和虚像即彼此分离,互不干扰,成像波也不会与背景光干涉叠加。这样,透明底片无论用正片或负片,都可以得到和原物衬度相同的像。

最后应该指出,这里选用任意方向的平面波照明全息图,只有当记录介质的厚度与全息图上干涉图样的横向结构尺寸差不多时,对再现光波的性质才有严格要求。

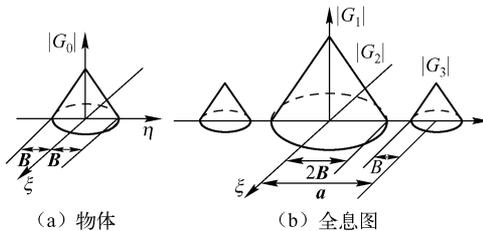


图 4.3-4 物体和全息图的频谱

4.4 基元全息图

本节我们对全息图所记录的干涉条纹进行分析。在拍摄全息图时,所用的参考光波总可以人为地简化为平面波或球面波,而物体的形状却很复杂,所以全息图的干涉花样一般说来总是复杂的,但也是有规律的。它不外乎是平面波与平面波、平面波与球面波、球面波与球面波三种干涉中的一种。所谓基元全息图,是指由单一物点发出的光波与参考光波干涉所构成的全息图。于是,任何一种全息图均可以看做许多基元全息图的线性组合。了解基元全息图的结构和作用,对于深入理解整个全息图的记录和再现机理,是十分有益的。

从空域的观点,可以把物体看做一些相干点源的集合,物光波前是所有点源发出的球面波的线性叠加。每一个点元与参考光波相干涉,所形成的基元全息图称为基元波带片。从频域

的观点,可以把物光波看做许多不同方向传播的平面波(即角谱)的线性叠加,每一平面波分量与参考平面波干涉而形成的基元全息图是一些平行直条纹,称为基元光栅。当然,正是由于前一节中所指出的系统的线性性质,我们才能用叠加原理来进行讨论。

我们撇开实际光路,只考虑参考光波 R 与物光波 O 的干涉。在图 4.4-1(a)中,参考光波和物光波均为平面波,条纹的峰值强度面是平行的等间距平面,面间距 d 与光束的夹角有关。图 4.4-1(b)是参考光波为平面光波、物光波为发散球面波的情形,峰值强度面是一族旋转抛物面。图 4.4-1(c)是参考光波和物光波均为发散球面波的情形,峰值强度面是一族旋转抛物面。图 4.4-1(d)是参考光波和物光波均为发散球面波的情形,峰值强度面是旋转双曲面,转轴为两个点光源的连线。图 4.4-1(d)是一个发散的球面波和一个会聚的球面波相干涉,峰值强度面是一族旋转椭圆面,两个点源的位置是旋转椭圆面的焦点。

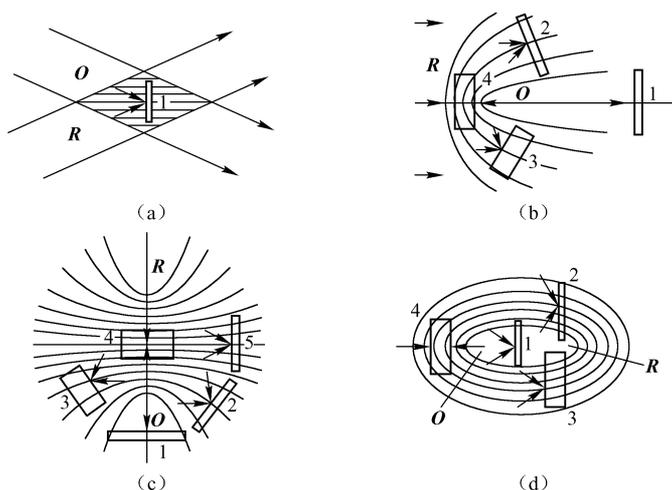


图 4.4-1 基元全息图

在图 4.4-1 中用实线框表示记录物体位置,位置不同基元全息图的结构也不同。图 4.4-1(a)是傅里叶变换全息图结构。图 4.4-1(b)~(d)中:在位置 1 是同轴全息图,条纹是中心疏边缘密的同心圆环;在位置 2 是离轴全息图;在位置 3 是透射体积全息图;在位置 4 是反射体积全息图,参考光波与物光波自两边入射在记录介质上;在图 4.4-1(c)的位置 5 是无透镜傅里叶变换全息图。

例 4.4-1 研究基元光栅,如图 4.4-2(a)所示,参考光和物光均为平行光,对称入射到记录介质 Σ 上,即 $\theta_o = -\theta$,二者之间的夹角为 $\theta = 2\theta_o$ 。

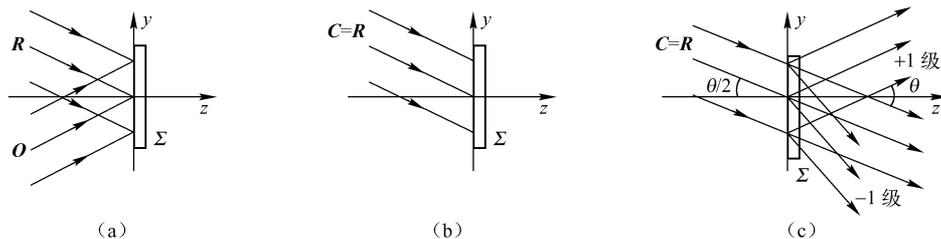


图 4.4-2

- (1) 求出全息图上干涉条纹的形状和条纹间距公式。
- (2) 当采用氦-氖激光记录时,试计算夹角为 $\theta = 1^\circ$ 和 60° 时,条纹间距分别是多少? 某

感光胶片厂生产的全息记录干板,其分辨率为3000条/毫米,试问当 $\theta = 60^\circ$ 时此干板能否记录下其干涉条纹?

(3) 如图4.4-2(b)所示,当采用的再现光波 $C = R$ 时,试分析 $0, \pm 1$ 级衍射的出射波方向,并作图表示。

解:(1) 设物光波和参考光波分别为

$$O = O \exp[jk_y \sin \theta_o], \quad R = R \exp[jk_y \sin \theta_r]$$

全息干板上的干涉场为

$$U(y) = O + R = O \exp[jk_y \sin \theta_o] + R \exp[jk_y \sin \theta_r]$$

全息干板上的光强分布为

$$\begin{aligned} I(y) &= |O + R|^2 \\ &= R^2 + O^2 + RO \exp[jky(\sin \theta_o - \sin \theta_r)] + RO \exp[-jky(\sin \theta_o - \sin \theta_r)] \\ &= R^2 + O^2 + 2RO \cos[ky(\sin \theta_o - \sin \theta_r)] \end{aligned} \quad (4.4-1)$$

显然干涉条纹的形式是正弦型的,条纹峰值由 $\frac{2\pi}{\lambda}y(\sin \theta_o - \sin \theta_r) = 2m\pi$ 决定,它是一组与 y 轴垂直的平行直线。条纹间距为

$$\Delta y = \frac{\lambda}{\sin \theta_o - \sin \theta_r} \quad (4.4-2)$$

若物光与参考光对称入射,即 $\theta_o = -\theta_r$,于是上式成为

$$\Delta y = \frac{\lambda}{2\sin \theta_o} = \frac{\lambda}{2\sin(\theta/2)} \quad (4.4-3)$$

(2) 当 $\theta = 1^\circ$ 时 $\Delta y = \frac{0.6328/2}{\sin 0.5^\circ} = \frac{0.3164}{0.0087} = 36.26(\mu\text{m})$

当 $\theta = 60^\circ$ 时 $\Delta y = \frac{0.3164}{0.5000} = 0.6328(\mu\text{m})$

干板的最小分辨率为 $d = 1/3000 \text{ mm} = 1000/3000 \mu\text{m} = 0.33 \mu\text{m}$

这说明,当物光与参考光的夹角 $\theta = 60^\circ$ 时,所提供的全息干板可以记录下其干涉条纹。

(3) 全息记录干板经显影、定影等线性处理后,负片的复振幅透过率正比于曝光光强,即

$$t = t_b \beta' O^2 + \beta' RO \exp[jky(\sin \theta_o - \sin \theta_r)] + \beta' RO \exp[-jky(\sin \theta_o - \sin \theta_r)]$$

若再现波 $C = R = R \exp[jk_y \sin \theta_r]$,于是透射波场为

$$\begin{aligned} U &= tR \\ &= (t_b + \beta' O^2) R \exp[jk_y \sin \theta_r] + \beta' R^2 O \exp[jk_y \sin \theta_o] + \beta' R^2 O \exp[-jky(\sin \theta_o - 2\sin \theta_r)] \\ &= U_0 U_{+1} + U_{-1} \end{aligned}$$

其中:零级衍射波 $U_0 = (t_b + \beta' O^2) R \exp[jk_y \sin \theta_r]$ 是照明光波照直前进的透射平面波,当然,振幅有所下降。 $+1$ 级波 $U_{+1} = \beta' R^2 O \exp[jk_y \sin \theta_o]$ 是物光波的再现波,但振幅有所变化。 -1 级波 $U_{-1} = \beta' R^2 O \exp[-jky3\sin \theta_o] = \beta' R^2 O \exp[-jky3\sin \frac{\theta}{2}]$ 是方向进一步向下偏转的物光波的共轭波,其偏转角度 θ_{-1} 满足 $\sin \theta_{-1} = 3\sin \frac{\theta}{2}$ 。各波的传播情况如图4.4-2(c)所示。

4.5 菲涅耳全息图

菲涅耳全息的特点是记录平面位于物体衍射光场的菲涅耳衍射区,物光由物体直接照到

底片上。由于物体可以看成点源的线性组合,所以讨论点源全息图(即基元全息图)具有普遍意义。

4.5.1 点源全息图的记录和再现

两相干单色点光源所产生的干涉图实质上就是一个点源全息图,即波带片型基元全息图。假定参考波和物波是从点源 $O(x_o, y_o, z_o)$ 和点源 $R(x_r, y_r, z_r)$ 发出的球面波,波长为 λ_1 ,全息底片位于 $z=0$ 的平面上,与两个点源的距离满足菲涅耳近似条件。据此即可以用球面波的二次曲面近似描述这个球面波。记录光路如图 4.5-1(a)所示。

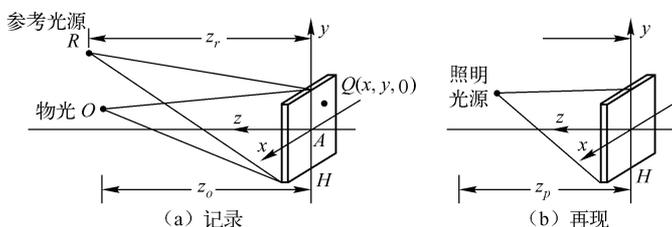


图 4.5-1 点源全息图的记录和再现

设投射到记录平面上的物光波的振幅为 O ,考虑到一常数相位因子,写成 O 。到达记录平面的相位以坐标原点 A 为参考点来计算,并做傍轴近似,即假设

$$x^2 + y^2 \leq z_o^2, \quad x_o^2 + y_o^2 \ll z_o^2$$

于是物光波的相位可简化成

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= \frac{2\pi}{\lambda_1}(OQ - OA) = \frac{2\pi}{\lambda_1} \{ [(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 + z_o^2]^{1/2} - (x_o^2 + y_o^2 + z_o^2) \} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_1} \left\{ z_o \left[1 + \frac{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2}{z_o^2} \right]^{1/2} - z_o \left[1 + \frac{x_o^2 + y_o^2}{2z_o^2} \right]^{1/2} \right\} \\ &\approx \frac{2\pi}{\lambda_1} \left\{ z_o \left[1 + \frac{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2}{2z_o^2} \right] - z_o \left[1 + \frac{x_o^2 + y_o^2}{2z_o^2} \right] \right\} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) \end{aligned} \quad (4.5-1)$$

于是记录平面上的物光波可写成

$$O(x, y) = O \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) \right\} \quad (4.5-2)$$

同理,记录平面上的参考光可写成

$$R(x, y) = R \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda_1 z_r} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) \right\} \quad (4.5-3)$$

以上两式中的 λ_1 为记录时所用的波长。记录平面上的复振幅分布为

$$U(x, y) = O \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) \right\} + R \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda_1 z_r} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) \right\} \quad (4.5-4)$$

记录平面上的光强分布为

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |R|^2 + |O|^2 + RO^* \exp \left\{ -j \left[\frac{\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) - \frac{\pi}{\lambda_1 z_r} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) \right] \right\} + \\ &\quad R^* O \exp \left\{ j \left[\frac{\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) - \frac{\pi}{\lambda_1 z_r} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.5-5)$$

通常需保持记录过程的线性条件,即显影定影后底片的振幅透过率正比于曝光量,即

$$t(x, y) = t_b + \beta' |O|^2 + \beta' RO^* \exp \left\{ -j \left[\frac{\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) - \frac{\pi}{\lambda_1 z_r} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) \right] \right\} + \beta' R^* O \exp \left\{ j \left[\frac{\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) - \frac{\pi}{\lambda_1 z_r} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) \right] \right\} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \quad (4.5-6)$$

在透过率中最重要的两项是

$$t_3 = \beta' RO^* \exp \left\{ j \left[\frac{\pi}{\lambda_1 z_r} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) - \frac{\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) \right] \right\} \quad (4.5-7)$$

$$t_4 = \beta' R^* O \exp \left\{ -j \left[\frac{\pi}{\lambda_1 z_r} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) - \frac{\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) \right] \right\} \quad (4.5-8)$$

在再现过程中,全息底片由位于 (x_p, y_p, z_p) 的点源发出的球面波照明,再现光波波长为 λ_2 ,如图4.5-1(b)所示,可记为

$$C(x, y) = C \exp \left[j \frac{\pi}{\lambda_2 z_p} (x^2 + y^2 - 2xx_p - 2yy_p) \right] \quad (4.5-9)$$

全息图透射项中, $U_3 = t_3 C(x, y)$ 和 $U_4 = t_4 C(x, y)$ 是我们感兴趣的波前。

$$U_3 = \beta' RO^* C \exp \left\{ j \left[\frac{\pi}{\lambda_1 z_r} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) - \frac{\pi}{\lambda_1 z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) + \frac{\pi}{\lambda_2 z_p} (x^2 + y^2 - 2xx_p - 2yy_p) \right] \right\} = \beta' RO^* C \exp \left\{ j \pi \left(\frac{1}{\lambda_1 z_r} - \frac{1}{\lambda_1 z_o} + \frac{1}{\lambda_2 z_p} \right) (x^2 + y^2) \right\} \times \exp \left\{ -j 2 \pi \left[\left(\frac{x_r}{\lambda_1 z_r} - \frac{x_o}{\lambda_1 z_o} + \frac{x_p}{\lambda_2 z_p} \right) x + \left(\frac{y_r}{\lambda_1 z_r} - \frac{y_o}{\lambda_1 z_o} + \frac{y_p}{\lambda_2 z_p} \right) y \right] \right\} \quad (4.5-10)$$

$$\text{同理 } U_4 = \beta R^* O C \exp \left\{ j \pi \left(-\frac{1}{\lambda_1 z_r} + \frac{1}{\lambda_1 z_o} + \frac{1}{\lambda_2 z_p} \right) (x^2 + y^2) \right\} \times \exp \left\{ -j 2 \pi \left[-\left(\frac{1}{\lambda_1 z_r} + \frac{1}{\lambda_1 z_o} + \frac{1}{\lambda_2 z_p} \right) x + \left(-\frac{y_r}{\lambda_1 z_r} + \frac{y_o}{\lambda_1 z_o} - \frac{\lambda_p}{\lambda_2 z_p} \right) y \right] \right\} \quad (4.5-11)$$

式(4.5-10)和式(4.5-11)的相位项中, x 和 y 的二次项是傍轴近似的球面波的相位因子,给出了再现像在 z 方向上的焦点。 x 和 y 的一次项是倾斜传播的平面波的相位因子,给出了再现像离开 z 轴的距离。因此它们给出了再现光波的几何描述:一个向像点 (x_i, y_i, z_i) 会聚或由像点 (x_i, y_i, z_i) 发散的球面波。这些球面波在 xy 平面上的光场傍轴近似具有下列标准形式

$$\exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda_2 z_i} (x^2 + y^2 - 2xx_i - 2yy_i) \right\} \quad (4.5-12)$$

z_i 为正表示由点 (x_i, y_i, z_i) 发出的发散球面波, z_i 为负表示向点 (x_i, y_i, z_i) 会聚的球面波。将它们含 x, y 的二次项和一次项系数与式(4.5-10)和式(4.5-11)比较,可以确定像点坐标

$$z_i = \left(\frac{1}{z_p} \pm \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_r} \mp \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_o} \right)^{-1} \quad (4.5-13)$$

$$x_i = \mp \frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_o} x_o \pm \frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_r} x_r + \frac{z_i}{z_p} x_p \quad (4.5-14)$$

$$y_i = \mp \frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_o} y_o \pm \frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_r} y_r + \frac{z_i}{z_p} y_p \quad (4.5-15)$$

式中,上面的一组符号适用于分量波 U_3 ,下面的一组符号适用于分量 U_4 。当 z_i 为正时,再现像是虚像,位于全息图的左侧;当 z_i 为负时,再现像是实像,位于全息图的右侧。

像的横向放大率可以用 $\left| \frac{dx_i}{dx_o} \right|$ 和 $\frac{dy_i}{dy_o}$ 表示, 所以波前再现过程产生的横向放大率为

$$M = \left| \frac{dx_i}{dx_o} \right| = \left| \frac{dy_i}{dy_o} \right| = \left| \frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_o} \right| = \left| 1 - \frac{z_o}{z_r} \mp \frac{\lambda_1 z_o}{\lambda_2 z_p} \right|^{-1} \quad (4.5-16)$$

像的纵向放大率可以用 $\left| \frac{dz_i}{dz_o} \right|$ 表示, 所以

$$M_z = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} M^2 \quad (4.5-17)$$

4.5.2 几种特殊情况的讨论

(1) 当再现光波与参考光波完全一样时, 即 $x_p = x_r, y_p = y_r, z_p = z_r, \lambda_1 = \lambda_2$, 由式(4.5-13) ~ 式(4.5-15)可得

$$\left. \begin{aligned} z_{i_1} = \frac{z_r z_o}{2z_o - z_r}, \quad x_{i_1} = \frac{2z_o x_r - z_r x_o}{2z_o - z_r}, \quad y_{i_1} = \frac{2z_o y_r - z_r y_o}{2z_o - z_r}, \quad M = \left| 1 - \frac{2z_o}{z_r} \right|^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (4.5-18)$$

及

$$z_{i_2} = z_o, \quad x_{i_2} = x_o, \quad y_{i_2} = y_o, \quad M = 1$$

式(4.5-18)表明, 分量波 U_4 产生物点的一个虚像, 像点的空间位置与物点重合, 横向放大率为 1, 它是原物点准确的再现。分量波 U_3 可以产生物点的实像或虚像, 它取决于 z_{i_1} 的正负。当 $z_r < 2z_o$ 时, $z_{i_1} > 0$, 产生虚像; 当 $z_r > 2z_o$ 时, $z_{i_1} < 0$, 产生实像。在通常情况下, 横向放大率不等于 1。

(2) 再现光波与参考光波共轭时, 即 $x_p = x_r, y_p = y_r, z_p = -z_r, \lambda_1 = \lambda_2$, 则由式(4.5-13) ~ 式(4.5-15)可得

$$\left. \begin{aligned} z_{i_1} = -z_o, \quad x_{i_1} = x_o, \quad y_{i_1} = y_o, \quad M = 1 \\ z_{i_2} = \frac{z_r z_o}{z_r - 2z_o}, \quad x_{i_2} = \frac{x_o z_r - 2x_r z_o}{z_r - 2z_o}, \quad y_{i_2} = \frac{y_o z_r - 2y_r z_o}{z_r - 2z_o} \end{aligned} \right\} \quad (4.5-19)$$

及

式(4.5-19)表明, 分量波 U_3 产生物点的一个实像, 像点与物点的空间位置相对于全息图镜面对称, 因此, 观察者看到的是一个与原物形状相同, 但凹凸互易的赝视实像。分量波 U_4 可以产生物点的虚像, 也可以产生物点的实像, 这取决于 z_{i_2} 的正负。

(3) 参考光波和再现光波都是沿 z 轴传播的完全一样的平面波, 即 $x_r = x_p = 0, y_r = y_p = 0, z_r = z_p = \infty, \lambda_1 = \lambda_2$, 则由式(4.5-13) ~ 式(4.5-15)可得

$$z_i = \mp z_o, \quad x_i = x_o, \quad y_i = y_o, \quad M = 1 \quad (4.5-20)$$

可见, 此时得到的两个像点位于全息图两侧对称位置, 一个实像, 一个虚像。

(4) 如果物点和参考点位于 z 轴上, 即 $x_o = x_r = 0, y_o = y_r = 0$, 这时在线性记录的全息图中与式(4.5-10)和式(4.5-11)相对应的透过率中, 重要的两项是

$$\left. \begin{aligned} t_3 = \beta' \mathbf{R} \mathbf{O}^* \exp \left[j \frac{\pi}{\lambda_1} (x^2 + y^2) \left(\frac{1}{z_r} - \frac{1}{z_o} \right) \right] \\ t_4 = \beta' \mathbf{R}^* \mathbf{O} \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda_1} (x^2 + y^2) \left(\frac{1}{z_r} - \frac{1}{z_o} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.5-21)$$

这时透过率的峰值出现在其相位为 2π 整数倍的地方, 由式(4.5-21)得

$$\pm \frac{\pi}{\lambda_1} (x^2 + y^2) \left(\frac{1}{z_r} - \frac{1}{z_o} \right) = 2m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

即

$$\rho^2 = x^2 + y^2 = 2m\lambda_1 \frac{z_o z_r}{z_o - z_r}$$

可见,此时所形成的干涉条纹是一族同心圆,圆心位于原点,为同轴全息图,其半径为

$$\rho = \sqrt{2m\lambda_1 \frac{z_o z_r}{z_o - z_r}} \quad (4.5-22)$$

同轴全息图的再现可以分为两种情况:

其一,在轴上照明光源再现的情况下, $x_p = y_p = 0$, 这时像点的坐标是

$$z_i = \left(\frac{1}{z_p} \pm \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_r} \mp \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_o} \right)^{-1}, \quad x_i = 0, \quad y_i = 0 \quad (4.5-23)$$

这表明再现所得到的两个像均位于 z 轴上。当照明光源与参考光源完全相同,即 $z_p = z_r, \lambda_2 = \lambda_1$ 时,则有

$$z_{i1} = \frac{z_r z_o}{2z_o - z_r}, \quad z_{i2} = z_o \quad (4.5-24)$$

这说明分量波 U_4 产生的虚像与轴上原始物点完全重合,另一个像点的虚实由 z_{i1} 的符号决定。当照明光源与参考光源为共轭时,有

$$z_{i1} = -z_o, \quad z_{i2} = \frac{z_r z_o}{z_r - 2z_o} \quad (4.5-25)$$

这说明分量波 U_3 产生一个与原始物点位置对称的实像,另一个像点的虚实仍然由 z_{i2} 的符号决定。

其二,同轴全息图也可能用轴外照明光源再现。设照明光源坐标为 (x_p, y_p, z_p) , 这时像点坐标为

$$z_i = \left(\frac{1}{z_p} \pm \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_r} \pm \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_o} \right)^{-1}, \quad x_i = \frac{z_i}{z_p} x_p, \quad y_i = \frac{z_i}{z_p} y_p \quad (4.5-26)$$

注意到 $x_i/y_i = x_p/y_p$, 说明再现的两个像点位于通过全息图原点的倾斜直线上。这表明,即使用轴外照明光源再现,同轴全息图产生的各分量衍射波仍然沿同一方向传播,观察时互相干扰。图 4.5-2 示出了点源同轴全息图再现的情况。

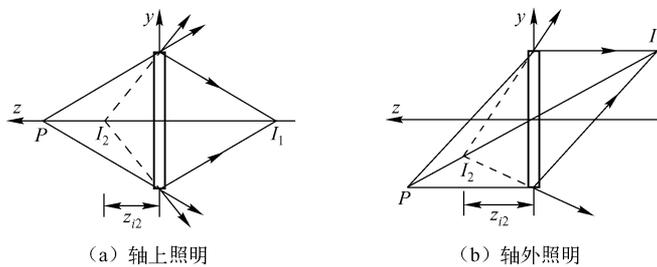


图 4.5-2 点源同轴全息图的再现

例 4.5-1 用正入射的平面参考波记录轴外物点 $O(0, y_o, z_o)$ 发出的球面波,用轴上同波长点源 $C(0, 0, z_p)$ 发出的球面波照射全息图以再现物光波前。试求:

(1) 两个像点的位置及横向放大率 M ;

(2) 若 $y_o = 5 \text{ cm}$, $z_o = 50 \text{ cm}$, $z_p = 100 \text{ cm}$, 像点的位置和横向放大率以及像的虚实。

解: (1) 由题设知,参考光波、物光波和再现光波的位置坐标为:参考光波 $(0, 0, \infty)$; 物光波 $(0, y_o, z_o)$; 再现光波 $(0, 0, z_p)$ 。

利用式(4.5-13) ~ 式(4.5-15)得

$$z_i = \left(\frac{1}{z_p} \pm \frac{1}{z_r} \mp \frac{1}{z_o} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{z_p} \mp \frac{1}{z_o} \right)^{-1} = \frac{z_o z_p}{z_o \mp z_p}$$

$$x_i = \frac{z_i}{z_p} x_p \mp \frac{z_i}{z_o} x_o \pm \frac{z_i}{z_r} x_r = 0$$

$$y_i = \frac{z_i}{z_p} y_p \mp \frac{z_i}{z_o} y_o \pm \frac{z_i}{z_r} y_r = \mp \frac{z_p y_o}{z_o \mp z_p}$$

由此可知,两个像点的坐标分别为

$$\text{像点 } I_1 \left(0, -\frac{z_p y_o}{z_o - z_p}, \frac{z_o z_p}{z_o - z_p} \right) \quad \text{像点 } I_2 \left(0, \frac{z_p y_o}{z_o + z_p}, \frac{z_o z_p}{z_o + z_p} \right)$$

物上一点的横坐标为 y_o , 现分别位移到 $\mp \frac{z_p y_o}{z_o \mp z_p}$ 处, 故像 I_1 和像 I_2 的横向放大率为

$$M_1 = -\frac{z_p}{z_o - z_p}, \quad M_2 = \frac{z_p}{z_o + z_p}$$

这与用式(4.5-16)计算的结果是一致的。

(2) 将数据代入相应公式, 得

$$I_1 \left(0, -\frac{z_p y_o}{z_o - z_p}, \frac{z_o z_p}{z_o - z_p} \right) = I_1 \left(0, -\frac{100 \times 5}{50 - 100}, \frac{50 \times 100}{50 - 100} \right) = I_1(0, 10, 100) \quad (\text{实像})$$

$$I_2 \left(0, \frac{z_p y_o}{z_o + z_p}, \frac{z_o z_p}{z_o + z_p} \right) = I_2 \left(0, \frac{100 \times 5}{50 + 100}, \frac{50 \times 100}{50 + 100} \right) = I_2(0, 10/3, 100/3) \quad (\text{虚像})$$

4.6 傅里叶变换全息图

物体的信息由物光波所携带, 全息记录了物光波, 也就记录下了物体所包含的信息。物体信号可以在空域中表示, 也可以在频域中表示, 也就是说, 物体或图像的光信息既表现在它的物光波中, 也蕴含在它的空间频谱内。因此, 用全息方法既可以在空域中记录物光波, 也可以在频域中记录物频谱。物体或图像频谱的全息记录, 称为傅里叶变换全息图。

4.6.1 傅里叶变换全息图的记录与再现

傅里叶变换全息图不是记录物体光波本身, 而是记录物体光波的傅里叶频谱, 利用透镜的傅里叶变换性质, 将物体置于透镜的前焦面, 在照明光源的共轭像面位置就得到物光波的傅里叶频谱, 再引入参考光与之干涉, 通过干涉条纹的振幅和相位调制, 在干涉图样中就记录了物光波傅里叶变换光场的全部信息, 包括傅里叶变换的振幅和相位。这种干涉图称为傅里叶变换全息图。

实现傅里叶变换可以采用平行光照明和点光源照明两种基本方式, 这里我们以平行光照明方式为例进行分析, 记录光路见图 4.6-1(a)。设物光分布为 $g(x_o, y_o)$, 则物光波的频谱为

$$G(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x_o, y_o) \exp[-j2\pi(\xi x_o + \eta y_o)] dx_o dy_o \quad (4.6-1)$$

式中, $\xi = x/\lambda f$, $\eta = y/\lambda f$; ξ, η 是空间频率; f 是透镜焦距; x, y 是后焦面上的位置坐标。平面参考光是由位于物平面上的点 $(0, -b)$ 处的点源产生的。点源的复振幅可用 δ 函数表示为

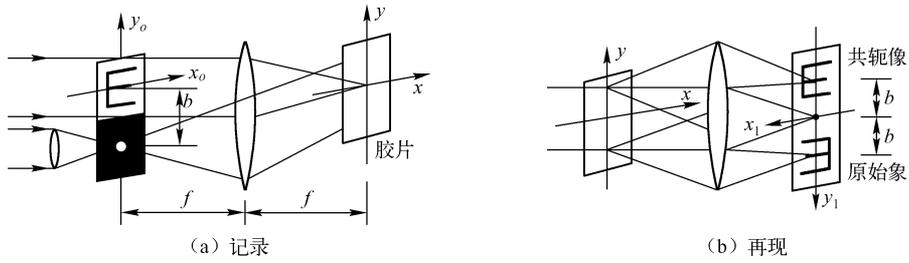


图 4.6-1 傅里叶变换全息图的记录与再现

$r(x_o, y_o) = R_0 \delta(0, y_o + b)$, 它在后焦面上形成的场分布为

$$\mathcal{F}\{r(x_o, y_o)\} = R_0 \exp[j2\pi b\eta]$$

后焦面上总的光场分布为

$$U(\xi, \eta) = G(\xi, \eta) + R_0 \exp[j2\pi b\eta]$$

这样, 记录时的曝光强度为

$$I(\xi, \eta) = R_0^2 + |G|^2 + R_0 G \exp[-j2\pi b\eta] + R_0 G^* \exp[j2\pi b\eta] \quad (4.6-2)$$

在线性记录条件下, 全息图的复振幅透过率为

$$t = t_b + \beta' |G|^2 + \beta' R_0 G \exp[-j2\pi b\eta] + \beta' R_0 G^* \exp[j2\pi b\eta] \quad (4.6-3)$$

假定用振幅为 C_0 的平面波垂直照射全息图, 则透射光波的复振幅为

$$U'(\xi, \eta) = t_b C_0 + \beta' C_0 |G|^2 + \beta' C_0 R_0 G \exp[-j2\pi b\eta] + \beta' C_0 R_0 G^* \exp[j2\pi b\eta] \quad (5.6.4)$$

式中, 第三项是原始物的空间频谱, 第四项是共轭频谱, 这两个谱分布分别以两列平面波作为载波向不同方向传播。这样, 就以离轴全息的方式再现出了物光波的傅里叶变换。为了得到物体的再现象, 必须对全息图的透射光场做一次逆傅里叶变换。为此, 在全息图后方放置透镜, 使全息图位于透镜前焦面上, 在透镜后焦面上将得到物体的再现象。再现光路如图 4.6-1(b) 所示。由于透镜只能做正变换, 所以这里取反演坐标, 并假定再现和记录透镜的焦距相同, 于是后焦面上的光场分布为

$$U(x, y) = \mathcal{F}\{U'(\xi, \eta)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} U'(\xi, \eta) \exp[-j2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta \quad (4.6-5)$$

将式(5.6-4)代入上式, 于是可得

$$\text{第一项} = \iint_{-\infty}^{\infty} t_b C_0 \exp[-j2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta = t_b C_0 \delta(x, y)$$

$$\begin{aligned} \text{第二项} &= \iint_{-\infty}^{\infty} \beta' C_0 |G(\xi, \eta)|^2 \exp[-j2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta \\ &= \beta' C_0 \iint_{-\infty}^{\infty} G(\xi, \eta) G^*(\xi, \eta) \exp[-j2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta \\ &= \beta' C_0 \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} g(x_o, y_o) \exp[-j2\pi(\xi x_o + \eta y_o)] dx_o dy_o \times \right. \\ &\quad \left. \left[\iint_{-\infty}^{\infty} g(x'_o, y'_o) \exp[-j2\pi(\xi x'_o + \eta y'_o)] dx'_o dy'_o \right]^* \exp[-j2\pi(\xi x + \eta y)] \right\} d\xi d\eta \\ &= \beta' C_0 \iint_{-\infty}^{\infty} g(x_o, y_o) dx_o dy_o \iint_{-\infty}^{\infty} g^*(x'_o, y'_o) dx'_o dy'_o \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\{j2\pi[x'_o - x - x_o] \xi + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (y'_o - y - y_o) \eta] \} d\xi d\eta \\
& = \beta' C_0 \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} g(x_o, y_o) g^*(x'_o, y'_o) \delta(x'_o - x - x_o, y'_o - y_o - y) dx_o dy_o dx'_o dy'_o \\
& = \beta' C_0 \iint_{-\infty}^{\infty} g(x_o, y_o) g^*(x_o + x, y_o + y) dx_o dy_o \\
& = \beta' C_0 \iint_{-\infty}^{\infty} g(x_o, y_o) g^*[x_o - (-x), y_o - (-y)] dx_o dy_o
\end{aligned}$$

将坐标反演, 令 $x_1 = -x, y_1 = -y$, 于是

$$\text{第二项} = \beta' C_0 \iint_{-\infty}^{\infty} g(x_o, y_o) g^*(x_o - x_1, y_o - y_1) dx_o dy_o = \beta' C_0 g(x_1, y_1) \star g(x_1, y_1)$$

同理可证, 第三项、第四项在反演坐标中的形式为

$$\text{第三项} = \beta' C_0 R_0 \iint_{-\infty}^{\infty} G(\xi, \eta) \exp[-j2\pi b\eta] \exp[-j2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta = \beta' C_0 R_0 g(x_1, y_1 - b)$$

$$\text{第四项} = \beta' C_0 R_0 \iint_{-\infty}^{\infty} G^*(\xi, \eta) \exp[j2\pi b\mu] \exp[-j2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta = \beta' C_0 R_0 g^*(-x_1, -y - b)$$

所以

$$\begin{aligned}
U(x_1, y_1) = & t_b C_0 \delta(x, y) + \beta' C_0 g(x_1, y_1) \star g(x_1, y_1) + \\
& \beta' C_0 R_0 g(x_1, y_1 - b) + \beta' C_0 R_0 g^*(-x_1 - y - b) \quad (4.6-6)
\end{aligned}$$

式中, 第一项是 δ 函数, 表示直接透射光经透镜会聚在像面中心产生的亮点; 第二项是物分布的自相关函数, 形成焦点附近的一种晕轮光; 第三项是原始像的复振幅, 中心位于反射坐标系的 $(0, b)$ 处; 第四项是共轭像的复振幅, 中心位于反射坐标系的 $(0, -b)$ 处, 第三、四项都是实像。设物体在 y 方向上的宽度为 ω_y , 原始像和共轭像的宽度均为 ω_y , 因此欲使再现像不受晕轮光的影响, 必须使 $b \geq \frac{3}{2} \omega_y$, 在安排记录光路时应该保证这一条件。

实现傅里叶变换还可以采用球面波照明方式, 使物体置于透镜的前焦面, 在点源的共轭像面上得到物光分布的傅里叶变换。用倾斜入射的平面波作为参考光, 也能记录傅里叶变换全息图。根据完全同样的理由, 也可以用球面波照射全息图, 利用透镜进行逆傅里叶变换, 在点源的共轭像面上实现傅里叶变换全息图的再现。图 4.6-2 示出了采用这种方式的记录和再现光路。

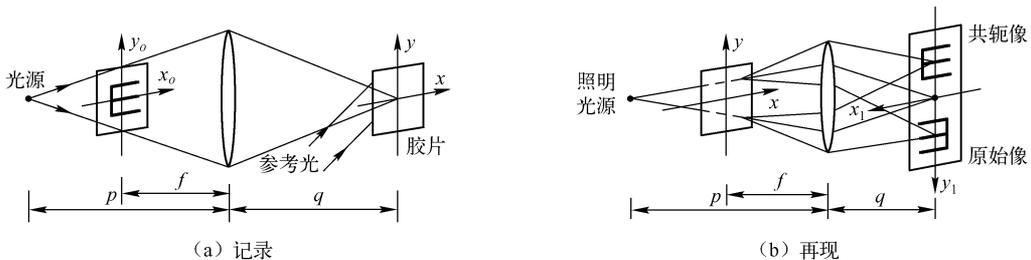


图 4.6-2 傅里叶变换全息图的记录与再现(球面波照明方式)

应该说明的是, 两种记录和再现的方法都是独立的, 例如我们可以采用平行光入射记录, 球面波照明再现; 反过来也一样, 采用球面波入射记录, 平行光照明再现。

4.6.2 准傅里叶变换全息图

在图 4.6-3 所示的光路中,平行光垂直照射物体,透镜紧靠物体放置,参考光源与物体位于同一平面上,在透镜后焦面处放置记录介质。根据透镜的傅里叶变换性质,则在全息图平面上的物光分布为

$$\begin{aligned}
 U(x,y) &= C' \exp\left[jk \frac{x^2 + y^2}{2f}\right] \iint_{-\infty}^{\infty} g(x_o, y_o) \exp[-j2\pi(\xi x_o + \eta y_o)] dx_o dy_o \\
 &= C' \exp\left[jk \frac{x^2 + y^2}{2f}\right] G(\xi, \eta) \quad (4.6-7)
 \end{aligned}$$

式中, $\xi = x/\lambda f$, $\eta = y/\lambda f$, $G(\xi, \eta)$ 是物函数 $g(x_o, y_o)$ 的傅里叶变换。注意:由于 $G(\xi, \eta)$ 前面出现了二次相位因子,使物体的频谱产生了一个相位变形,因而全息图平面上的物光波并不是物体准确的傅里叶变换。设参考点位于 $(0, -b)$ 处,参考光源的表达式为 $R_0 \delta(x_o, y_o + b)$, 于是在全息图平面上的参考光场分布为

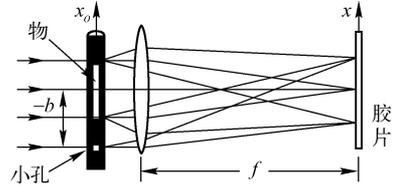


图 4.6-3 准傅里叶变换全息图的记录

$$\begin{aligned}
 r(x,y) &= \exp\left[jk \frac{x^2 + y^2}{2f}\right] \iint_{-\infty}^{\infty} R_0 \delta(x_o, y_o + b) \exp[-j2\pi(\xi x_o + \eta y_o)] dx_o dy_o \\
 &= R_0 \exp\left[\frac{jk}{2f}(x^2 + y^2 + 2by)\right] \quad (4.6-8)
 \end{aligned}$$

这样,在线性记录条件下,全息图的复振幅透过率为

$$\begin{aligned}
 t &= t_b + \beta' |G|^2 + \beta' R_0 G \exp\left[\frac{jk}{2f}(x^2 + y^2 + 2by)\right] + \beta' R_0 G^* \exp\left[-\frac{jk}{2f}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[\frac{jk}{2f}(x^2 + y^2 + 2by)\right] \\
 &= t_b + \beta' |G|^2 + \beta' R_0 G \exp[-j2\pi b \eta] + \beta' R_0 G^* \exp[j2\pi b \eta] \quad (4.6-9)
 \end{aligned}$$

式(4.6-9)与式(4.6-3)所表示的傅里叶变换全息图的透过率完全相同,并且球面参考波的二次相位因子抵消了物体频谱的相位弯曲。因此,尽管到达全息图平面的物光场不是物体准确的傅里叶变换,但由于参考光波的相位被补偿,我们仍然能得到物体的傅里叶变换全息图,故称为准傅里叶变换全息图。若不考虑记录过程的光路安排,则准傅里叶变换全息图与傅里叶变换全息图具有相同的透过率函数,因此再现方式也完全相同,我们就不再另行讨论了。

从上面的结果中,我们得到一个启示,即参考光波的形式提供了一种额外的灵活性,我们甚至可以采用空间调制的参考光来记录一个全息图。全息术的某些应用,例如信息的保密存储、文字翻译,就是根据了这一原理。

4.6.3 无透镜傅里叶变换全息图

下面我们讨论另一种记录光路,如图 4.6-4 所示,参考光束是从和物体共面的一个点发出的一个球面波。用这种特殊光路所记录的全息图可称为无透镜傅里叶变换全息图。

为研究这类全息图的性质,我们仍要用到成像过程的线性特性,但这次是考虑成像系统对单个物点的响应(即只考虑基元全息图),而不是对一个平面物光

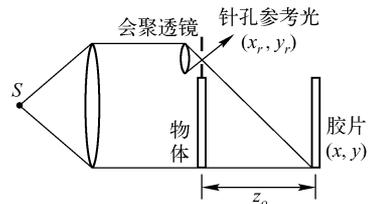


图 4.6-4 无透镜傅里叶变换全息图的记录

束的响应,用 (x_r, y_r) 和 (x_o, y_o) 各自代表参考光束和物光束的点光源的坐标,它们在乳胶上对应复振幅分布可写成

$$\begin{aligned} R(x, y) &= R \exp \left[j \frac{\pi}{\lambda z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) \right] \\ O(x, y) &= O \exp \left[j \frac{\pi}{\lambda z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) \right] \end{aligned}$$

因此曝光时的入射光强为

$$\begin{aligned} I(x, y) &= R^2 + |O|^2 + RO \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) \right] \exp \left[j \frac{\pi}{\lambda z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) \right] + \\ &\quad RO^* \exp \left[j \frac{\pi}{\lambda z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r) \right] \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda z_o} (x^2 + y^2 - 2xx_o - 2yy_o) \right] \\ &= R^2 + |O|^2 + 2R|O| \cos \left\{ 2\pi \left[\frac{x_o - x_r}{\lambda z_o} x + \frac{y_o - y_r}{\lambda z_o} y \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.6-10)$$

现在,无透镜傅里叶变换全息图这个名称的来由就清楚了。由坐标为 (x_o, y_o) 的物点发出的光波与参考光波相干涉,形成一个正弦型条纹图样,其空间频率为

$$\xi = \frac{x_o - x_r}{\lambda z_o}, \quad \eta = \frac{y_o - y_r}{\lambda z_o} \quad (4.6-11)$$

因此,对于这种特殊记录光路,物点坐标和全息图上的空间频率之间具有一一对应关系。这样一种变换关系正是傅里叶变换运算的特征,但没有用变换透镜就完成了,所以称为无透镜傅里叶变换全息图。

由式(4.6-11)可见,物点离参考点越远,空间频率越高。粗略地说,若 ξ_{\max} 表示乳胶能分辨的最高空间频率,那么只有坐标满足条件

$$\sqrt{(x_o - x_r)^2 + (y_o - y_r)^2} \leq \lambda z_o \xi_{\max} \quad (4.6-12)$$

的那些物点的像,才能在再现中出现。

为了从这个全息图中得到像,我们用相干光照明显底片并且在后面加一正透镜,如图4.6-5所示。在式(4.5-13)中令 $z_p = \infty$ 及 $z_o = z_r$,全息图本身形成的两个孪生像都位于离底片无穷远处。正透镜使无穷远处的像成像在透镜的后焦面上。

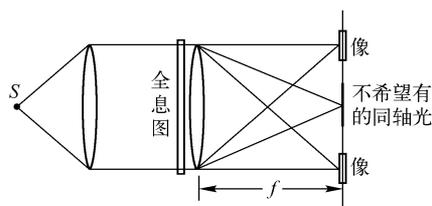


图4.6-5 无透镜傅里叶变换全息图的再现

4.7 像全息图

物体靠近记录介质,或利用成像系统使物成像在记录介质附近,或者使一个全息图再现的实像靠近记录介质,都可以得到像全息图。像全息的主要特点是可以利用扩散的白光光源照明再现,因此,广泛用于全息显示。

下面我们首先讨论光源宽度和光谱宽度对全息再现像的影响,然后介绍像全息的摄制。

4.7.1 再现光源宽度的影响

通常,用点光源照明全息图时,点物的再现像也是点像,若照明光源的线度增加,像的线度也会增加。理论研究表明,当物体接近全息记录介质时,再现光源的线度可以增大,再现像的线度不变。

若来自点光源的一个球面波与一个平面波干涉,所形成的条纹图样称为波带片干涉图。

它由亮暗相间的同心圆环组成,中心条纹间距大,边缘条纹间距小。全息图相当于被记录物体上每一点源发出的光波与参考光波之间的干涉所产生的诸多波带片的总和。当物(或像)移近记录介质平面时,波带片的横向尺寸逐渐变小,直到物体上的点位于全息记录介质平面上时,波带片即变为物体本身。因为通常的离轴全息图所形成的波带片的界限被减小,参考光束的空间变化不会使波带片的形状有本质上的变化,所以参考光波的相位变动就不重要了,再现光的线度将不受限制。因此,在再现过程中,相位的变动不是很重要,可将扩展光源用于再现。

像全息可用扩展光源再现的特点,也可给予定量解释。若再现光源在 x 方向上增宽了 Δx_p ,则像在 x 方向上也相应增宽了 Δx_i ,由式(4.5-14)得

$$\Delta x_i = z_i \frac{\Delta x_p}{z_p} \Delta \theta \quad (4.7-1)$$

式中, $\Delta \theta$ 为再现光源的角宽度。又由式(4.5-13)可知,在一定条件下,当物距 z_o 很小时,像距 z_i 也很小;当物距 z_o 趋于零时,像距 z_i 也趋于零,于是 Δx_i 也趋于零。也就是说,这时光源的宽度不会影响再现像的质量。

4.7.2 再现光源光谱宽度的影响

上面说过,任一全息图都可以是许多具有波带片结构的基元全息图的叠加,当用白光照明再现时,再现光的方向因波长而异,再现像点的位置也随波长而变化,其变化量取决于物体到全息图平面的位置。这是因为,用白光再现一张普通的离轴全息图时,由于记录的波带片是离轴部分的,条纹间距很小,有高的色散,从而使像模糊。像全息记录的是波带片的中心部分,而波带片的这一部分条纹间距较大,色散变弱。当物体严格位于全息图平面上时,再现像也位于全息图平面上,表现为消色差,它不随照明波长而改变。当照明光源方向改变时,像的位置也不变,只是像的颜色有所变化。而物体上远离全息图的那部分,其像也远离全息图,这些像点有色差并使像模糊。不过,当物体到全息图的距离较小时,用白光再现仍能得到质量相当好的像。

下面从式(4.5-13)~式(4.5-15)出发,定量讨论再现光的光谱宽度对再现像的影响。当参考光和再现光均为平行光时,这时 z_r 和 z_p 均为无穷大,而且 x_r, x_p, y_r, y_p 亦可能为无穷大(倾斜平行光)。这样一来,使用式(4.5-13)~式(4.5-15)便发生了困难。为了在这种情况下也能使用这三个公式,将 $x_o/z_o, x_r/z_r, x_p/z_p, x_i/z_i$ 等均用三角函数表示,而将式(4.5-13)~式(4.5-15)改写成三角函数形式。在图4.7-1中 I 为像点,其坐标为 (x_i, y_i, z_i) , OI 的射影为 OB , $\angle IOB = \theta_i$, OB 与 z 轴的夹角为 φ_i 。在傍轴条件下有 $IO \approx z_i$ 。于是由图4.7-1可得

$$\frac{x_i}{OI} = \sin \theta_i \approx \frac{x_i}{z_i}, \quad \frac{y_i}{z_i} = \tan \varphi_i \approx \sin \varphi_i$$

同样,对物点、参考点源和再现点源均可写出类似的表达式。于是可以将式(4.5-14)和式(4.5-15)写成

$$\sin \theta_i = \mp \frac{\lambda^2}{\lambda_1} \sin \theta_o \pm \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin \theta_r + \sin \theta_p \quad (4.7-2)$$

$$\sin \varphi_i = \mp \frac{\lambda^2}{\lambda_1} \sin \varphi_o \pm \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin \varphi_r + \sin \varphi_p \quad (4.7-3)$$

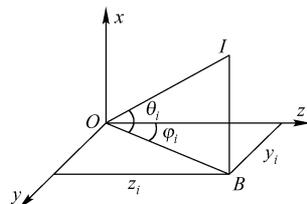


图4.7-1 像点的三角关系

下面从式(4.7-2)出发讨论再现光波长 λ_2 变化时,再现像在 x 方向的色散情况。 y 方向和 z 方向的讨论类似,只是 z 方向色散必须由式(4.5-13)得出。设再现光波中含有 $\lambda_2 \sim \lambda_2 +$

$\Delta\lambda$ 的所有波长的光波, 由于全息图中波带片的色散, 使得对应的 θ_i 变化了 $\Delta\theta_i = \Delta\lambda \frac{d\theta_i}{d\lambda_2}$, 可以认为再现像由于色散在 x 方向的展宽线度为

$$\Delta x_i = z_i \Delta\theta_i = z_i \Delta\lambda \frac{d\theta_i}{d\lambda_i}$$

由式(4.7-2)可求出 $d\theta_i/d\lambda_2$, 并将它代入上式, 注意到 $\cos\theta_i \approx 1$, 于是得

$$\Delta x_i = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_i} (\sin\theta_o - \sin\theta_r) z_i \quad (5.7.4)$$

对于确定的物点, 式(4.7-4)的 $(\sin\theta_o - \sin\theta_r)$ 是常量, 再现像的展宽与 $\Delta\lambda$ 和 z_i 的乘积成正比。当 z_r 和 z_p 确定后, z_i 又可以根据式(4.5-13)由 z_o 决定。在一定条件下, $|z_o|$ 很小时, $|z_i|$ 也很小, 即使 $\Delta\lambda$ 有较大值, Δx_i 仍然足够小。当 $|z_i| \rightarrow 0$ 时, 可用白光再现。对于 y 方向和 z 方向的色散, 可做类似讨论。

4.7.3 色模糊

对于像全息, 再现光源的光谱宽度对像清晰程度仍然是有影响的, 因为实际上总不能使物上所有点均能满足 $|z_o|$ 为很小。这时一个物点不是对应一个像点, 而是对应一个线段。这种由于波长的不同而产生的像的扩展叫做像的色模糊。即使 z_o 足够小, 当 $\Delta\lambda$ 相当大时, 仍然会形成不可忽视的色模糊。当色模糊量大于观察系统(多数情况是人眼)的最小分辨距时, 再现像将变得完全模糊不清了。要想使再现像清楚, 一方面要进一步减小 $|z_o|$, 另一方面要限制再现光源的光谱带宽。下面以人眼直接观察的情况做一粗略估算, 以便对以上分析建立比较直观的认识。

图 4.7-2 是产生色模糊的示意图, 其中 H 是全息图, C 是再现光波, 其波长范围是 $\lambda'_1 \sim \lambda'_2$, 物点 O 再现后 x 方向上的展宽为 $I_1 I_2$, I_1 是 λ'_1 的再现像, I_2 是 λ'_2 的再现像。

按式(4.7-4)可以计算出 $I_1 I_2$ 的大小。在估算中令 $\sin\theta_o - \sin\theta_r = 1$, 因为 $|\sin\theta_o - \sin\theta_r| < 2$, 所以这样假设对估算结果一般不会造成数量上的差错。若 $z_i = 1 \text{ mm}$, $\Delta\lambda = \lambda'_2 - \lambda'_1 = 100 \text{ nm}$, $\lambda_1 = 632.8 \text{ nm}$, 则 $\Delta x_i = 16 \text{ }\mu\text{m}$ 。也就是说, 物上一点, 由于色模糊

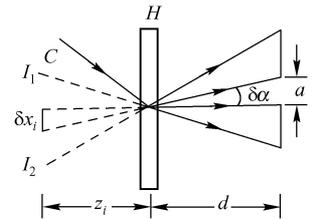


图 4.7-2 色模糊示意图

的原因, 在再现像中的 x 方向上是长为 $16 \text{ }\mu\text{m}$ 的线段。如果其长度小于人眼观察时的最小分辨距, 则像仍然可以认为是清楚的。但是当用白光再现时 $\Delta\lambda = 4000 \text{ nm}$, 其 $z_i = 1 \text{ mm}$, $\lambda_1 = 632.8 \text{ nm}$, 则 $\Delta\lambda_i = 0.64 \text{ mm}$, 在明视距上来看它比人眼的最小分辨距 0.07 mm 大得多。如此小的像距, 当用白光再现时, 色模糊量都比人眼的最小分辨距大, 那么像全息还有实用意义吗? 实际上, 因为上面讨论中用人眼观察时并没有把眼瞳的光阑作用考虑进去, 由于人眼瞳孔的孔径限制, 可能减小色模糊的影响。图 4.7-2 中, 人眼在离 H 的距离为 d 的地方观察, 瞳孔的孔径为 a , 则像上一点发出的光只有一个小光锥能进入人眼, 在 xz 平面内其角距离为 $\delta\alpha$, 而 $\delta\alpha = a/d$, 这样就限制了进入人眼的波长范围。对于图 4.7-2 所示的情况, 有

$$\delta x_i = z_i \delta\alpha = z_i a/d \quad (4.7-5)$$

又由式(4.7-4)得 $\delta\lambda = \frac{\lambda_1}{\sin\theta_o - \sin\theta_r} \cdot \frac{\delta x_i}{z_i}$, 将式(4.7-5)代入得

$$\delta\lambda = \frac{a}{d} \cdot \frac{\lambda_1}{\sin\theta_o - \sin\theta_r} \quad (4.7-6)$$

我们知道,人眼的最小分辨角 $\delta\varphi \approx 1' \approx 0.00029 \text{ rad}$,白昼瞳孔直径 $a = 2 \text{ mm}$,若在明视距离 250 mm 处观察全息图,则由式(4.7-5)得

$$d\delta\varphi = \delta x_i = z_i a/d$$

即
$$z_i = \frac{d^2}{a} \delta\varphi = \frac{250^2}{2} \times 0.009 \approx 9.1 \text{ (mm)}$$

也就是最大允许的像距为 9.1 mm 。

4.7.4 像全息的制作

在记录像全息图时,如果物体靠近记录介质,则不便于引入参考光,因此,通常采用成像方式产生像光波。一种方式是透镜成像,如图 4.7-3 所示;另一种方式是利用全息图的再现实像作为像光波。后者通常先对物体记录一张菲涅耳全息图,然后用参考光波的共轭光波照明全息图,再现物体的实像。实像的光波与制作像全息时参考光波叠加,得到像全息图。因此,这种方法包括二次全息记录和一次再现的过程。图 4.7-4 示出了这一制作过程。

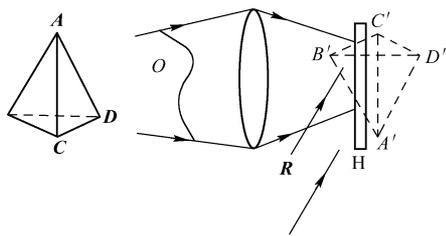


图 4.7-3 像全息图的记录方式之一

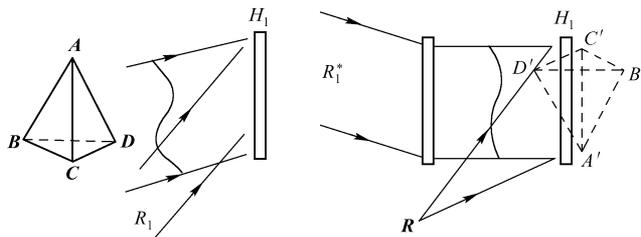


图 4.7-4 像全息图的记录方式之二

例 4.7-1 在图 4.7-5 的像全息记录光路中,如果改用与参考光相同的单色光波照明,试画图说明再现像的位置和特点。

解:由记录光路可知,参考光位于 yz 平面内,即参考光源的坐标为 $(0, y_r, z_r)$ 。物也是一个位于 yz 面的平面物体,故其坐标应为 $(0, y_o, z_o)$,再现光路如图 4.7-6 所示。因再现光波为原参考光源,故有

$$x_p = x_r = 0, \quad y_p = y_r < 0, \quad z_p = z_r < 0$$

(1) 先研究原始像。用式(4.5-13) ~ 式(4.5-15)中第二组,并注意到式(4.5-16),将已知条件代入,得

$$x_i = x_o = 0, \quad y_i = y_o, \quad z_i = z_o < 0, \quad M = z_i/z_o = 1$$

即再现的原始像是与原物具有同样的位置和大小实像。

(2) 再研究共轭像。用式(4.5-13) ~ 式(4.5-15)中的第一组,代入已知条件后得

$$x_i = 0, \quad \frac{1}{z_i} = \frac{1}{z_r/2} - \frac{1}{z_o}, \quad \frac{y_i}{z_i} = \frac{y_r}{z_r/2} - \frac{y_o}{z_o}$$

由第一式 $x_i = 0$ 可知,共轭像仍位于 yz 面内。又因 $|z_r/2| > |z_o|$,故由第二式知 $z_i > 0$,且 $|z_o|$ 很小,故 z_i 也很小,即共轭像是一个位于全息图左边的且很靠近全息图的虚像。对于第三式,我们分析 $y_o = 0$ 的一个特殊点,于是得 $\frac{y_i}{z_i} = \frac{y_r}{z_r/2} > 0$,即 $y_i > 0$,表明虚像位于 z 轴上方。

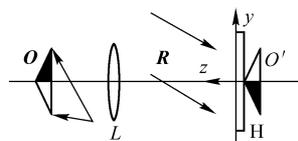


图 4.7-5

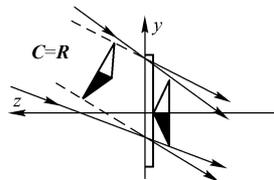


图 4.7-6

4.8 彩虹全息

彩虹全息和像全息一样,也可以用白光照明再现。不同的是,像全息的记录要求成像光束的像面与记录干板的距离非常小,而彩虹全息没有这种限制。彩虹全息是利用记录时在光路的适当位置加狭缝像,观察再现像时将受到狭缝再现像的限制。当用白光照明再现时,对不同颜色的光,狭缝和物体的再现像位置都不同,在不同位置将看到不同颜色的像,颜色的排列顺序与波长顺序相同,犹如彩虹一样,因此将这种全息技术称为彩虹全息。彩虹全息分为二步彩虹全息和一步彩虹全息。

4.8.1 二步彩虹全息

1969年,本顿(Benton)受到全息图碎片可以再现完整的物体像的启发,提出了二步彩虹全息。它包括二次全息记录过程:首先对要记录的物体摄制一张菲涅耳离轴全息图 H_1 ,称为主全息图,记录光路如图 4.8-1 所示;第二步是用参考光的共轭光照明 H_1 ,产生物体的虚实像,在 H_1 的后面置一水平狭缝,实像与狭缝面之间放置全息干板 H ,用会聚的参考光 R 记录第二张全息图 H ,这张全息图就叫做彩虹全息图。如果用共轭参考光 R^* 照射彩虹全息图 H ,则产生第二次虚像。由于 H 记录的是原物的虚实像,所以再现的第二次虚像对于原物来说是一个正常的像,与原物的再现像一起出现的是狭缝的再现像,它起一个光阑的作用。彩虹全息的再现光路如图 4.8-2 所示,如果眼睛位于狭缝的位置,就可以看到物体的再现虚像。当眼睛位于其他位置时,则由于受到光阑的限制,不能观察到完整的像。如果用白光来照明彩虹全息图,则每一种波长的光都形成一组狭缝像和物体像,其位置可按式(4.5-13)~式(4.5-15)计算。一般地说,狭缝像和物体像的位置随波长连续变化。当观察者的眼睛在狭缝像附近沿垂直于狭缝方向移动时,将看到颜色按波长顺序变化的再现像。若观察者的眼睛位于狭缝后方适当位置时,由于狭缝对视场的限制,通过某一波长所对应狭缝只能看到再现像的某一条带,其色彩与该波长对应。同波长相对应的狭缝在空间是连续的,因此,所看到的物体像就具有连续变化的颜色,像雨后天空中的彩虹一样。

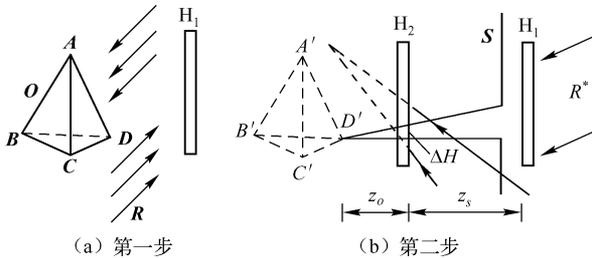


图 4.8-1 彩虹全息图的记录

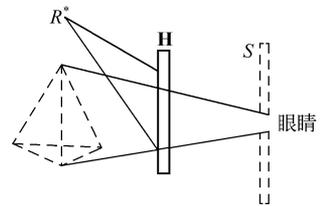


图 4.8-2 彩虹全息的再现

在记录全息图 H 时,物光束受到狭缝 S 的限制,只是一束细光束投射在 H 上,因而对应物点 D' 的信息在全息图的 y 方向上只占了一小部分 ΔH 。对于这一部分全息图,也可以叫做线全息图,如图 4.8-1(b)所示。设狭缝宽为 a ,狭缝与 H 的距离为 z_s ,则线全息的宽度为

$$\Delta H = \frac{z_0 a}{z_0 + z_s} \quad (4.8-1)$$

由于物点的全息图的大小在垂直方向 y 上受到限制,在水平方向 x 上不受限制,因此,再

现像在 y 方向失去了立体感,在 x 方向仍有立体感。由于人眼是排在水平方向上的,所以并不影响立体感。

二步彩虹全息的优点是视场大,但由于在制作彩虹全息图时,需要经过两次采用激光光源的记录过程,斑纹噪声大,故直接应用有困难。1977 年杨振寰等研究成功一步彩虹全息术,简化了记录过程,在实用方面取得了进展。

4.8.2 一步彩虹全息

从二步彩虹的记录和再现过程可知,彩虹全息图的本质是要在观察者与物体再现像之间形成一个狭缝像,使观察者通过狭缝看物体,以实现白光再现。根据这一原理,我们可以用一个透镜使物体和狭缝分别成像,使全息干板位于两个像之间的适当位置。如图 4.8-3(a) 所示,狭缝位于透镜的焦点以内,在狭缝同侧得到其放大的正立虚像。若物体在焦点以外,则物体的像在透镜另一侧,这时的光路结构,本质上与二步彩虹全息中第二次记录时相同。再现时用参考光的共轭光照明,形成狭缝的实像和物体的虚像,眼睛位于狭缝像处可以观察到再现的物体虚像。再现光路如图 4.8-3(b) 所示。

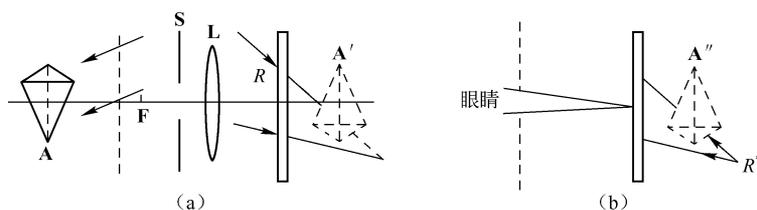


图 4.8-3 一步彩虹全息的记录与再现

在一步彩虹全息中,也可以把物体和狭缝放在透镜焦点以外,使它们在透镜另一侧成像,记录时仍将全息干板置于物体像和狭缝像之间,如图 4.8-4 所示。

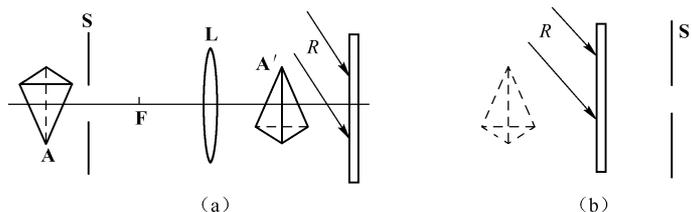


图 4.8-4 一步彩虹全息的记录(物和狭缝在透镜焦点之外)

一步彩虹全息由于减少了一次记录过程,噪声较二步彩虹小,但视场受透镜大小的限制。

4.8.3 彩虹全息的色模糊

彩虹全息图可以用白光再现出单色像,这种单色像与激光的再现单色像是不同的,它包含了一个小的波长范围 $\Delta\lambda$ 。设在某一固定位置所观察到的单色像的波长是从 λ 到 $\lambda + \Delta\lambda$, 则 $\Delta\lambda/\lambda$ 称为像的单色性。另外,根据点源全息图理论知道,像点的位置与波长有关,在 $\Delta\lambda$ 的波段内,一个物点不是对应一个像点,而是对应一个线段 Δl 。这种由波长不同而产生的像的扩展,叫做像的色模糊。

1. 像的单色性

前面已经指出,一个物点的全息图是一个线全息图,其宽度为 ΔH ,如图 4.8-5 所示。这

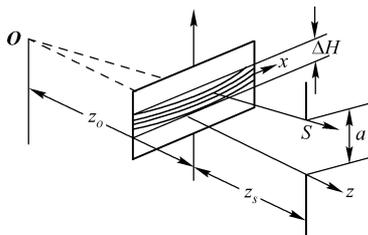


图 4.8-5 点物的线全息图

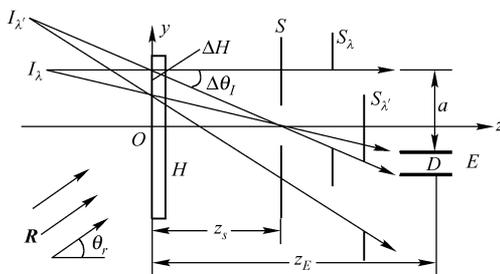


图 4.8-6 像的单色性示意图

个线全息图在 y 方向的空间频率很高,在与狭缝平行的 x 方向的空间频率却很低,所以只讨论在 y 方向的单色性。

如图 4.8-6 所示,用白光照射全息图,经 ΔH 的衍射后,对不同波长的光形成的像点位置不同。假定人眼位于 E 处,与全息图的距离为 z_E ,瞳孔直径为 D ,这样的人眼所能观察到的两个极端波长 λ 和 λ' 所对应的像点位于 I_λ 和 $I_{\lambda'}$ 处。对于 λ 和 λ' 这两种波长形成的狭缝像,位于 S_λ 和 $S_{\lambda'}$ 处。由此可见,波长为 λ 的光是从 ΔH 和 $S_{\lambda'}$ 开口的下端进入人眼瞳孔上端的;波长为 λ' 的光是从 ΔH 和 S_λ 开口的上端进入人眼瞳孔上端的。由图 4.8-6 可知, ΔH 对这两种波长所产生的色散角为 $\Delta\theta_I$,并有

$$\Delta\theta_I = (D + a)/z_E \quad (4.8-2)$$

设 ΔH 在 y 方向的空间频率为 η ,则由光栅方程可知

$$\sin\theta_I - \sin\theta_r = \eta\lambda \quad (4.8-3)$$

$$\cos\theta_I \cdot \Delta\theta_I = \eta\Delta\lambda \quad (4.8-4)$$

两式相除得

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\cos\theta_I \Delta\theta_I}{\sin\theta_I - \sin\theta_r} \quad (4.8-5)$$

因为物点很靠近 z 轴, θ_I 很小,可令 $\cos\theta_I = 1, \sin\theta_I = 0$,于是上式简化为

$$\left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right| \approx \frac{\Delta\theta_I}{\sin\theta_r} = \frac{D + a}{z_E \sin\theta_r} \quad (4.8-6)$$

其中用到了式(4.8-2)的结果。

在彩虹全息中,当然是 $\Delta\lambda$ 越小越好。这就要求:狭缝窄(a 小);观察距离远(z_E 大);参考光束倾斜度大,或者说全息图的空间频率较高等等。

2. 像的色模糊

图 4.8-7 和图 4.8-6 相同,只是画出了两个极端波长的边缘光线。在这种情况下,一个物点在 $\Delta\lambda$ 波长范围内像点变成一段弧线 $I_\lambda I_{\lambda'}$,用眼睛观察时,这段弧线的视宽度为 ΔI 。 ΔI 称为色模糊。其在 y 和 z 方向的分量 Δy 和 Δz 分别称为 y 和 z 方向的色模糊分量。求 Δy 和 Δz 可根据点源全息图的物像关系式计算。这里用近似方法来计算色模糊量 ΔI 。由图 4.8-7 可知

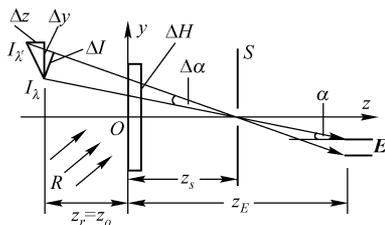


图 4.8-7 色模糊量示意图

$$\Delta I = (z_s + z_o) \Delta\alpha \approx (z_s + z_o) \frac{\Delta H}{z_s} = \frac{z_o \alpha}{z_s} \quad (4.8-7)$$

在上式的简化过程中,利用了式(4.8-1),并且这里的 z_o, z_s 表示绝对值。由上式可见,当

$z_0 = 0$ 时,色模糊等于零,这就是像面全息的情况。当 $z_0 \neq 0$ 时,则要求 z_0 小,狭缝窄和 z_s 大。 z_0 小即景深小, z_s 大则要求记录时狭缝 S 靠近成像透镜的前焦点,这样就又限制了视场的大小。狭缝窄则记录激光斑纹影响大,所以选择恰当的缝宽和缝到底片的距离 z_s ,对获得一张好的全息图是很重要的。实验中狭缝宽度一般选为 4 mm 左右, z_s 选为 30 mm 左右。

4.9 相位全息图

平面全息图的复振幅透过率一般是复数,它描述光波通过全息图传播时振幅和相位所受到的调制,它可表示为

$$t(x, y) = t_0(x, y) \exp\{j\varphi(x, y)\} \quad (4.9-1)$$

式中, $t_0(x, y)$ 为振幅透过率, $\varphi(x, y)$ 表示相位延迟。当相位延迟与 (x, y) 无关,即为常量时,有

$$t(x, y) = t_0(x, y) \exp(j\varphi_0) \quad (4.9-2)$$

这表明照明光波通过全息图时,仅仅是振幅被调制,可称为振幅全息图或吸收全息图。 $\exp(j\varphi_0)$ 不影响透射波前的形状,分析时可以略去。例如用超微粒银盐干板拍摄全息图,经显影处理后就得到了振幅全息图。

若全息图的透过率 t_0 与 (x, y) 无关,为常数,即

$$t(x, y) = t_0 \exp\{j\varphi(x, y)\} \quad (4.9-3)$$

照明光波通过全息图,受到均匀吸收,仅仅是相位被调制,可称为相位全息图。

相位全息图的制作可分为两种类型。一种是记录物质的厚度改变,折射率不变,称为表面浮雕型。制作这种表面浮雕型最简单的方法,是将银盐干板制成的振幅全息图经过漂白工艺而成。首先把它放在鞣化漂白槽中,除去曝光部分的金属银,并使粒周围的明胶因鞣化而膨胀,膨胀的程度取决于银粒子数量,致使曝光强的那部分的明胶较曝光弱的那部分明胶为厚,记录介质的厚度随曝光量变化,这样就得到了浮雕型相位全息图。此外,光致抗蚀剂、光导热塑料等,都可以制作浮雕型相位全息图。另一种类型是物质厚度不变,折射率改变,称为折射率型。它是利用氧化剂(如铁氰化钾、氯化汞、氯化铁、重铬酸铵、溴化铜等)将金属银氧化为透明银盐,其折射率与明胶不同,记录介质内折射率随曝光量变化,这样就得到了折射型相位全息图。例如,用预硬的重铬酸盐明胶就可以制作这种全息图。

为了考察相位全息图的性质,我们分析物光波和参考光波都是平面波的情况。两束平面波相干涉产生基元光栅,根据式(4.4-1)中得出其强度分布为

$$\begin{aligned} I(y) &= R^2 + O^2 + 2RO \cos[ky(\cos\theta_o - \cos\theta_r)] \\ &= R^2 + O^2 + 2RO \cos[2\pi \bar{\xi} y] \end{aligned} \quad (4.9-4)$$

式中, $\bar{\xi}$ 为光栅的空间频率,其值为

$$\bar{\xi} = \left| \frac{\sin\theta_o}{\lambda} - \frac{\sin\theta_r}{\lambda} \right| = |\xi_o - \xi_r| \quad (4.9-5)$$

而 ξ_o 和 ξ_r 分别是两个平面波的空间频率。

在线性记录条件下,相位变化与曝光光强成正比,因此

$$\varphi(y) \propto R^2 + O^2 + 2RO \cos(2\pi \bar{\xi} y) = \varphi_0 + \varphi_1 \cos(2\pi \bar{\xi} y) \quad (4.9-6)$$

式中, $\varphi_0 = R^2 + O^2$, $\varphi_1 = 2RO$ 。忽略吸收,并略去常数相位,相位全息图的复振幅透过率可表示为

$$t(y) = \exp[j\varphi_1 \cos(2\pi \bar{\xi} y)] \quad (4.9-7)$$

这是一个正弦型相位光栅。利用第一类贝塞尔函数的积分公式,式(4.9-7)可以表示为傅里叶级数形式

$$t(y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (j)^n J_n(\varphi_1) \exp(j2\pi n \bar{\xi}y) \quad (4.9-8)$$

式中, J_n 为第一类 n 阶贝塞尔函数。

用振幅为 C 的平面波垂直照明全息图,透射光场分布为

$$U(y) = Ct(y) = C \sum_{n=-\infty}^{\infty} (j)^n J_n(\varphi_1) \exp(j2\pi n \bar{\xi}y) \quad (4.9-9)$$

显然,相位全息图不像正弦振幅光栅那样只有零级和正、负一级衍射,而是包含了许多级衍射。每一级衍射的平面波的空间频率为 $n\bar{\xi}$, 相对振幅决定于 $J_n(\varphi_1)$ 。当 $n=0$ 时,表示直接透射光;当 $n=\pm 1$ 时,对应我们所需要成像的光波,即

$$U_0 = CJ_0(\varphi_1)$$

$$U_{+1} = jCJ_1(\varphi_1) \exp(j2\pi \bar{\xi}y)$$

$$U_{-1} = C(j)^{-1}J_{-1}(\varphi_1) \exp(-j2\pi \bar{\xi}y) = jCJ_1(\varphi_1) \exp(-j2\pi \bar{\xi}y)$$

上式中利用了关系 $J_{-1}(\varphi_1) = -J_1(\varphi_1)$ 。当用原参考光波照明相位全息图时,正、负一级衍射光波将分别再现原始物光波及其共轭光波。

4.10 模压全息图

模压全息术是 20 世纪 70 年代提出的用模压方法复制全息图的一项新技术。模压全息与凸版印刷术类似,所以又称为全息印刷术。全息印刷术的发明,解决了全息图的复制问题,可以大规模生产,使全息图迅速商品化,使全息术走进社会,走进千家万户。模压全息图的制作,从技术上可以分为三个阶段,即白光再现浮雕型全息图的制作、电铸金属模板和模压复制。现分述如下。

1. 白光再现浮雕全息图的制作

模压全息图需要在白光下再现观察,所以用做母板的全息图多采用彩虹全息图。为了制作电铸金属模的母板,彩虹全息图还必须记录成相位型浮雕全息图。记录介质有多种,通常采用光致抗蚀剂,相应的光源必须用氩-镉激光器的 441.6 nm 波长或者氩离子激光器的 547.9 nm 波长。

2. 电铸金属模板

电铸金属模板,简称电铸。电铸也称电成型,目的是将光致抗蚀剂母板上的精细浮雕全息干涉条纹精确“转移”到金属镍板上,以便在模压机上作为“印压模板”,对热塑性薄膜进行大批量复制。

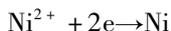
电镀的过程如下。

第一步是铸前清洗。将拍摄的光致抗蚀剂母板固定于硬聚氯乙烯板上,用中性洗涤剂进行表面冲洗。这样做的目的是清除胶膜表面的油污和杂质,以确保像的保真度和镀层的牢固性。

第二步是敏化或活化处理。敏化的目的是使光致抗蚀胶板(亦称光刻胶板)表面离子化,形成均匀分布的离子颗粒(即反应中心)。一般使用氯化铜溶液浮动慢喷射,让其充分反应后

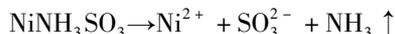
再用去离子水冲洗。

第三步是制作化学镀层。制作过程如下:先用化学方法在光刻表面生成一薄层银或镍的导电层(约 $3 \sim 5 \mu\text{m}$),作为电解镀镍的阴极;然后在浮雕表面上镀上一层颗粒极细的金属,使光致抗蚀剂胶板上的纹槽原封不动地“转移”到金属层上,化学镀层一般用镍溶液,其反应方程为



这样一来,在胶面上就生成一层 Ni 金属原子;最后用去离子水冲洗,并马上放入铸槽。

第四步是电铸。整个电铸过程在电铸槽中进行,槽中镀液主要成分是氨基硫酸镍和硼酸,呈酸性。置于镀液中的光致抗蚀剂板作为阴极,而装在耐酸尼龙或涤纶布袋中的氨基硫酸镍作为阳极,这是一种强电解质,在镀液中全部离解成镍离子



溶液中带正电的镍离子向阴极(即光致抗蚀剂板)移动,并在阴极接收电子变成镍原子。

电铸成型的金属板与光致抗蚀剂剥离并清洗干净,就得到了所需的镍原板。将镍原板纯化后翻铸成多个镍板,即可供模压使用。

3. 模压

模压也称压印,即在一定压力和温度下,利用专用模压机将镍板上的全息干涉条纹印刷到聚氯乙烯等热塑料薄膜上以制成模压全息图。再将模压全息图表面镀铝(或直接将干涉条纹压印到镀铝塑料膜上),使之成为反射再现全息图,便于人们观察。

模压全息技术是建立在全息技术、计算机辅助成图技术、制版技术、表面物理、电化学、精密机构加工等多学科基础之上的一种精细加工技术。制作模压全息图需要昂贵的设备和高超的技术,难以仿制,所以大量用做保安和防伪标记。

4.11 体积全息

物光波和参考光波发生干涉时,在全息图附近的空问形成三维条纹。在前面的讨论中,我们没有考虑记录材料厚度的影响,而把全息图的记录,完全作为一种二维图像来处理。这种类型的全息图称为平面全息图。但是,当记录材料的厚度是条纹间距的若干倍时,则在记录材料体积内将记录下干涉条纹的空问三维分布,这样就形成了体积全息。

体积全息图对于照明光波的衍射作用如同三维光栅的衍射一样。按物光和参考光入射方向和再现方式的不同,体积全息可分为两种。一种是物光和参考光在记录介质的同一侧入射,得到透射的全息图,再现时由照明光的透射光成像。另一种是物光和参考光从记录介质的两侧入射,得到反射体积全息图,再现时由照明光的反射光成像。

4.11.1 透射体积全息图

为简单起见,取物光波和参考光波均为平面波,传播矢量位于 xz 平面,如图 4.11-1 所示。

合光场的复振幅分布为

$$U(x, z) = O_0 \exp[j2\pi(x\xi_0 + z\eta_0)] + R_0 \exp[j2\pi(x\xi_r + z\eta_r)] \quad (4.11-1)$$

式中 $\xi_0 = \sin\theta_0/\lambda$, $\eta_0 = \cos\theta_0/\lambda$, $\xi_r = \sin\theta_r/\lambda$, $\eta_r = \cos\theta_r/\lambda$

θ_0 和 θ_r 分别为物光和参考光在记录介质内的传播矢量与 z 轴的夹角, λ 为在记录介质内光波的波长。

合光场强度的空间分布为

$$I(x, z) = R_0^2 + O_0^2 + O_0 R_0 \exp\{j2\pi[x(\xi_o - \xi_r) + z(\eta_o - \eta_r)]\} + O_0 R_0 \exp\{-j2\pi[x(\xi_o - \xi_r) + z(\eta_o - \eta_r)]\}$$

$$= R_0^2 + O_0^2 + 2O_0 R_0 \cos\{2\eta[x(\xi_o - \xi_r) + z(\eta_o - \eta_r)]\} \quad (4.11-2)$$

在线性记录条件下,记录介质内振幅透过率的空间分布为

$$t(x, y, z) = t_b + \beta' 2R_0 O_0 \cos\{2\pi[x(\xi_o - \xi_r) + z(\eta_o - \eta_r)]\} \quad (4.11-3)$$

$t(x, y, z)$ 取极大值和极小值的条件分别为

$$x(\xi_o - \xi_r) + z(\eta_o - \eta_r) = m \quad (4.11-4)$$

$$x(\xi_o - \xi_r) + z(\eta_o - \eta_r) = m + 1/2 \quad (4.11-5)$$

式中, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 上述两个议程各自确定一组与 xz 平面垂直的彼此平行等距的平面。

对 $t(x, y, z)$ 取极大值的平面波, 显影时乳胶析出的银原子数目也最多。这些平面相对于 z 轴的倾角 φ 满足

$$\tan\varphi = \frac{dx}{dz} = -\frac{\eta_o - \eta_r}{\xi_o - \xi_r} = -\frac{\cos\theta_o - \cos\theta_r}{\sin\theta_o - \sin\theta_r}$$

$$= \tan\left(\frac{\theta_o + \theta_r}{2}\right) \quad (4.11-6)$$

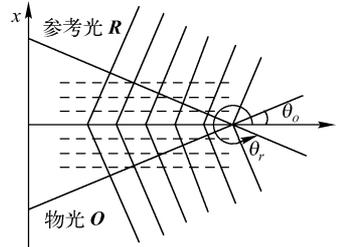


图 4.11-1 透射体积全息图的记录

由上式可知,在乳胶层内, $t(x, y, z)$ 相等的平面平分物波和参考波传播方向所构成的夹角, 形成一组垂直于 xz 平面的体积光栅。在特殊情况下, $\theta_r = -\theta_o$, 即物光与参考光相对于 z 轴对称, 这时 $\xi_r = -\xi_o, \eta_r = \eta_o$, 光栅平面方程变为

$$t(x, y, z)_{\max}: 2\xi_o x = m \quad (4.11-7)$$

$$t(x, y, z)_{\min}: 2\xi_o x = m + 1/2 \quad (4.11-8)$$

且光栅平面垂直于 x 轴。光栅间距为

$$d = \frac{1}{2\xi_o} = \frac{\lambda}{2\sin\theta_o} \quad (4.11-9)$$

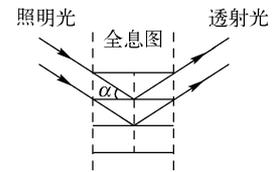


图 4.11-2 再现光路

再现时用平面光波照明全息图, 将体积光栅中的每个银层看做

一面具有一定反射能力的平面反射镜, 它按反射定律把一部分入射的光能量反射回去, 如图 4.11-2 所示。

设照明光波的传播方向与银层平面的夹角为 α , 相邻银层平面反射光波之间的光程差为 $\Delta L = 2d\sin\alpha$ 。显然, 只有当 ΔL 为再现光波长的整倍数时, 反射光波才能相干叠加, 从而产生一个明亮的再现像, 其条件是

$$2d\sin\alpha = \pm\lambda \quad (4.11-10)$$

通常将式(4.11-10)称为布拉格条件。与式(4.11-9)对比可知, 只有当

$$\alpha = \pm\theta_o \quad (4.11-11)$$

或

$$\alpha = \pm(\pi - \theta_o) \quad (4.11-12)$$

时, 才能得到明亮的再现像。

以上所述表明: 当用与参考光相同的光波照明时, 再现波的传播方向与物光波传播方向一致, 这时给出物体的虚像。如果用一束与参考光传播方向相反的光波照射全息图, 则再现波的传播方向与原始物波相反, 这种共轭物光波将产生原来物体的一个实像。当然, 若用原始物波或者共轭波照明全息图, 则可分别再现参考波或共轭参考波。

由于记录时物光波与参考光波位于记录介质同侧, 这种体积全息的银层结构近似垂直于

乳胶表面,再现时反射光波位于全息图两侧,故形象地将这种全息图称为透射体积全息图。透射体积全息图具有对角度灵敏的特性,即当照明光波的方向偏离布拉格条件时,衍射像很快消失。所以体积全息可用于多重记录。

4.11.2 反射全息图

如果记录体积全息图时,物光和参考光来自记录材料两侧,近似相反方向,如图4.11-3(a)所示,那么这两束光的相干叠加问题,可以作为驻波问题来处理。这时条纹平面垂直于光波传播方向,相邻两平面的间距为 $\lambda/2$ 。显影后与干涉条纹对应的是一系列彼此平行相距 $\lambda/2$ 的银层平面,这些银层平面对波长为 λ 的光具有很强的反射能力,相当于干涉滤波器。由于这种全息图对波长具有很高的选择性,因此可以用白光照明再现出单色像。再现时,若照明光与参考光方向相同,则反射光与物光传播方向相同,再现出原物体的一个虚像,如图4.11-3(b)所示。若照明光与参考光共轭,即从反面照射全息图,则反射光与原始物光传播方向相反,再现出原物体的一个实像,如图4.11-3(c)所示。再现像的光波波长与记录时一样,照明白光中其余波长的光不满足布拉格条件,只能透过乳胶或被部分吸收。在实际显影和定影过程中,乳胶会发生收缩,银层平面间距离要减小,因而再现像的色彩会向短波方向移动。

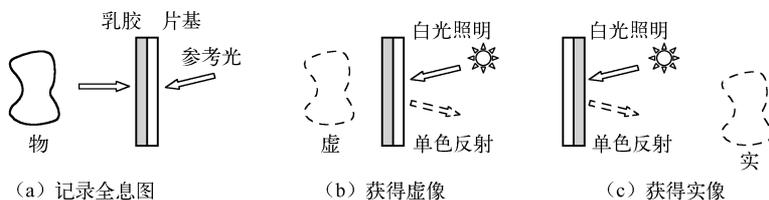


图 4.11-3 反射全息

例 4.11-1 试求如图 4.11-4 所示对称记录反射全息图干涉条纹间距公式。

解:由式(4.11-2)

$$I(x, z) = R_0^2 + O_0^2 + 2R_0O_0 \cos \{ 2\pi [x(\xi_o - \xi_r) + z(\eta_o - \eta_r)] \}$$

若用对称式记录光路,即要求 $\theta_r = \pi - \theta_o$,由此得 $\psi_r = \pi - \psi_o$,于是有

$$\xi_o - \xi_r = \frac{\sin\psi_o - \sin\psi_r}{\lambda} = 0$$

$$\eta_o - \eta_r = \frac{\cos\psi_o - \cos\psi_r}{\lambda} = \frac{2\cos\psi_o}{\lambda}$$

条纹极大值出现在 $z(\eta_o - \eta_r) = \frac{2\cos\psi_o}{\lambda} = n$ 的地方,与 x 无关,即条纹垂直于 z 轴。条纹间距为

$$\begin{aligned} d &= \frac{\lambda_0}{2\cos\psi_o} = \frac{\lambda_0/n}{2\sqrt{1 - \sin^2\psi_o}} = \frac{\lambda_0}{2\sqrt{n^2 - n^2\sin^2\psi_o}} \\ &= \frac{\lambda_0}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_o}} = \frac{\lambda_0}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_r}} \end{aligned} \quad (4.11-13)$$

式中, λ_0 为真空中的光波波长, n 为乳剂的折射率。若 $\theta_r \approx \theta_o \approx 0$,则 $d = \lambda/2$ 。

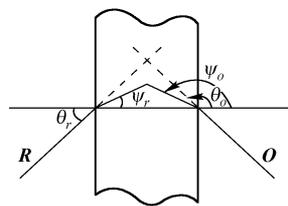


图 4.11-4

4.12 平面全息图的衍射效率

全息图的衍射效率直接关系到全息再现像的亮度。通常把它定义为全息图的一级衍射成像光通量与照明全息图的总光通量之比。平面全息图和体积全息图衍射效率的表示式是不同的,这里只讨论平面全息图的情况。对于平面全息图又有振幅调制和相位调制的区别。

4.12.1 振幅全息图的衍射效率

当物光波和参考光波都是平面波时,记录的是正弦型振幅全息图,其振幅透过率一般可表示为

$$t(x) = t_0 + t_1 \cos 2\pi \xi x = t_0 + \frac{1}{2} t_1 [\exp(j2\pi \xi x) + \exp(-j2\pi \xi x)] \quad (4.12-1)$$

式中, ξ 为全息图上条纹的空间频率; t_0 为平均透射系数; t_1 为调制幅度,它与记录时参考光和物光光束之比以及记录介质的调制传递函数有关。在理想情况下, $t(x)$ 可在0到1之间变化。当 $t_0 = 1/2, t_1 = 1/2$ 时,能达到这一最大变化范围。此时

$$t(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\pi \xi x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \exp(j2\pi \xi x) + \frac{1}{4} \exp(-j2\pi \xi x) \quad (4.12-2)$$

假定用振幅为 C_0 的平面波垂直照明全息图,则透射光场为

$$U_1(x) = C_0 t(x) = \frac{1}{2} C_0 + \frac{C_0}{4} \exp(j2\pi \xi x) + \frac{C_0}{4} \exp(-j2\pi \xi x) \quad (4.12-3)$$

对于与再现像有关的正、负一级衍射光,它们的强度为 $(C_0/4)^2$ 。因此,衍射效率为

$$\eta = \frac{(C_0/4)^2 S_H}{C_0^2 S_H} = \frac{1}{16} = 6.25\% \quad (4.12-4)$$

式中, S_H 表示全息图上照明光的照明面积。事实上,并不存在一种记录介质能使 t 从0到1之间变化的整个曝光量范围都是线性的。因而,在线性记录条件下正弦型振幅全息图的衍射效率比6.25%还要小。所以6.25%是最大衍射效率。

如果全息图不是正弦型的,而透过率 $t(x)$ 的变化作为 x 的矩形函数,透和不透各占一半,周期为 x_0 (即空间频率 $\xi = 1/x_0$)。若坐标原点选在不透明部分的中心处,则透过率函数的傅里叶级数展开式为

$$t(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(6\pi \xi x) - \frac{2}{\pi} \cos(6\pi \xi x) + \dots \quad (4.12-5)$$

矩形函数的零级和 ± 1 级为

$$t(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(2\pi \xi x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \{ \exp(j2\pi \xi x) + \exp(-j2\pi \xi x) \} \quad (4.12-6)$$

当用振幅为 C_0 的平面波垂直照明全息图时,透射光场为

$$U_1(x) = C_0 t(x) = \frac{C_0}{2} + \frac{C_0}{\pi} \exp(j2\pi \xi x) + \frac{C_0}{\pi} \exp(-j2\pi \xi x) \quad (4.12-7)$$

其正、负一级衍射效率为

$$\eta = \frac{(C_0/\pi)^2 S_H}{C_0^2 S_H} = \frac{1}{\pi^2} = 10.13\% \quad (4.12-8)$$

由此可见,矩形函数全息图一级像的衍射效率较正弦型全息图的为高。但矩形光栅具有较高级次的衍射波。计算机产生的全息图就可能是矩形光栅型全息图。这样,通过改变

透射函数的波型,就可适当提高衍射效率。例如,用非线性显影就可以提高一级像的衍射效率。

4.12.2 相位全息图的衍射效率

如果相位全息图是两束平面波干涉而产生的正弦型相位光栅,其透过率可表示为

$$t(x) = \exp[j\varphi_1 \cos(2\pi \xi x)] \quad (4.12-9)$$

式中, φ_1 为调制度, ξ 为相位光栅的空间频率。根据贝塞尔函数的积分公式

$$\exp(jx \cos \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n J_n(x) \exp(-jn\theta) \quad (4.12-10)$$

式(4.12-9)可以写成级数形式

$$\exp[j\varphi_1 \cos(2\pi \xi x)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n J_n(\varphi_1) \exp(-j2\pi n \xi x) \quad (4.12-11)$$

用振幅为 C_0 的平面波垂直照明全息图时,透射光场为

$$U_t(x) = C_0 t(x) = C_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n J_n(\varphi_1) \exp(j2\pi n \xi x) \quad (4.12-12)$$

第 n 级的衍射效率为

$$\eta_n = \frac{C_0^2 |J_n(\varphi_1)|^2 |S_H|}{C_0^2 S_H} = |J_n(\varphi_1)|^2 \quad (4.12-13)$$

式中, S_H 表示全息图上照明光的照明面积。对于成像光束,通常感兴趣的是正、负一级衍射。注意,当 $\varphi_1 = 1.85$ 时 J_1 有最大值,即 $J_1(1.85) = 0.582$ 。由此可计算出一级衍射像的最大衍射效率 $\eta_1 = |J_1(1.85)|^2 = 0.582^2 = 33.9\%$,这时零级和其他衍射级的衍射效率均小于正、负一级的。由于相位全息图的衍射效率要比振幅全息图高得多,能够产生更明亮的全息再现像,从而使人们对相位全息图产生了浓厚的兴趣。

对于矩形光栅形式的相位全息图的衍射效率,计算表明其正、负一级的最大衍射效率为

$$\eta_1 = (2/\pi)^2 = 40.4\% \quad (4.12-14)$$

总之,不管振幅全息图还是相位全息图,矩形函数形式的都比正弦型的衍射效率高,用计算机制作的全息图大多是矩形波函数形式的。

表 4.12-1 中列出了正弦调制情况下全息图的最大理论衍射效率。表中同时列出了体积透射型全息图和体积反射型全息图的衍射效率,以供比较。由表 4.12-1 可以看出,体积相位型全息图的衍射效率最高。

表 4.12-1 各种全息图的最大理论衍射效率

全息图类型	平面透射全息图		体积透射全息图		体积反射全息图	
	振幅型	相位型	振幅型	相位型	振幅型	相位型
衍射效率	0.0625	0.339	0.037	1.000	0.072	1.000

4.13 全息干涉计量

全息术的原理已渗透到各个领域。全息术的许多独特性能,使它成为一种非常有价值的科学手段。全息术用途十分广泛,最重要的应用领域是:全息干涉计量、全息光学元件、全息显

示、信息处理。其中全息术在信息处理中的应用将结合光学信息处理的有关章节介绍。

全息干涉计量是全息应用的一个重要领域,干涉计量的基础是波前比较。全息术是唯一能记录和再现波前的技术,这使我们有可能用一个标准波前与一个变形物体产生的波前相比较而实现干涉计量。由于标准波前和变形波前是通过同一光路来产生的,因而可以消除系统误差,这样对光学元件的精度要求可以降低,这是其他干涉计量方法所不容易做到的。最常用的全息干涉方法所是单次曝光法、二次曝光法和时间平均法。

4. 13. 1 二次曝光法

二次曝光法是通过二次曝光将标准物波前和变形后的物光波前,按不同时刻记录在同一张全息图上,再现时,通过两个波面之间的干涉条纹了解波面的变化,从而分析两次曝光之间物体的变形。

记录光路如图 4. 13-1(a) 所示。在底片平面上,参考光波 $R(x, y) = R_0(x, y) \exp[j\varphi_r(x, y)]$, 初始物光波 $O(x, y) = O_0(x, y) \exp[j\varphi_o(x, y)]$, 变形后的物光波 $O'(x, y) = O_0(x, y) \exp[j\varphi'_o(x, y)]$ 。假定两次曝光时间相同,则总的曝光光强为

$$I(x, y) = |O + R|^2 + |O' + R|^2 = 2(R_0^2 + O_0^2) + O_0R_0\exp[j(\varphi_o - \varphi_r)] + O_0R_0\exp[-j(\varphi_o - \varphi_r)] + O_0R_0\exp[j(\varphi_o - \varphi_r)] + O_0R_0\exp[-j(\varphi_o - \varphi_r)]$$

在线性记录条件下,全息图的复振幅透过率正比于曝光光强

$$t(x, y) = t_0 + \beta' I(x, y) \quad (4. 13-2)$$

假定用参考光波照明全息图[见图 4. 13-1(b)],则在全息图的透射光波中,与原始物光波和变形物光波有关的分量波为

$$U_t(x, y) = \beta' O_0 R_0^2 \exp(j\varphi_o) + \beta' O_0 R_0^2 \exp(j\varphi') \quad (4. 13-3)$$

再现的原始物光波前和变形物光波前沿同一方向传播,产生干涉。这时干涉条纹的强度分布为

$$I_t = C \cos(\varphi_o - \varphi'_o) \quad (4. 13-4)$$

因为变形前后的物光波前已经“冻结”在全息图中,在适当照明条件下就可以通过再现产生干涉条纹,从而给定量分析提供了很大方便。图 4. 13-2(a) 是用于透明物体的一种全息干涉光路。用平行光照射透明物体,透射光与参考光干涉产生全息图。第一次曝光时是初始状态的样品(或不放样品),第二次曝光时,样品已发生变化(或放入样品)。参考光用平行光波或球面光波都可以,但用平面光波再现时,调整起来比较方便。图 4. 13-2(b) 是一种再现观察方式,用原来的参考光照明,并在全息图后置一会聚透镜,眼睛位于透镜焦点处的小孔光阑处,可以观察到整个物面上的条纹。

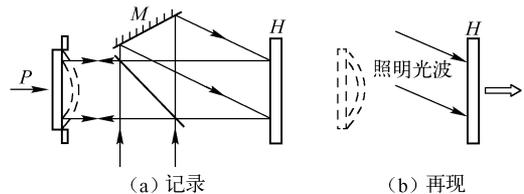


图 4. 13-1 二次曝光全息图的记录与再现

图 4. 13-2(a) 是用于透明物体的一种全息干涉光路。用平行光照射透明物体,透射光与参考光干涉产生全息图。第一次曝光时是初始状态的样品(或不放样品),第二次曝光时,样品已发生变化(或放入样品)。参考光用平行光波或球面光波都可以,但用平面光波再现时,调整起来比较方便。图 4. 13-2(b) 是一种再现观察方式,用原来的参考光照明,并在全息图后置一会聚透镜,眼睛位于透镜焦点处的小孔光阑处,可以观察到整个物面上的条纹。

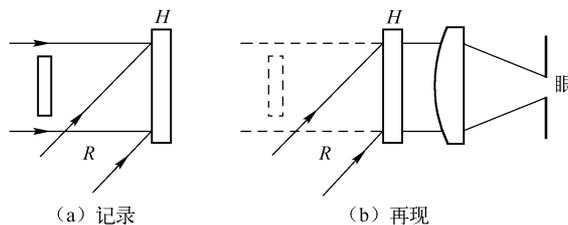


图 4. 13-2 用于透明物体的全息干涉仪

采用脉冲激光作为光源,可以用二次曝光法对某些瞬态现象(如冲击波,流场等)进行分析。图 4.13-3(a)示出了子弹飞行产生的冲击波引起空气局部折射率的变换,它是用两个激光脉冲二次曝光的全息图得到的,第一个脉冲记录了漫射背景的全息图,而第二个脉冲记录的则是在同一漫射背景前飞行的一颗子弹的全息图。结果是,漫射背景的两个像,一个是在无子弹时记录的,另一个是通过空气折射率扰动记录的,二者将互相干涉,产生的干涉条纹描绘出子弹产生的冲击波。这些条纹看起来像是被固定在子弹周围的三维空间中。图 4.13-3(b)示出了白炽灯的干涉场照片,第一次曝光灯丝未通电,灯丝通电后进行第二次曝光,再现时干涉条纹显示了灯丝通电后气体受热产生的折射率变化。灯泡发的非相干光与激光不发生干涉,所以在最后的像中灯丝看起来并不是亮的。但是,灯泡内气体受热将引起局部折射率的变化,再次在最后的像中产生出干涉条纹,描绘出气体膨胀的图样。应当强调,这些干涉条纹是在存在一个光学上不完善的玻璃泡时得到的,用其他经典的干涉测量方法是不可能得到的。

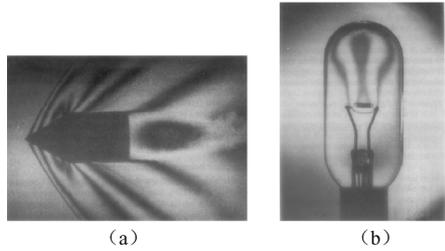


图 4.13-3 两次曝光全息图产生的干涉图样

二次曝光法有利于分析物体两种状态的差异,但要观察和分析物体变形的过程,则需要用一种实时显示变形的办法,即单次曝光法。

4.13.2 单次曝光法

单次曝光法是通过一次曝光把初始物光波面记录在全息图上,底片经处理后用变形后的物光波面和参考光同时照射全息图,参考光可以再现初始物光波面,这个初始物光波面与直接透过全息图的变形后的物光波面相干涉,产生干涉条纹,这样人们就可以通过观察干涉条纹的连续变化,分析整个变形过程。为了使再现的标准波前与实际的波面重合,对全息图的复位有严格要求,通常采用就地显影、定影,或用精密复位装置。也可以采用干显影的记录介质,如光导热塑料、光致变色材料等。

设参考光波 $R(x,y) = R_0(x,y) \exp[j\varphi_r(x,y)]$, 初始物光波 $O(x,y) = O_0(x,y) \exp[j\varphi_o(x,y)]$, 则记录的光强分布为

$$I(x,y) = O_0^2 + R_0^2 + R_0 O_0 \exp[j(\varphi_o - \varphi_r)] + R_0 O_0 \exp[-j(\varphi_o - \varphi_r)] \quad (4.13-5)$$

在线性记录条件下,全息图的复振幅透过率为

$$t(x,y) = t_b + \beta' O_0^2 + \beta' R_0 O_0 \exp[j(\varphi_o - \varphi_r)] + \beta' R_0 O_0 \exp[-j(\varphi_o - \varphi_r)] \quad (4.13-6)$$

全息图精确复位后,用原参考光波和变形后的物光波 $O'(x,y) = O'_0(x,y) \exp[j\varphi'_o(x,y)]$ 同时照射全息图,于是在全息图的衍射光波中,与初始物光波和变形物光波有关的分量波为

$$U_i(x,y) = \beta' R_0^2 O_0 \exp(j\varphi_o) + (t_b + \beta' O_0^2) O_0 \exp[j\varphi'_o] \quad (4.13-7)$$

分量波中的两项均在同一方向传播,产生干涉,干涉条纹的强度分布为

$$I_i(x,y) = U_i(x,y) U_i^*(x,y) = O_0^2 [\beta'^2 R_0^4 + (t_b + \beta' O_0^2)^2 + 2\beta' R_0^2 (t_b + \beta' O_0^2) \cos(\varphi_o - \varphi'_o)] \quad (4.13-8)$$

上式表明,光强按余弦规律变化。不过由于再现的原始物光波和变形的物光波的振幅不大相同,干涉条纹的反衬度较差。适当选择参考光波与物光波的强度比例,可以改善条纹对比度。只要记录时参考光波的入射角度选择适当,使全息图透射场中的其他分量衍射波具有不同的

传播方向,就不会影响对于干涉场的观察。

4. 13. 3 时间平均法

全息干涉术还可用于振动分析。记录振动物体的全息图时,物体的位置每时每刻都在变化,我们记录的实际上是振动物体位于不同位置时物光波前与参考光波前干涉结果的时间平均,即得到时间平均全息图。它的再现像就是时间平均全息干涉条纹图样,由条纹的形状和强度分布可以确定振动的模式及振动物体表面各点的振幅。

以最简单的简谐振动为例说明时间平均法的数学处理过程,见图 4. 13-4。设振动角频率为 ω ,膜片任一点 P 的振幅为 $A(x)$,在时刻 t 沿 z 方向的位移为

$$z(x, t) = A(x) \cos(\omega t) \quad (4. 13-9)$$

与平衡位置相比较,在时刻 t , P 点的相位变化是

$$\varphi_o(x, t) = \frac{2\pi}{\lambda} A(x) \cos(\omega t) (\cos\theta_1 + \cos\theta_2) \quad (4. 13-10)$$

其中, λ 是照明光源的光波波长, θ_1 和 θ_2 是入射光和反射光传播方向与 z 轴的夹角。这时物光波前可以表示为空间坐标 x 和时间变量 t 的函数

$$O(x, t) = O_0(x) \exp[j\varphi_o(x, t)] \quad (4. 13-11)$$

设参考光波为平面波,其波前记为

$$R(x) = R_0 \exp[j\varphi_r(x)] \quad (4. 13-12)$$

则在全息图上光强度为

$$I(x, t) = R_0^2 + |O_0(x)|^2 + OR^* + O^*R \quad (4. 13-13)$$

假定记录时间比物体振动的周期 T 长很多,则在全息图上的平均曝光量为

$$\langle I \rangle = \frac{1}{T_0} \int_0^T I(x, t) dt \quad (4. 13-14)$$

在线性记录条件下,全息图的复振幅透过率与平均曝光量成正比。所以,若用原参考光照明全息图,并单独考虑透射场中与原始物波有关的场分量,有

$$U_t(x) = \frac{RR^*}{T_0} \int_0^{2\pi} O(x, t) dt = \frac{R_0^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} O(x, t) d\omega t \quad (4. 13-15)$$

将式(4. 13-11)和式(4. 13-10)代入上式,有

$$U_t(x) = \frac{R_0^2 O_0(x)}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[jkA(x) \cos(\omega t) (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)] d\omega t \quad (4. 13-16)$$

考虑到贝塞尔函数关系式

$$J_0(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[ja \cos\theta] d\theta \quad (4. 13-17)$$

$$U_t(x) = R_0^2 O_0(x) J_0[kA(x) (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)] \quad (4. 13-18)$$

在振动物体上的强度分布为

$$I_t(x) = R_0^4 |O_0(x)|^2 J_0^2[kA(x) (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)] \quad (4. 13-19)$$

上式表明:物体的原始像上光强按零阶贝塞尔函数的平方分布,其中干涉条纹表示等振幅线(见图 4. 13-5),并且随振幅 $A(x)$ 的增大干涉条纹强度减小。通过对条纹强度分布的测量,可以计算

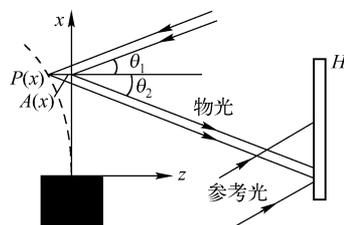


图 4. 13-4 记录振动膜片的时间平均全息图

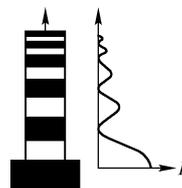


图 4. 13-5 条纹强度及分布

出振动模式及物体表面的振幅。

习题四

4.1 证明:若一平面物体的全息图记录在一个与物体相平行的平面内,则最后所得到的像将在一个与全息图平行的平面内。(为简单起见,可设参考光为一平面波)

4.2 制作一全息图,记录时用的是氩离子激光器波长为 488.0 nm 的光,而成像时则用的是 He-Ne 激光器波长为 632.8 nm 的光。

(1) 设 $z_p = \infty, z_r = \infty, z_o = 10 \text{ cm}$, 问像距 z_i 是多少?

(2) 设 $z_p = \infty, z_r = 2z_o, z_o = 10 \text{ cm}$, 问 z_i 是多少? 放大率 M 是多少?

4.3 证明:若 $\lambda_2 = \lambda_1, z_p = z_r$, 则得到一个放大率为 1 的虚像;若 $\lambda_2 = \lambda_1, z_p = -z_r$, 则得到一个放大率为 1 的实像。

4.4 几种底片的 MTF 的近似截止频率为:

厂商	型号	线/毫米
Kodak	Tri-x	50
Kodak	高反差片	60
Kodak	SO-243	300
Agfa	Agepam FF	600

设用 632.8 nm 波长照明,采用无透镜傅里叶变换记录光路,参考点和物体离底片 10 cm。若物点位于某一大小的圆(在参考点附近)之处,则不能产生对应的像点。试对每种底片估计这个圆的半径大小。

4.5 证明图题 4.5(a)和(b)的光路都可以记录物体的准傅里叶变换全息图。

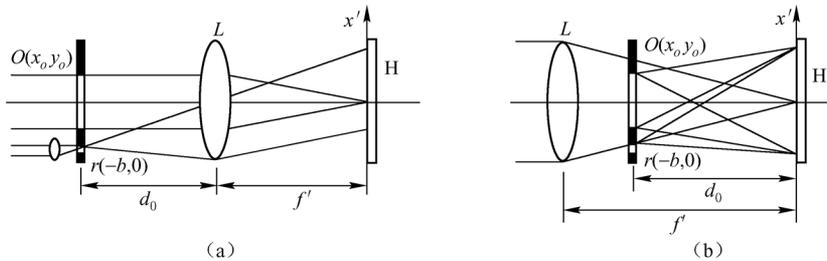


图 题 4.5 准傅里叶变换全息图的两光路

4.6 散射物体的菲涅耳全息图的一个有趣性质是,全息图上局部区域的划痕和脏迹并不影响像的再现,甚至取出全息图的一个碎片,仍能完整地再现原始物体的像。这一性质称为全息图的冗余性。

(1) 应用全息照相的基本原理,对这一性质加以说明。

(2) 碎片的尺寸对再现像的质量有哪些影响?

4.7 见图题 4.7(a),点源置于透镜前焦点,全息图可以记录透镜的像差。试证明:用共轭参考光照明[见图题 4.7(b)]可以补偿透镜像差,在光源处产生一个理想的衍射斑。

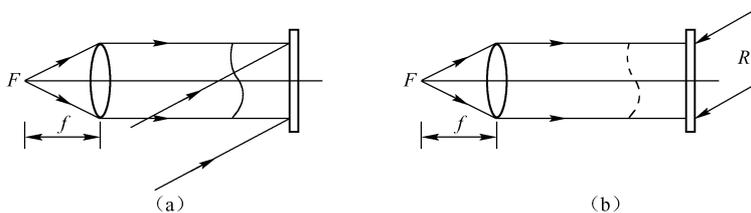


图 题 4.7

4.8 彩虹全息照相中使用狭缝的作用是什么？为什么彩虹全息图的色模糊主要发生在与狭缝垂直的方向上？

4.9 说明傅里叶变换全息图的记录和再现过程中,可以采用平行光入射和点源照明两种方式,并且这两种方式是独立的。

4.10 曾有人提出用波长为 0.1 nm 的辐射来记录一张 X 射线全息图,然后用波长为 600.0 nm 的可见光来再现像。选择如图题 4.10(a) 所示的无透镜傅里叶变换记录光路,物体的宽度为 0.1 mm ,物体和参考点源之间的最小距离选为 0.1 mm ,以确保孪生像和“同轴”干涉分离开。X 射线底片放在离物体 2 cm 处。

(1) 投射到底片上的强度图案中的最大频率(周/毫米)是多少？

(2) 假设底片分辨率足以记录所有的入射强度变化,有人提议用图题 4.10(b) 所示的通常方法来再现成像,为什么这个实验不会成功？

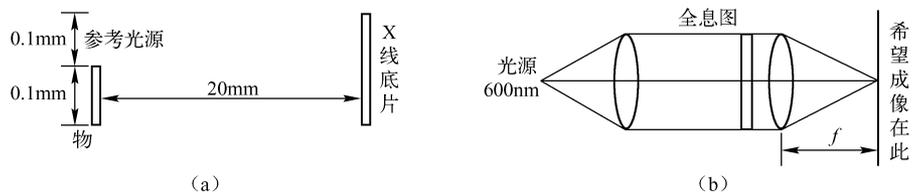


图 题 4.10

第5章 计算全息

随着数字计算机与计算技术的迅速发展,人们广泛地使用计算机去模拟、运算、处理各种光学过程,在计算机科学和光学相互促进和结合的发展进程中,1965年在美国IBM公司工作的德国光学专家罗曼(A. W. Lohmann)使用计算机和计算机控制的绘图仪做出了世界上第一个计算全息图(Computer-Generated Hologram,简称CGH)。计算全息图不仅可以全面地记录光波的振幅和相位,而且能综合复杂的,或者世间不存在物体的全息图,因而具有独特的优点和极大的灵活性。近年来,计算全息发展极其迅速,已成功地应用在三维显示、全息干涉计量、空间滤波、光学信息存储和激光扫描等诸多方面。随着计算机技术的日趋成熟和普及,计算全息术已越来越受到人们的重视。

从光学发展的历史来看,计算全息首次将计算机引入光学处理领域。很多光学现象都可以用计算机来进行仿真,计算全息图成为数字信息和光学信息之间有效的联系环节,为光学和计算机科学的全面结合拉开了序幕。计算全息除了具有重要的科学意义和广阔的应用前景外,还是一个很好的教学工具。要做好一个计算全息图,必须了解全息学、干涉术、调制技术、傅里叶变换、数字计算方法和计算机程序设计。这些都是光学和应用光学的学生、研究生必须掌握的,也是有关领域的研究人员不可缺少的知识。

本章重点讨论计算全息的理论基础、基本原理及制作方法,介绍一些典型的计算全息图及其主要应用。

5.1 计算全息的理论基础

5.1.1 概述

光学全息图直接用光学干涉法在记录介质上记录物光波和参考光波叠加后形成的干涉图样。假如物体并不存在,而只知道光波的数学描述,也可以利用电子计算机,并通过计算机控制绘图仪或其他记录装置(例如激光扫描器、电子束、离子束扫描器等)将模拟的干涉图样绘制和复制在全息干版或透明胶片上。这种计算机合成的全息图称为计算全息图。计算全息图和光学全息图一样,可以用光学方法再现出物光波。但两者有本质的差别。光学全息唯有实际物体存在时才能制作,然而在很多实际应用中理想的“物体”是很难制作成功的,例如,用于检测光学元件加工质量的标准件,用于光学信息处理的各种特殊的空间滤波器,用于工程设计的复杂模型等。但是,用计算全息术就不难实现了,在计算全息的制作中,只要在计算机中输入实际物体或虚构物体的数学模型就行了。计算全息再现的三维像是现有技术所能得到的唯一的三维虚像,具有重要的科学意义。

计算全息的发展受到两个不同因素的刺激,一个是全息学的发展处于极盛时期,另一个是电子计算机控制绘图仪开始普及。罗曼在光学研究方面的成就,加上他在IBM公司工作,使得他很容易地走上了计算全息研究的这条路。据罗曼说,他搞计算全息的动机开始于1965年,那年夏天他在密执安大学暑期班授课时,密执安大学研究所的柯兹马(A. Kozma)和他谈

起用计算机绘制振幅滤波器的问题;同年罗曼在 IBM 工作时,由于激光器坏了,又要做全息图,在危急时刻,他用计算机代替激光器做出了全息图,这是第一个记录振幅和相位信息的计算全息图。虽然他的方法在准确性方面存在一些缺点,但因原理简单,到目前为止初学的人还常常采用他的方法。1967 年巴里斯(Paris)把快速傅里叶变换算法应用到快速变换计算全息图中,并且与罗曼一起完成了几个用光学方法很难实现的空间滤波,显示了计算全息的优越性。1969 年赖塞姆(Lesem)等人又提出了相息图,1974 年李威汉(Wai-Hon Lee)提出了计算全息干涉图的制作技术。

计算全息的主要应用范围是:①二维和三维物体像的显示;②在光学信息处理中用计算全息制作各种空间滤波器;③产生特定波面用于全息干涉计量;④激光扫描器;⑤数据存储。

计算全息图的制作和再现过程主要分为以下几个步骤:①抽样。得到物体或波面在离散样点上的值。②计算。计算物光波在全息平面上的光场分布。③编码。把全息平面上的光波的复振幅分布编码成全息图的透过率变化。④成图。在计算机控制下,将全息图的透过率变化在成图设备上成图。如果成图设备分辨率不够,再经光学缩版得到实用的全息图。⑤再现。这一步骤在本质上与光学全息图的再现没有区别。一张傅里叶变换计算全息图制作的典型流程如图 5.1-1 所示。

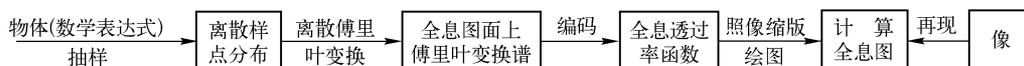


图 5.1-1 傅里叶变换计算全息图制作流程

计算全息的优点很多,最主要的是可以记录物理上不存在的实物的虚拟光波,只要知道该物体的数学表达式就可能用计算全息记录下这个物体的光波,并再现该物体的像。这种性质非常适宜于信息处理中空间滤波器的合成,干涉计量中产生特殊的参考波面,以及三维虚构物体的显示等。计算全息制作过程采用数字定量计算,精度高,特别是二元全息图,透过率函数只有二个取值,抗干扰能力强,噪声小,易于复制。要制作一张高空间带宽积的全息图,对计算机的存储容量、计算速度和成图设备的分辨率都有很高的要求。随着大容量、高速计算机的不断出现,激光扫描、电子束、离子束成图技术的发展,计算全息必将显示更大的优越性,扩展到更多的应用领域。

5.1.2 计算全息的抽样与信息容量

当用计算机分析和处理一个光场的二维分布时,仍然是依据抽样理论,即必须用一个离散点集上的值来描述连续分布的函数。在第 1 章中我们已对抽样定理以及抽样和复原的过程进行了详细说明。在对图像抽样时,若抽样过密会导致大的计算量和存储量,并给成图带来困难;若抽样过疏将无法保证足够的精度。因此,能否选择合理的抽样间隔,以便做到既不丢失信息,又不会对计算和成图设备提出过分的要求,同时又能由一个光波场的二维抽样值恢复一个连续的二维光场分布,这些都是计算全息技术的重要问题。

在计算全息中必须考虑两个问题:首先,物函数经过抽样输入计算机进行计算和编码时,抽样间隔应满足抽样定理的条件,以避免出现频谱混叠;其次,计算全息图的再现过程应选择合适的空间滤波器,这样才能恢复所需要的波前。

在计算全息中,空间信号(二维图像)的信息容量也是用空间带宽积来描述的。任何光学系统都具有有限大小的孔径光阑,因此光学系统都只有有限大小的通频带,超过极限频率的衍

射波将被孔径光阑挡住,不能参与成像,原则上说光学系统是一个低通滤波器。我们希望光学系统的通带有足够的宽度,以容纳尽可能多的信息,获得较好的成像质量,从信息传递的角度讲,通频带越宽越好。

此外,通过一个光学系统一般来说我们只能看到外部世界的一部分,若物体相当大,则不可能看到它的全貌。例如:通过显微镜只能看到大规模集成电路的一部分;通过望远镜也许我们只能看到军舰的一部分。这是由于目视光学仪器中有一个视场光阑,视场越大,能够观察到的物体空间就越大,进入光学系统的信息量也就越大。

光学图像在光学仪器中的传递受到两方面的限制:一是孔径光阑挡掉了超过截止频率的高频信息;二是视场光阑限制了视场以外的物空间。由此可以得到通过光学信道的信息量公式:

$$\text{信息量} = \text{频带宽度} \times \text{空间宽度}$$

等式右边称为空间带宽积,用 SW 表示。空间带宽积是空间信号 $f(x, y)$ 在空间域和频谱域中所占的空间量度,其一般表达式为

$$SW = \iint dx dy \iint d\xi d\eta \quad (5.1-1)$$

空间带宽积是通过光学信道信息量的量度。 SW 越大,标志着通过光学系统我们能获得更多的信息。大孔径、大视场的高质量光学系统正是光学工作者追求的目标。

如果图像在空域和频域中所占据的面积都是矩形,其各边长为 $\Delta x, \Delta y, \Delta \xi, \Delta \eta$, 则有

$$SW = \Delta x \Delta y \Delta \xi \Delta \eta$$

或

$$SW = \Delta x \Delta y 2B_x 2B_y \quad (5.1-2)$$

空间带宽积具有传递不变的特性。当图像发生空间位移、缩放、受到调制或变换等操作时,为了不丢失信息,应使空间带宽积保持不变。空间带宽积还确定了图像上可分辨的像元数,因此应用空间带宽积的概念,可以很方便地确定制作计算全息图时所需要的抽样点总数。例如图像的空间尺寸是 $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$, 最高空间频率 $B_x = 10 \text{ l/mm}, B_y = 10 \text{ l/mm}$, 则该图像的空间带宽积 $SW = 40 \times 40 \times 20 \times 20 = 800^2$ 。对这样的图像制作计算全息图时,其抽样点总数也是 800^2 。

在用普通的方法(微型计算机和绘图仪)制作计算全息图时,能够达到的空间带宽积是很有限的,例如在初期,常取 $SW = 64 \times 64 = 4096$, 或 $SW_{128 \times 128} = 16384$ 。对一般的图像,这个数值比按抽样定理规定的抽样点数少很多,这主要是由于受到计算机存储量、运算速度及绘图仪分辨率的限制,从而不同程度地引入了混叠误差。只有采用高速、大容量计算机和电子束、离子束、激光扫描器等高分辨成图设备,才有可能制作出高质量的计算全息图。

5.1.3 时域信号和空域信号的调制与解调

从光学全息的基本原理我们已经知道,由于记录介质只能记录光场强度分布,对波前(复振幅分布)的记录必须通过与参考光干涉形成干涉花样(强度分布)才有可能。再现过程中,通过照明光照射全息图产生的衍射效应,又将干涉花样(强度分布)还原成所需要的波前(复振幅分布)。这种对光场分布信号的处理方法,类似于通信理论中对时域信号的处理。例如,信号的远距离传送,在发送端将连续时间信号 $S(t)$ 变成脉冲序列,在接收端将脉冲序列还原成连续时间信号,前一过程称为调制(编码),后一过程称为解调(解码)。由此可见,通信理论中的调制技术完全可以移植到光学中来,通信中对时间信号波形(电压或电流波形)进行调制,类似于光学中对空间信号波形(光波复振幅或强度的空间分布)进行调制,两者并无本质上的差别。计算全息中各种编码方法正是借鉴了通信中的相应的编码技术。

图 5.1-2 示出了通信系统中的三种脉冲调制方式。其中后两种调制方式使信号二值化,具有很强的抗干扰和抗噪声的能力。二元计算全息图就是空间信号脉冲宽度调制和脉冲位置调制的结果。图 5.1-3 示出了二元全息图上的抽样单元,每个单元中有一矩形开孔,其透过率为 1,未开孔部分的透过率为 0,用开孔面积表示对应抽样点的物波幅值,用开孔中心偏离单元中心的距离表示抽样点物波的相位。因为光场分布一般用复值函数表示,所以对振幅和相位分别采用了空间脉冲宽度调制和空间脉冲位置调制两种方式。

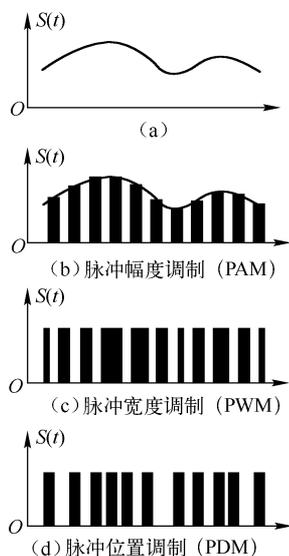


图 5.1-2 三种脉冲调制波形

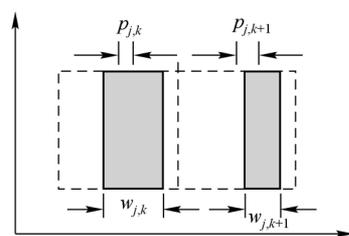


图 5.1-3 脉冲面积调制和脉冲位置调制

5.1.4 计算全息分类

1. 第一种分类法

第一种分类方法与普通光学全息类似,可根据物体(指物体的坐标位置)和记录平面(指计算全息平面的坐标位置)的相对位置不同,分为以下 3 种。

(1) 计算傅里叶变换全息:被记录的复数波面是物波函数的傅里叶变换。在光学傅里叶变换全息中,由变换透镜实时地完成物波函数的傅里叶变换,在这里是由计算机借助快速傅里叶变换算法来完成的。计算傅里叶变换全息直接再现的是物波的傅里叶谱,必须通过变换透镜进行一次逆变换才能再现物波本身。

(2) 计算像全息:被记录的复数波面是物波函数本身,或者是物波的像场分布。制作计算像全息时,只需要将物波函数的复振幅分布编码成全息图的透过率变化。

(3) 计算菲涅耳全息:被记录的复数波面是物体发出的菲涅耳衍射波。根据物波函数计算在某一特定距离平面上(全息图平面上)的菲涅耳衍射波的复振幅分布,再将该复振幅分布编码成全息图的透过率变化。

2. 第二种分类法

第二种分类方法根据全息透过率函数的性质,可分为振幅型和相位型两类。在这两类中还可根据透过率变化的特点,进一步分为二元计算全息和灰阶计算全息。振幅型灰阶计算全息图,要求成图设备具有灰阶输出能力,因而对胶片曝光、显影处理要求比较严格。振幅型二

元计算全息图的振幅透过率只有 0 或 1 两个值,利用普通的成图设备,例如大多数绘图仪就可以绘制,对相底片的非线性效应不敏感,具有很强的抗干扰能力,其应用十分广泛。相位型计算全息图不衰减光的能量,衍射效率一般都很高,特别是闪烁计算全息图,最大衍射效率可达 100%。但相位型全息图制作工艺比较复杂。

3. 第三种分类法

第三种分类方法根据全息图制作时所采用的编码技术,也就是待记录的光波复振幅分布到全息图透过率函数的转换方式,大致可分为迂回相位型计算全息图、修正型离轴参考光计算全息图、相息图和计算全息干涉图等。

上述计算全息分类方法是从三个不同角度考虑的,例如制作一张傅里叶变换全息图,既可采用迂回相位编码方法,也可以采用修正型离轴参考光编码方法;而使用迂回相位编码方法,既可以制作计算傅里叶变换全息图,又可以制作计算像全息图。因此三种分类方法既有区别,又通过一个具体的计算全息图的制作过程而相互联系。

5.2 计算全息的编码方法

5.2.1 计算全息的编码

“编码”在通信中的意义,是指把输入信息变换为信道上传送的信号的过程。一般来说,把从信息变到信道信号的整个变换都叫做广义的编码。在计算全息中输入信息是待记录的光波复振幅,而中间的传递介质是全息图,其信息特征是全息图上透过率的变化。因此,将二维光场复振幅分布变换为全息图的二维透过率函数分布的过程,称为计算全息的编码。

由于成图设备的输出大多只能是实值非负函数,因此编码问题归结为将二维离散的复值函数变换为二维离散的实值函数的问题。而且,这种转换能够在再现阶段完成其逆转换,从二维离散的实值函数中恢复出二维复值函数。

编码过程可以用数学公式表示为

$$h_i(x, y) = C_i[f(x, y)] \quad (5.2-1)$$

式中, $h_i(x, y)$ 是计算全息图的透过函数,它是一个实值非负函数; $f(x, y)$ 是待记录的光波复振幅分布; C_i 可看成编码算符,表示不同的编码技术。如果 $f(x, y)$ 是像场分布或物光波本身,则这种全息图称为计算像全息;如果 $f(x, y)$ 是物光波的傅里叶变换,这种全息图就称为计算傅里叶变换全息图。

将复值函数变换为实值非负函数的编码方法有两种。第一种方法是把一个复值函数表示为两个实值非负函数,例如用振幅和相位两个实参数表示一个复数,分别对振幅和相位编码。第二种方法是依照光学全息的办法,加入离轴参考光波。通过光波和参考光波的干涉产生干涉条纹的强度分布,成为实值非负函数,因此每个样点都是实的非负值,可以直接用实参数来表示。由于没有相位编码问题,第二种方法看起来比第一种方法简便。但是,参考光波的加入增加了空间带宽积,因此全息图上的抽样点数必须增加。

5.2.2 迂回相位编码方法

1. 罗曼型

对光波的振幅进行编码比较容易,它可以通过控制全息图上小单元的透过率或开孔面积

来实现。对于光波的相位编码比较困难,虽然原则上可以使光波通过一个具有二维分布的相位板,但这在技术上十分困难。罗曼根据不规则光栅的衍射效应,成功地提出了迂回相位编码方法。

如图 5.2-1 所示,当用平面波垂直照射光栅时,假定栅距恒定,第一级衍射都是平面波,等相位面是垂直于这个方向的平面。设栅距为 d ,第 k 级的衍射角为 θ_k ,则由光栅方程可知,在 θ_k 方向上相邻光线的光程差是 $L_k = d \sin \theta_k = k\lambda$ 。如果光栅的栅距有误差,例如在某一位置处栅距增大了 Δ ,则该处沿 θ_k 方向相邻光线的光程差变为 $L'_k = (d + \Delta) \sin \theta_k$ 。 θ_k 方向的衍射光波在该位置处引入的相应的相位延迟为

$$\varphi_k = \frac{2\pi}{\lambda}(L'_k - L_k) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta \sin \theta_k = 2\pi k \frac{\Delta}{d} \quad (5.2-2)$$

φ_k 被罗曼称为迂回相位。迂回相位的值与栅距的偏移量和衍射级次成正比,而与入射光波长无关。迂回相位效应提示我们,通过局部改变光栅栅距的办法,可以在某个衍射方向上得到所需要的相位调制。在迂回相位二元全息图中,罗曼等人利用这一效应对相位进行编码。假定全息图平面共有 $M \times N$ 个抽样单元,抽样间距为 δx 和 δy ,则在全息图上待记录的光波复振幅的样点值是

$$f_{mm} = A_{mm} \exp[j\varphi_{mm}] \quad (5.2-3)$$

式中, $-\frac{M}{2} \leq m \leq \frac{M}{2} - 1$, $-\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2} - 1$; A_{mm} 中归一化振幅,并且 $0 \leq A_{mm} \leq 1$ 。在全息图每个抽样单元内放置一个矩形通光孔径,通过改变通光孔径的面积来编码复数波面的振幅,改变通光孔径中心与抽样单元中心的位置来编码相位,这种编码方式如图 5.2-2 所示。图中矩形孔径的宽度为 $W\delta x$, W 是一个常数;矩形孔径的高度是 $L_{mm}\delta y$,与归一化振幅成正比; $P_{mm}\delta x$ 是孔径中心与单元中心的距离,并与抽样点的相位成正比。孔径参数与复值函数的关系如下

$$L_{mm} = A_{mm}, \quad P_{mm} = \frac{\varphi_{mm}}{2\pi k} \quad (5.2-4)$$

这种编码方式,在 y 方向采用了脉冲宽度调制,在 x 方向采用了脉冲位置调制。在确定了每个抽样单元开孔尺寸和位置后,就可以用计算机控制绘图设备产生原图,再经光学缩版得到计算全息图。由于在迂回相位编码方法中,全息图的透过率只有 0 和 1 两个值,具有制作简单,噪声低,抗干扰能力强,对记录材料的非线性效应不敏感,并可多次复制而不失真,因而应用较为广泛。

这种全息图的再现方法与光学全息图相似,观察范围应限于沿 x 方向的某个特定衍射级次 k ,仅在这个衍射方向上,全息图才能再现我们所期望的波前 $f(x, y)$ 。为了使所期望的波前与其他衍射级次上的波前有效地分离,可以通过频域滤波。对此,我们将在后面的内容中结合几种基本的计算全息图进行说明。

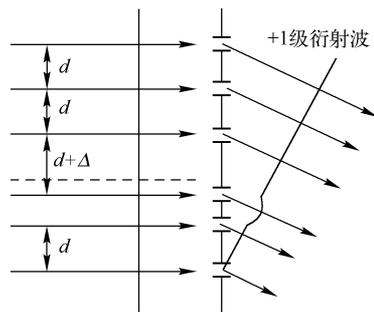


图 5.2-1 不规则光栅的衍射效应

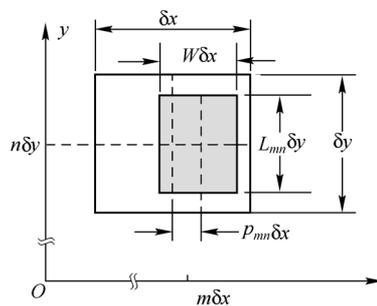


图 5.2-2 罗曼型编码抽样单元图

2. 四阶迂回相位编码法

李威汉于 1970 年提出了一种延迟抽样全息图,这种方法从直观上可以理解为四阶迂回相位编码法。它将全息图的一个单元沿 x 方向分为四等分,各部分的相位分别是 $0, \frac{\pi}{2}, \pi, (-\pi), \frac{3}{2}\pi\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$,与复数平面上实轴和虚轴所表示的四个方向相对应,如图 5.2-3(a) 所示。全息图上待记录的一个样点的复振幅可以沿图中四个相位方向分解为四个正交分量

$$f(m, n) = f_1(m, n)r^+ + f_2(m, n)j^+ + f_3(m, n)r^- + f_4(m, n)j^- \quad (5.2-5)$$

式中, r^+, r^-, j^+, j^- 是复平面上的四个基矢量,即

$$r^+ = e^{j0}, j^+ = e^{j\frac{\pi}{2}}, r^- = e^{j\pi}, j^- = e^{j\frac{3}{2}\pi}$$

f_1, f_2, f_3, f_4 是实的非负数。对于一个样点, $f_1 \sim f_4$ 这四个分量中只有两个分量为非零值,因此要描述一个样点的复振幅,只需要在两个子单元中用开孔大小或灰度等级来表示就行了,图 5.2-3(b) 是用灰度等级表示的情况。

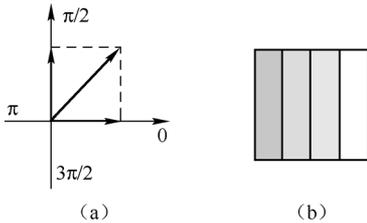


图 5.2-3 四阶迂回相位编码法

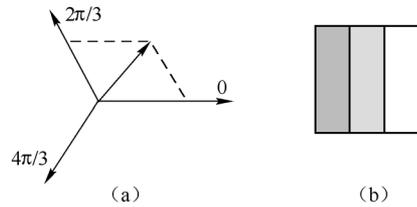


图 5.2-4 三阶迂回相位编码法

3. 三阶迂回相位编码法

由于在复平面上用三个基矢量就可以表征平面上任一复矢量,因此,全息图上的一个单元可以分为三个子单元,分别表示复平面上相位差为 $\frac{2}{3}\pi$ 的三个基矢量。这样一来,就可以在三个子单元中用开孔面积或灰度等级来表示振幅分量的大小。这种方法是伯克哈特(Burckhardt)提出的,图 5.2-4 是这种方法的示意图。

5.2.3 修正离轴参考光的编码方法

迂回相位编码法是用抽样单元矩形开孔的两个结构参数,分别编码样点处光波复振幅的振幅和相位。如果模仿光学离轴全息的方法,在计算机中实现光波复振幅分布与一虚拟的离轴参考光叠加,使全息图平面上待记录的复振幅分布转换成强度分布,就避免了相位编码问题。这时,只需要在全息图单元上用开孔面积或灰度变化来编码这个实的非负函数,即可完成编码。

设待记录的物光波复振幅为 $f(x, y)$, 离轴的平面参考光波为 $R(x, y)$, 即

$$f(x, y) = A(x, y) \exp[j\varphi(x, y)]$$

$$R(x, y) = R(x, y) \exp[j2\pi ax]$$

在线性记录的条件下,并忽略一些不重要的常数因子,光学离轴全息的透过率函数为

$$\begin{aligned} h(x, y) &= |f(x, y) + R(x, y)|^2 \\ &= R^2 + A^2(x, y) + 2RA(x, y) \cos[2\pi ax - \varphi(x, y)] \end{aligned} \quad (5.2-6)$$

在透过率函数所包含的三项中,第三项通过对余弦型条纹的振幅和相位调制,记录了物波的全部信息。第一、二项是与这种光学全息方法不可避免地伴生的,除了其中均匀的偏置分量使 $h(x,y)$ 为实的非负函数的目的外,它们只是占用了信息通道,而从物波信息传递的角度来说,完全是多余的。从光学全息形成的过程来看,第一、二项是不可避免地伴生的,但是计算机制作全息图的灵活性,使人们在做计算全息时,可以人为地将它们去掉而重新构造全息函数,即

$$h(x,y) = 0.5 \{ 1 + A(x,y) \cos[2\pi ax - \varphi(x,y)] \} \quad (5.2-7)$$

式中, $A(x,y)$ 是归一化振幅。从频域更容易理解光学离轴全息函数(式(5.2-6))和修正型离轴全息函数(式(5.2-7))的差别。图 5.2-5(a) 是物波的空间频谱范围,带宽为 $2B_x$ 和 $2B_y$ 。图 5.2-5(b) 是光学离轴全息图的空间频谱,图中,中心为 $\xi = \pm a$ 的两个矩形代表物波的频率成分;中间的圆表示直流项 R^2 的频谱,即 δ 函数;中间的大矩形是 $A^2(x,y)$ 的自相关频率成分。为了避免这些分量在频域中的重叠,要求载频 $a \geq 3B_x$ 。设想直接对式(5.2-6)所表示的全息函数抽样制作计算全息图,则根据抽样定理,其抽样间隔必须为 $\delta x \leq \frac{1}{8B_x}$, $\delta y \leq \frac{1}{4B_y}$ 。这些计算全息图的空间频谱如图 5.2-5(c) 所示,它是光学离轴全息空间频谱的周期性重复。由于修正后的全息函数已经去掉 $A_2(x,y)$ 项,故在频率域中自相关项的频率成分已不存在,只有代表物波频率成分的两个矩形和直流项的频率成分 δ 函数。如图 5.2-5(d) 所示,为了在频域中避免这些量的重叠,只需要载频 $a \geq B_x$ 。因此由式(5.2-6)所表示的全息函数抽样制作计算全息图时,根据抽样定理其抽样间隔 $\delta x \leq \frac{1}{4B_x}$, $\delta y \leq \frac{1}{2B_y}$ 。于是总的抽样点数就降低为原来的 1/4,这时计算全息图的频谱如图 5.2-5(e) 所示。

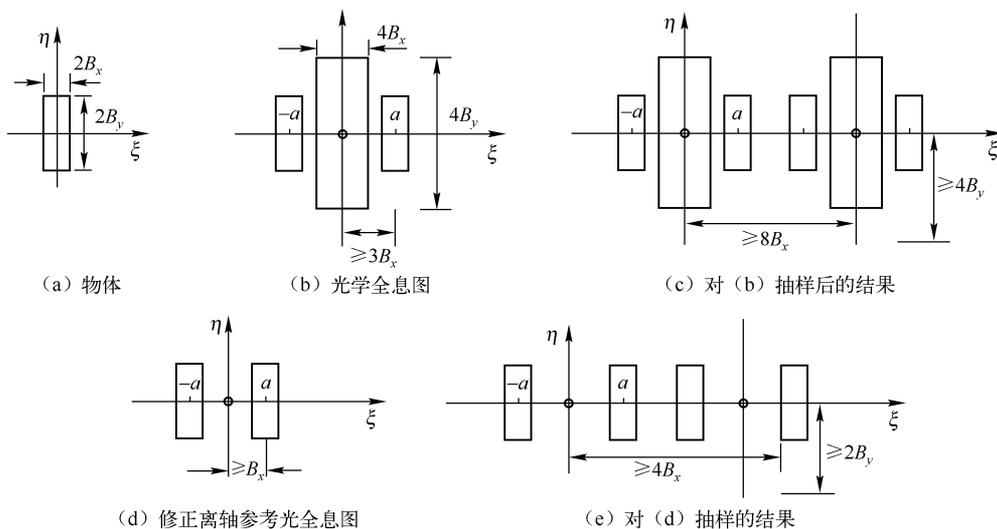


图 5.2-5 空间频率分布

应该指出,载频在全息图上的表现形式是余弦型条纹的间距,这与光学全息是相同的。但光学离轴全息函数与我们所构造的全息函数的频域结构不同,因此载频也不同。选取载频的目的是保证全息函数在频域中各结构分量不混叠。对全息函数进行抽样是制作计算全息的要求,抽样间隔必须保证全息函数的整体频谱(包含各个结构分量)不混叠,这两个概念不可混淆。

这种以常量为偏置项的全息图是博奇于 1966 年提出的,称为博奇全息图。由于计算机处

理的灵活性,偏置项还可以采取其他形式。加进偏置项的目的是使全息函数变成实值非负函数,每个样点都是实的非负值,因此不存在相位编码问题,比同时对振幅和相位编码的方法简单。但是,由于加进了偏置分量,增加了要记录的全息图的空间带宽积,因而增加了抽样点数。一般来说,物波函数的信息容量越大,抽样点数就越多。对于任何一种编码方法都是不能违背抽样定理的,正如前面所述,要避免对相位的编码,只能以增加抽样点数为代价。

由于每个样点都是实的非负值,因此在制作全息图时,只需要在每个单元中用开孔大小或灰度等级来表示这个实的非负值就行了。

5.2.4 二元脉冲密度编码

二元脉冲密度编码是计算全息的另一种编码方法。与修正离轴参考光的方法相类似,对于要记录的物波函数 $f(x,y) = A(x,y) \exp[j\varphi(x,y)]$,构造一个计算全息函数

$$h(x,y) = 0.5 \{ 1 + A(x,y) \cos[2\pi ax - \varphi(x,y)] \}$$

式中, $A(x,y)$ 是归一化振幅, $0 \leq h(x,y) \leq 1$ 。然后对 $h(x,y)$ 高密度抽样,在对每一个像素的透过率二值化的同时,将误差向相邻像素扩散。这一过程可用图 5.2-6 加以说明。例如像素 1 的透过率小于 0.5 被二值化为 0,其剩余误差 (+) 加入第二个像素。由于第二个像素原有透过率加上第一个像素转移的误差之和仍小于阈值 0.5,因此仍被二值化为 0。积累的误差 (+) 加上第三个像素,虽然第三个像素原有透过率小于 0.5,但合并前面转移的误差后,其和大于 0.5,因此被二值化为 1。依此类推。图 5.2-6(a) 中圆点表示抽样点上的透过率,箭头表示误差是如何传递到相邻像素的。图 5.2-6(b) 是二值化的抽样点上的透过率。图 5.2-6 以一维情况为例说明了误差扩散的基本过程。

在制作计算全息图时,必须考虑二维图像的情况,图 5.2-7 表明了二维图像二值化后误差扩散和校正的原理。图中,“×”表示已处理过的像素,“•”表示未处理的像素。每一个像素二值化后的误差向它相邻的未处理的领域扩散,扩散区域的尺寸和误差分配系数将影响二值化像素的微结构。图中采用的扩散矩阵称为 Flogd-Steinberg 矩阵。在得到二值化后的点阵图像后,就可以用高密度的点阵成图设备输出计算全息图了。

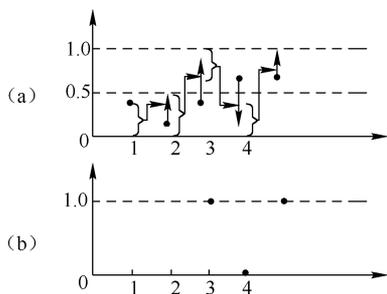


图 5.2-6 二元脉冲密度编码图

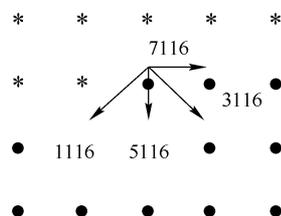


图 5.2-7 二维图像二值化后误差的扩散

5.3 计算傅里叶变换全息

在这种全息图中,被记录的复数波面是物波函数的傅里叶变换。由于这种全息图再现的是物波函数的傅里叶谱,所以要得到物波函数本身,必须通过变换透镜再进行一次逆变换,这与光学傅里叶变换全息图的基本原理是一致的。对复数波面进行编码可以采用上节介绍的两

一种方法。一种是迂回相位编码方法,直接对抽样点上复数波面的振幅和相位进行编码。另一种是修正离轴参考光编码方法,将全息函数构造成实的非负函数,从而只对振幅进行编码。

现以迂回相位编码方法为例,说明计算傅里叶变换全息的制作过程。

5.3.1 抽样

抽样包括对物波函数和对全息图抽样。设物波函数为 $f(x, y)$,其傅里叶频谱为 $F(\xi, \eta)$,其中 x, y 和 ξ, η 分别是连续的空间变量和空间频域变量。假定物波函数在空域和频域都是有限的,空域宽度为 $\Delta x, \Delta y$,频域带宽为 $\Delta \xi, \Delta \eta$,或者 $2B_x, 2B_y$ 。于是有

$$\begin{aligned} f(x, y) &= a(x, y) \exp[j\varphi(x, y)] \\ F(\xi, \eta) &= A(\xi, \eta) \exp[j\varphi(\xi, \eta)] \end{aligned}$$

并且

$$\begin{cases} f(x, y) = 0, & \text{当 } |x| > \frac{\Delta x}{2}, |y| > \frac{\Delta y}{2} \text{ 时} \\ F(\xi, \eta) = 0, & \text{当 } |\xi| > \frac{\Delta \xi}{2}, |\eta| > \frac{\Delta \eta}{2} \text{ 时} \end{cases} \quad (5.3-1)$$

根据抽样定理,对于物波函数,在 x 方向的抽样间隔 $\delta x \leq 1/\Delta \xi$,在 y 方向的抽样间隔 $\delta y \leq 1/\Delta \eta$ 。当取等号的条件时,有 $\delta x = 1/\Delta \xi, \delta y = 1/\Delta \eta$,于是可以计算空域的抽样单元数JK。

$$JK = \frac{\Delta x}{\delta x} \frac{\Delta y}{\delta y} = \Delta x \Delta y \Delta \xi \Delta \eta \quad (5.3-2)$$

在谱平面上的抽样情况与物面类似,在 ξ 方向的抽样间隔 $\delta \xi = 1/\Delta x$,在 η 方向的抽样间隔 $\delta \eta = 1/\Delta y$,频域的抽样单元数为MN,则

$$MN = \frac{\Delta \xi}{\delta \xi} \frac{\Delta \eta}{\delta \eta} = \Delta \xi \Delta \eta \Delta x \Delta y \quad (5.3-3)$$

由此可见,物面抽样单元数和全息图平面上抽样单元数相等,即物空间具有和谱空间同样的空间带宽积。确定了抽样点总数后,物波函数和物谱函数可以表示为如下离散形式

$$\begin{cases} f(j, k) = a(j, k) \exp[j\varphi(j, k)], & -\frac{K}{2} \leq k \leq \frac{K}{2} - 1, -\frac{J}{2} \leq j \leq \frac{J}{2} - 1 \\ F(m, n) = A(m, n) \exp[j\varphi(m, n)], & -\frac{M}{2} \leq m \leq \frac{M}{2} - 1, -\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2} - 1 \end{cases} \quad (5.3-4)$$

5.3.2 计算离散傅里叶变换

这一过程是采用计算机,并基于快速傅里叶变换算法(FFT)完成的。对于连续函数的傅里叶变换可表示为

$$F\{\xi, \eta\} = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-j2\pi(x\xi + y\eta)] dx dy \quad (5.3-5)$$

而计算机完成傅里叶变换必须采用离散傅里叶变换的形式。二维序列 $f(j, k)$ 的离散傅里叶变换定义为

$$F(m, n) = \sum_{j=-J/2}^{J/2-1} \sum_{k=-K/2}^{K/2-1} f(j, k) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{mj}{J} + \frac{nk}{K}\right)\right] \quad (5.3-6)$$

直接用式(5.3-6)做二维离散傅里叶变换,涉及极大的计算量。1965年库列-图基(Cooley-Tukey)提出了矩阵分解的新算法,也就是快速傅里叶变换算法,大大缩短了计算时间,才使二维图形的离散傅里叶变换在实际上成为可能。快速傅里叶变换的程序可以在各种计算机语言版本的程序库中查到,使用时直接调用相应的库函数就可以了。

$F(m, n)$ 通常是复数, 记为

$$F(m, n) = R(m, n) + jI(m, n)$$

$$F(m, n) = A(m, n) \cdot \exp[j\varphi(m, n)]$$

式中 $A(m, n) = \sqrt{R^2(m, n) + I^2(m, n)}$, $\varphi(m, n) = \arctan\left[\frac{I(m, n)}{R(m, n)}\right]$ (5.3-7)

由于光学模板的振幅透过率最大为 1, 所以在编码前还应对 $A(m, n)$ 的值进行归一化, 使其最大值为 1。

5.3.3 编码

编码的目的是将离散的复值函数 $F(m, n)$ 转换成实的非负值函数(全息图透过率函数)。以前面介绍的迂回相位编码方法为例, 编码过程就是确定全息图每个抽样单元内矩形通光孔径的几何参数, 通过改变通光孔径的面积来编码复值函数 $F(m, n)$ 的振幅, 改变孔径中心与单元中心的位置来编码 $F(m, n)$ 的相位。这些几何参数的确定方法已在 5.2 节中做过详细讨论。

5.3.4 绘制全息图

计算机完成振幅和相位编码的计算后, 按计算得到的全息图的几何参数来控制成图设备以输出原图。由于有些成图设备的分辨率有限(例如常规的绘图仪), 所以原图是按放大的尺寸绘制的, 还需经过光学缩版到合适的尺寸, 才可以得到实际可用的计算全息片。图 5.3-1(a) 是迂回相位编码的计算傅里叶变换全息图的原图。

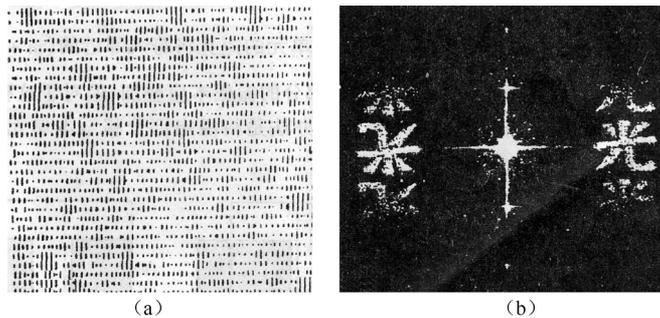


图 5.3-1 迂回相位编码计算傅里叶变换全息图及其再现像

5.3.5 再现

计算全息的再现方法与光学全息相似, 仅在某个特定的衍射级次上才能再现我们所期望的波前。图 5.3-2 是计算傅里叶变换全息图的再现光路, 当用平行光垂直照明全息图时, 在透射光场中沿某一特定衍射方向的分量波将再现物光波的傅里叶变换, 而直接透射分量具有平面波前, 并且另一侧的衍射分量将再现物谱的共轭光波。于是经透镜 L 进行逆傅里叶变换后, 输出平面中心是一个亮点, 两边是正、负一级像和高级次的像, 如图 5.3-1(b) 所示。

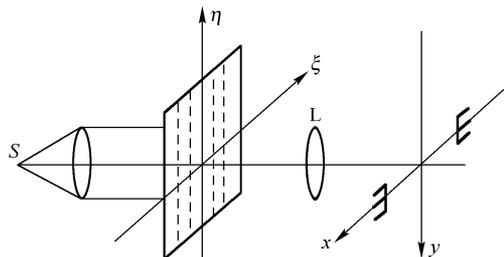


图 5.3-2 计算傅里叶变换全息图的再现光路

尽管范德拉格特提出的全息滤波器的记录

方法,在很大程度上克服了制作复滤波器的困难,但是当脉冲响应比较复杂,或者只有脉冲响应的数学表述时,光学全息的方法就显得无能为力了。由于计算傅里叶变换全息图提供了极大的灵活性,使得可以制作各种滤波器,从而能广泛用于各种光学信息处理工作。

5.3.6 几点讨论

1. 模式溢出校正

在对相位编码时,当 $\varphi(m, n) > \pi/2$ 时,第 m 单元的矩孔将跨入邻近的 $(m+1)$ 单元,因而有可能与相邻单元矩孔发生重叠,这时重叠部分的振幅本应叠加,但对于这种二元模板就不可能做到,致使全息图再现时失真。解决的办法是将溢出部分移到本单元的另一侧,如图 5.3-3 所示。

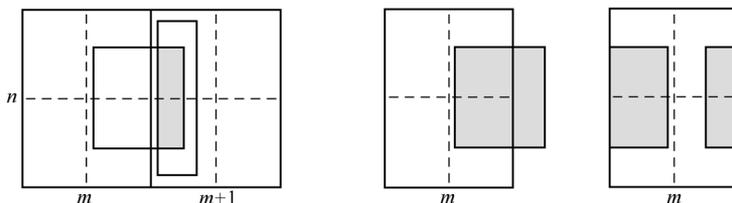


图 5.3-3 模式溢出校正

模式溢出校正依据的原理是光栅衍射理论。由于计算全息图可以看做类光栅结构,各抽样单元中相应位置具有同样相位值,而 $\varphi(m, n)$ 的计算是取主值范围,即对模数 2π 取余数,所以把溢出至邻近单元的矩形孔移到本单元另一侧,对相位编码没有任何影响。

2. 相位误差的校正

在罗曼早期提出的迂回相位编码方法中,孔径处的相位是用单元中心处的相位来近似的,这隐含了整个抽样单元内相位值的变化是相等的。如果在抽样单元内,相位 $\varphi(\xi, \eta)$ 的变化很缓慢,则这个近似是大致成立的。但实际上单元内的相位总会有变化,因此早期的编码方法引入了相位误差。校正的办法是用孔径位移处的实际相位来确定孔径的位置,也就是说,矩形孔中心的偏移量要正比于矩孔中心处的实际相位值。孔径的位置函数为

$$\xi = m\delta\xi + \frac{\delta\xi}{2\pi} \text{mod}_{2\pi}[\varphi(\xi, \eta)] \quad (5.3-8)$$

校正前后的孔径位置变化如图 5.3-4 所示。用校正法编码相位时,不仅要知道单元中心的相位,还要知道单元内部连续的相位分布。在实际应用时,可以通过插值的办法来确定。

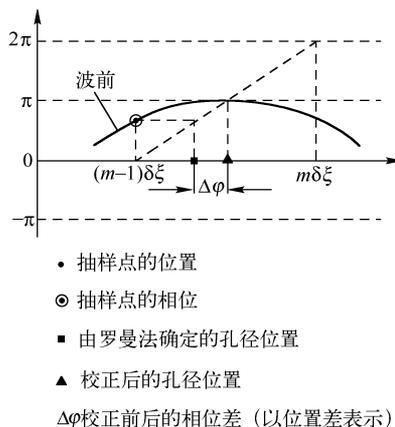


图 5.3-4 波前和孔径位置的变化

3. 降低振幅的动态范围

由离散傅里叶变换算出傅里叶频谱 $F(m, n)$ 时,其振幅 $A(m, n)$ 往往具有很大的动态范围,这意味着编码孔径的几何参数 l_{mm} 具有很大的变化范围,这给绘制计算全息图带来了困难。为了降低动态范围,可以在做离散傅里叶变换前,对物函数的样点值乘以一个随机相位,用它

来平滑傅里叶变换谱。这个随机相位因子对于再现像的观察是不重要的,因为在大多数应用中我们感兴趣的只是再现像的强度,而随机相位因子并不影响强度的变化。实质上,这种做法与光学全息中在物体前旋转毛玻璃产生漫射光线的效应相同。

5.4 计算像面全息

计算像面全息与计算傅里叶变换全息的相同之处仅在于被记录的复数波面是物波函数本身,或者是物波的像场分布,因此只需要对物波函数进行抽样和编码。这表明,计算像面全息比傅里叶变换全息更为简单。计算像面全息也可以采用多种编码方法,下面以四阶迂回相位编码方法为例,说明计算全息的制作和再现过程。

1. 抽样

设物波(或其像)的复振幅分布为

$$f(x, y) = a(x, y) \exp[j\varphi(x, y)] \quad (5.4-1)$$

进一步假定物波函数在空域和频域都是有限的。因为物波面和全息图面重合,根据抽样定理的要求,可以确定在全息图上的抽样间距。抽样后的物波函数可以表示为下列离散形式

$$f(j, k) = a(j, k) \exp[j\varphi(j, k)], \quad -\frac{J}{2} \leq j \leq \frac{J}{2} - 1, \quad -\frac{K}{2} \leq k \leq -\frac{K}{2} - 1 \quad (5.4-2)$$

2. 编码

对每一个样点的复数值,分解为复平面上实轴和虚轴正负方向上的四个分量,即

$$f(j, k) = f_1(j, k) - f_3(j, k) + jf_2(j, k) - jf_4(j, k) \quad (5.4-3)$$

$$\text{其中 } f_1(j, k) = \begin{cases} |f(j, k)| \cos[\varphi(j, k)], & \cos\varphi(j, k) \geq 0 \\ 0, & \cos\varphi(j, k) < 0 \end{cases}$$

$$f_2(j, k) = \begin{cases} |f(j, k)| \sin[\varphi(j, k)], & \sin\varphi(j, k) \geq 0 \\ 0, & \sin\varphi(j, k) < 0 \end{cases}$$

$$f_3(j, k) = \begin{cases} -|f(j, k)| \cos[\varphi(j, k)], & \cos\varphi(j, k) < 0 \\ 0, & \cos\varphi(j, k) \geq 0 \end{cases}$$

$$f_4(j, k) = \begin{cases} -|f(j, k)| \sin[\varphi(j, k)], & \sin\varphi(j, k) < 0 \\ 0, & \sin\varphi(j, k) \geq 0 \end{cases}$$

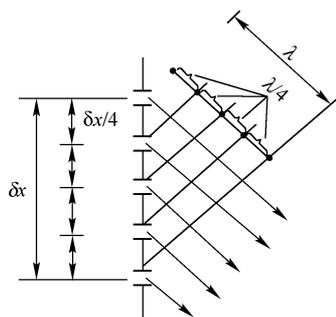


图 5.4-1 四阶迂回相位编码全息图子单元

在上述四个分量中,对于一个确定复数的分解,最多只有两个分量非零。将每个抽样单元分成四个等距子单元,如图 5.4-1 所示。当一束平行光垂直照射全息图观察一级衍射波形时,可以看到从子样点 F_2, F_3, F_4 发出的光线与 F_1 发出的光线之间的光程差分别为 $\lambda/4, \lambda/2, 3\lambda/4$, 相应的相位差为 $\pi/2, \pi, 3\pi/2$ 。四个分量波组合起来就形成

$$F_1 \exp(j0) + F_2 \exp(j\pi/2) + F_3 \exp(j\pi) + F_4 \exp(j3\pi/2) = F_1 - F_3 + jF_2 - jF_4$$

即合成了样点处的复数波前。

3. 全息图的绘制和再现

每个抽样单元所分解的四个分量,实际上最多只有两个分量为非零值。若做成灰阶计算全息图,则需要用成图设备控制每个子单元的灰度,以扫描出一张灰阶全息图。若做成具有二

元透过率的全息图,则需要用绘图设备控制子单元的开孔面积。如果成图设备的空间分辨率不够高,所绘制的原图还需缩版到合适尺寸,才能得到实际可用的计算全息图。

像面全息的再现光路如图 5.4-2 所示,用平行光垂直照射全息图,在透镜 L_1 的后焦面上产生全息图的频谱。若在该平面上放置空间滤波器,让所需的衍射级次通过,则在像面上得到所需的复数物波面 $f(x, y)$ 。如果制作全息图时对物波的抽样不满足抽样定理,则再现时谱面上将产生频谱混叠,因而不能准确地恢复原始物波。

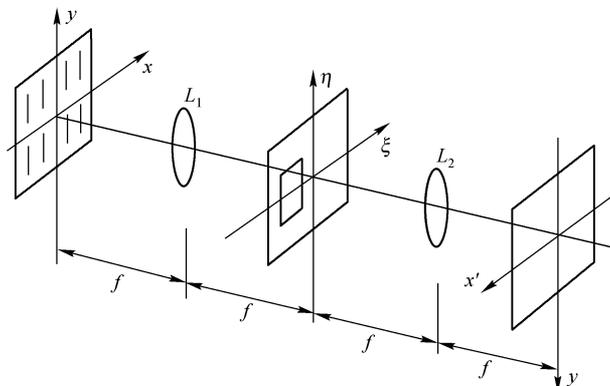


图 5.4-2 像面全息的再现光路

4. 四阶迂回相位编码的一个理论解释

本节以四阶迂回相位编码方法为例介绍了计算像全息。我们从延迟抽样的概念出发,对于四阶迂回相位全息编码和再现的过程给出另一个理论解释。

设 $f(x)$ 是一个有限带宽的函数,其抽样函数为 $f_s(x)$,其抽样间隔为 dx ,则

$$f_s(x) = \text{comb}\left(\frac{x}{dx}\right)f(x) = dx \sum_{m=-\infty}^{\infty} f(mdx) \delta(x - mdx) \quad (5.4-4)$$

如果对原函数抽样时,抽样点对原点有一个小的偏移量 ε ,则抽样函数可改写为

$$f_s(x) = dx \sum_m f(mdx - \varepsilon) \delta(x - mdx + \varepsilon) \quad (5.4-5)$$

然后将 $f_s(x)$ 通过一个低通滤波器,就可以从 $f_s(x)$ 中恢复 $f(x)$ 。这一过程已在前面讨论抽样定理时给予证明。但是,如果 $f_s(x)$ 通过带通滤波器

$$H(\xi) = \text{rect}\left[\frac{\xi - 1/dx}{1/dx}\right] \quad (5.4-6)$$

则该滤波器的脉冲响应为

$$h(x) = \frac{1}{dx} \frac{\sin(\pi x/dx)}{\pi x} \exp[j2\pi x/dx] \quad (5.4-7)$$

由此可以得到滤波后的输出,它是抽样函数 $f_s(x)$ 与滤波器脉冲响应 $h(x)$ 的卷积,即

$$\begin{aligned} f_h(x) &= f_s(x) * h(x) \\ &= \sum f(mdx - \varepsilon) \frac{\sin[\pi(x - mdx + \varepsilon)/dx]}{\pi(x - mdx + \varepsilon)} \exp[j\pi x(x - mdx + \varepsilon)/dx] \\ &= \exp(j2\pi x/dx) \exp(j2\pi \varepsilon/dx) \sum f(mdx - \varepsilon) \frac{\sin[\pi(x - mdx + \varepsilon)/dx]}{\pi(x - mdx + \varepsilon)/dx} \end{aligned}$$

根据抽样定理,上式中最后一个求和项恰好是抽样定理所描述的原函数 $f(x)$,因此上式可简化为

$$f_h(x) = \exp[j2\pi x/dx] \exp[j2\pi \varepsilon/dx] f(x) \quad (5.4-8)$$

上式中第一项的线性相位表示再现像的传播方向与光轴之间有一夹角。第二项是由于延迟抽样加上带通滤波所产生的附加相位。因此这种延迟抽样的概念可用来对相位进行编码。

5.5 计算全息干涉图

1. 二元全息函数

光学全息图本质上是物光和参考光干涉的记录,但是一般的光学干涉图的透过率是连续变化的函数,而计算机制作全息图的方法更适合于制作具有二元透过率的干涉条纹图,即计算全息干涉图。我们知道用高反差胶片记录干涉条纹时可以得到二元干涉图,与此相类似,一个非线性硬限幅器模型可以对干涉条纹函数做类似高反差胶片的非线性处理,从而得到二元干涉条纹函数。非线性硬限幅器的工作原理如图 5.5-1 所示,图中所表示的是一种最简单的情况,即输入函数是 $\cos(2\pi x/T)$, 偏置函数是 $\cos(\pi q)$, 而输出的二元函数是宽度为 qT 的矩形脉冲,它可以展开成傅里叶级数

$$h(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(m\pi q)}{m\pi} \exp\left[jm \frac{2\pi x}{T}\right] \quad (5.5-1)$$

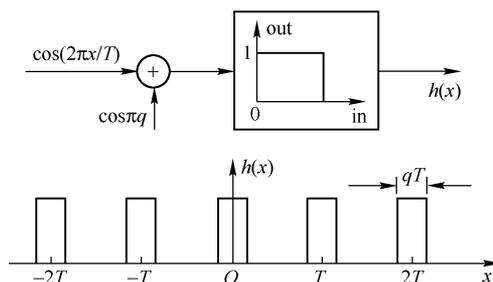


图 5.5-1 非线性硬限幅器

如果限幅器的输入为 $\cos[2\pi x/T - \varphi(x, y)]$, 偏置函数为 $\cos[\pi q(x, y)]$, 则可以得到二元函数的普遍形式

$$h(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\pi m q(x, y)]}{m\pi} \exp\{jm[(2\pi x/T) - \varphi(x, y)]\} \quad (5.5-2)$$

式中, $q(x, y) = \arcsin[A(x, y)]/\pi$, $A(x, y)$ 和 $\varphi(x, y)$ 分别为物光波的振幅和相位函数,其输入输出波形如图 5.5-2 所示,这时输出脉冲宽度受到 $q(x, y)$, 即 $A(x, y)$ 的调制。输出脉冲的位置受到 $\varphi(x, y)$ 的调制。

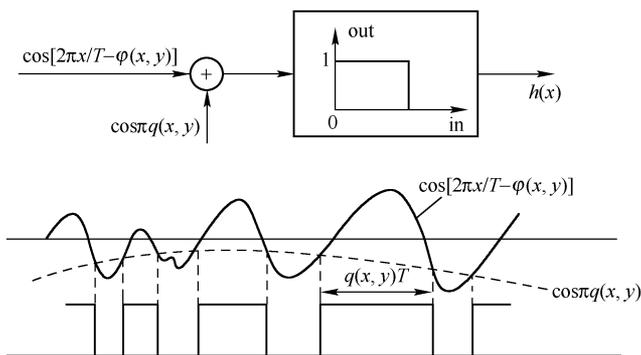


图 5.5-2 硬限幅产生的脉冲宽度工作原理和脉冲位置调制

当用单位振幅的平面波垂直照射全息图时,透过光波就是式(5.5-2)所述的二元全息函数。我们只对 $m=1$ (或 -1) 感兴趣。若在上式取中 $m=-1$, 便可得到

$$\begin{aligned} f(x,y) &= \frac{\sin[\pi q(x,y)]}{\pi} \exp\{-j[(2\pi x/T) - \varphi(x,y)]\} \\ &= \frac{A(x,y)}{\pi} \exp[j\varphi(x,y)] \exp[-j2\pi x/T] \end{aligned} \quad (5.5-3)$$

式(5.5-3)表明,透射光波的 -1 级衍射项完全再现了物光波 $A(x,y)\exp[j\varphi(x,y)]$, 包括其振幅和相位。而线性相位项 $\exp[-j2\pi x/T]$ 作为载波给出了再现物光波传播的方向。如果限幅器的输入为 $\cos[2\pi x/T + \varphi(x,y)]$, 则透射光波的 $+1$ 级衍射项将再现原来的物光波。

2. 二元全息干涉图的制作

二元全息函数的取值为 0 或 1。为了利用计算机控制绘图仪制作全息干涉图,只需要确定二元全息函数 $h(x,y)$ 由 $0 \rightarrow 1$ 或由 $1 \rightarrow 0$ 的边界点的坐标位置即可,则满足方程

$$\cos[2\pi x/T - \varphi(x,y)] - \cos\pi q(x,y) = 0 \quad (5.5-4)$$

的点就构成了二元全息干涉图的画线边界,也即是

$$(2\pi x/T) - \varphi(x,y) = 2\pi n \mp \pi q(x,y), \quad n=0, \pm 1, \pm 2 \quad (5.5-5)$$

其中“ $-$ ”表示全息函数 $h(x,y)$ 由 $0 \rightarrow 1$ 的前沿点,“ $+$ ”表示由 $1 \rightarrow 0$ 的后沿点。 $h(x,y)$ 的值为 1 的条纹,其坐标应满足方程

$$\cos[2\pi x/T - \varphi(x,y)] \geq \cos[\pi q(x,y)]$$

即

$$-\frac{q(x,y)}{2} \leq \frac{x}{T} - \frac{\varphi(x,y)}{2\pi} + n \leq \frac{1}{2}q(x,y) \quad (5.5-6)$$

式(5.5-5)或式(5.5-6)就是我们要推导的基本方程式,它确定了计算全息干涉图上条纹的位置和形状。求解基本方程并确定画线边界后,就可以用计算机控制绘图设备画出干涉图了。

当要再现的物波函数只有相位变化,即 $A(x,y)$ 等于常数时,基本方程可以简化为如下形式

$$2\pi x/T - \varphi(x,y) = 2\pi n, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5.5-7)$$

式(5.5-7)表明,可以用细线条绘制全息图,因此,计算全息干涉图特别适合于再现纯相位的物波。

3. 载波频率的选择

只有选择合理的载频 $1/T$, 才能在再现时把一级衍射波和其他高级次衍射波分离。从式(5.5-2)的二元全息函数出发,在 x 方向,不同衍射级次的局部空间频率为

$$\nu_x = m \left[\frac{1}{T} - \frac{1}{2\pi} \frac{\delta\varphi(x,y)}{\delta x} \right] \quad (5.5-8)$$

类似地,在 y 方向有

$$\nu_y = m - \frac{m}{2\pi} \cdot \frac{\delta\varphi(x,y)}{\delta y} \quad (5.5-9)$$

由式(5.5-8)和式(5.5-9)可见,沿 x 和 y 方向空间频率带宽随衍射级次 m 而线性增长,高级次衍射项比低级次衍射项占据更大的带宽。而 y 方向的空间频率并不影响载频的选择。假定在 x 方向的局部空间频率限于 $-B_x$ 和 B_x 之间,则要避免在空间频域第一级衍射波和第二级以上的衍射波不相互重叠,载频 $1/T$ 应满足: $\frac{1}{T} + B_x < \frac{2}{T} - 2B_x$, 即

$$1/T > 3B_x \quad (5.5-10)$$

在实际中,常取 $1/T > 4B_x$ 。

4. 计算举例

以计算全息干涉图产生球面波为例,说明其制作方法。球面波的相位变化(傍轴近似)可以表示为

$$\varphi(x, y) = \frac{k}{2f}(x^2 + y^2) \quad (5.5-11)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$, f 是球面波的曲率半径。其在 x 和 y 方向上的局部空间频率分别为

$$\nu_x = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = \frac{x}{\lambda f}, \quad \nu_y = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} = \frac{y}{\lambda f} \quad (5.5-12)$$

上式表明,局部空间频率是随 x 和 y 线性变化的,而且与球面波曲率半径成反比,其最大的空间频率位于波面边沿。设球面波直径为 D ,则 $\nu_{\max} = \frac{D}{2} \cdot \frac{1}{\lambda f}$,所以带宽 $2B_x = \frac{D}{\lambda f}$ 。按前面的分析,选择载波频率 $\frac{1}{T} = 4B_x$,即 $\frac{1}{T} = \frac{D}{\lambda} \cdot \frac{2}{f}$ 。由此可以确定二元干涉条纹的周期和平均条纹数为

$$T = \frac{\lambda f}{2D} \quad (5.5-13)$$

$$N = \frac{D}{T} = \frac{2D^2}{\lambda f} \quad (5.5-14)$$

假定 $f = 1000 \text{ mm}$, $D = 20 \text{ mm}$, $\lambda = 0.6328 \times 10^{-3} \text{ mm}$,可以得到二元干涉图上平均的条纹周期 $T \approx 0.016 \text{ mm}$,条纹总数 $N \approx 1264$ 。将 T 和 $\varphi(x, y)$ 代入基本方程(式(5.5-7))就可以用计算机算出每一条纹的空间位置。并控制绘图仪画出计算全息干涉图。由于干涉条纹很细,通常需按一定比例放大绘图,然后用光学缩版办法得到可用的全息图。

球面波在光学中可以简单地用透镜或波带板获得,而另一些复杂的波面,如螺旋形波面、非球面等,用光学技术却难以得到。由于计算机仿真干涉图的灵活性很大,使得计算全息干涉图很适合产生用单纯光学方法难以实现的特殊相位型变化的波前。

5.6 相 息 图

相息图是另一种形式的计算全息图,它与一般计算全息图的区别有两点:其一是它只记录物光波的相位,而把物光波的振幅当做常数;其二是记录波面相位信息的方法不同,一般的计算全息将光波信息转化为全息图的透过率变化或干涉图形而记录在胶片上,而相息图却是将光波的相位信息以浮雕形式记录在胶片上。这里必须指出,由于未对振幅信息进行编码处理,所以相息图就不能保存物体的全部信息,因而它与全息图是有区别的。但是,当波场在全息图平面上的振幅分布近于常量(比如菲涅耳变换场,漫射照明场)时,仅做相位编码记录也就可以了。

制作相息图时,物光波的复振幅可写成

$$f(x, y) = \exp[j\varphi(x, y)] \quad (5.5-1)$$

这是一个纯相位函数,制作相息图的方法应确保这种纯相位信息以浮雕形式记录在全息图上。因此,相息图可以看成是一块由计算机制作的复杂透镜。对同轴再现的相息图来说,其表面形状很像光学菲涅耳透镜;而对离轴像的再现来讲,相息图则像一块精密制作的闪耀光栅。

早期制作相息图的方法依赖于对胶片的显影和漂白处理。通过对相位函数抽样,以多级灰阶将相位函数进行编码,并用一种精密阴极射线示波器将相位的变化以光强的形式记录在感光胶片上,然后将曝光后的胶片进行显影和漂白处理,就可以得到相息图了。由于相息图是依靠改变胶片的光学厚度来调制物波相位的,所以,在曝光量控制、显影和漂白过程均有严格要求,才能使处理后的胶片对入射光波的相位调制与要求的物波相位匹配。需要强调的是,由于复指数函数的周期性,因而对相位函数编码时,只需考虑 $0 \sim 2\pi$ 之间的相位变化。图 5.6-1 右端是一个球面波相息图的示意图,其作用与左端的平凸透镜相同。

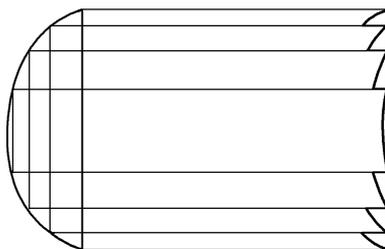


图 5.6-1 球面波的相息图

一些相位型记录材料,如光导热塑材料、重铬酸明胶等,也可用来制作相息图。另外,用计算机控制的电子束、离子束刻蚀技术,可以产生高质量的相息图。

相息图的最大优点是衍射效率特别高,它在原理上可以看成是由计算机控制制作的复杂透镜,照明相息图后仅产生单一的波面,没有共轭像或多余的衍射级次。特别值得指出的是,直到目前为止,相息图还只能由计算机控制产生,而不能直接用光学方法来实现。

5.7 计算全息的应用

由于计算全息比一般的光学全息有很多独特的优点,例如,它能综合出世间不存在的物体的全息图,可以灵活地控制波面的振幅和相位,并且二元计算全息图可以直接复制,因此它在许多方面获得了广泛的应用。

1. 空间滤波器

大多数的光学信息处理工作,都依赖于在频率平面对波面进行所期望的变换,而计算全息提供了一种灵活地制作各种空间滤波器的方法,计算全息微分滤波器就是其中的一例。设输入图像为 $f(x, y)$, 其频谱为 $F(\xi, \eta)$, 因为

$$\frac{\delta f(x, y)}{\delta x} \xrightarrow[\mathcal{F}^{-1}]{\mathcal{F}} j2\pi \xi F(\xi, \eta) \quad (5.7-1)$$

如果希望经过滤波后在像面上得到微分的结果,则所需要的滤波器函数为

$$H(\xi, \eta) = j2\pi \xi \quad (5.7-2)$$

显然,滤波器的透过率与频率平面坐标 ξ 成正比,并且

在 $\pm \xi$ 平面的相位相差 π , 而 $j2\pi$ 是与坐标无关的一个常量,满足这种条件的计算全息滤波器如图 5.7-1 所示。这种滤波器只能在一维方向对图像实现微分运算。

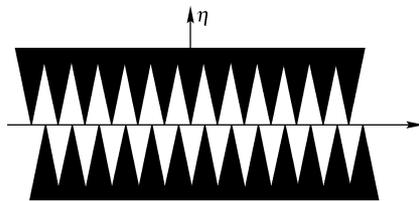


图 5.7-1 计算全息一维微分的滤波器

当要实现图像在二维方向的微分时,相应的计算全息滤波器可以采用如下的滤波函数

$$H(\xi, \eta) = 2\pi(j\xi - \eta) \quad (5.7-3)$$

可以证明
$$\iint_{-\infty}^{\infty} 2\pi(j\xi - \eta) F(\xi, \eta) \exp[j2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + j \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \quad (5.7-4)$$

而经滤波后,在输出面上得到的强度分布为

$$I(x,y) = \left| \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} + j \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right|^2 = \left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right]^2 \quad (5.7-5)$$

从而实现了图像的二维微分。有了滤波函数 $H(\xi, \eta) = 2\pi(j\xi - \eta)$ 后,可能选择一种编码方法制作计算全息滤波器。图 5.7-2(a) 是用罗曼的迂回相位编码方法制作的二维微分滤波器,抽样单元为 32×33 。图 5.7-2(b) 是微分处理后的结果。

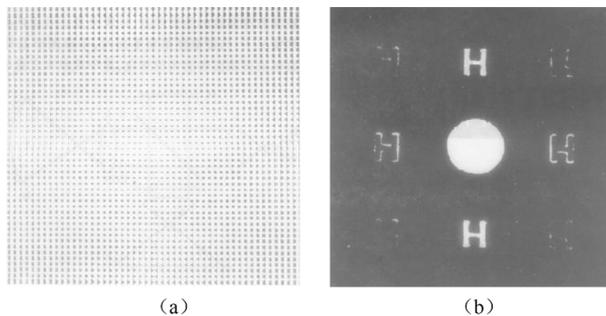


图 5.7-2 微分滤波器计算全息图及其处理结果复制

2. 干涉计量

由于计算全息可以产生特定的波面,因此在干涉计量中具有广泛应用的前景。图 5.7-3 是一个用计算全息图检测非球面的实例。图 5.7-4(a) 是一个典型的用于非球面检测的计算全息图,图 5.7-4(b) 是该计算全息图的频谱分布。计算全息图 (CGH) 插在光路中的适当位置上,通过在计算全息图的频谱面上放置适当的空间滤波器,计算全息图所产生的波面可以补偿被测非球面镜 M_1 与参考平面镜 M_2 之间的波像差。从 M_1 和 M_2 上反射的光相互干涉形成干涉条纹,而被测非球面镜的面形偏差将引起干涉条纹弯曲,其弯曲量代表了被测非球面镜的面形误差。计算全息还可以产生锥形波面或螺旋形波面作为参考波。在这种情况下,当被测波面为平面时,干涉图形是等间距圆环或径向辐射状条纹,从而直观地显现出被测波面的相位变化,易于观察和定量研究。

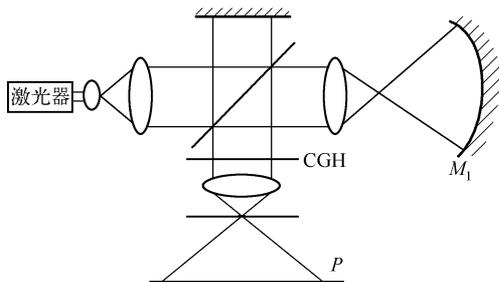


图 5.7-3 计算全息检测非球面

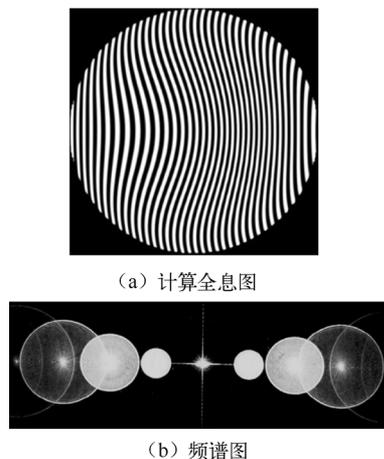


图 5.7-4 一个典型的用于非球面检测的计算全息图及其频谱分布

3. 再现三维像

由于计算全息可以对实际不存在的物体制成全息图,并再现这种虚构物体的三维像,因此受到极大的重视。例如,可以用这种方法显示数学形式形体的三维形像,研究所设计的建筑物的造型等。从原理上讲,只要物体的数学模型存在,就可以制作计算全息图来显示。但实际上要制作具有一定视角范围的三维物体的计算全息图,要求计算全息图有很高的空间带宽积,这对计算和成图设备的分辨率提出了很高的要求。目前,应用计算全息图只能显示一些简单物体的三维图像。随着技术的发展,显示各种复杂形体的三维图像的目标最终将实现。

4. 计算全息扫描器

使用计算全息图可以控制衍射光的出射方向,因此设计特殊的计算全息图,并使之相对于入射激光束运动,就可以使出射激光束按所需的轨迹进行扫描。计算全息扫描器可以做成筒状或盘状,以便于高速旋转实现快速扫描。图 5.7-5 是用计算全息制作的圆筒型光栅扫描器示意图。

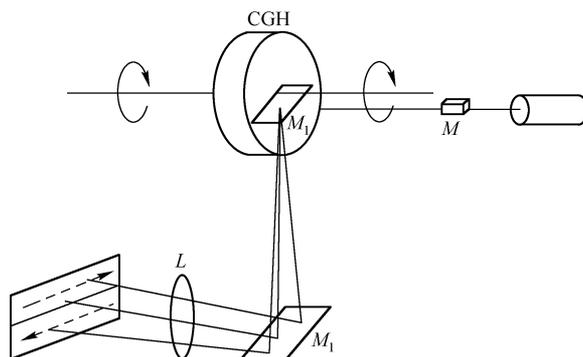


图 5.7-5 圆筒型光栅扫描器

以上所举例子只是计算全息应用的一部分。随着计算技术(计算速度和存储容量)和成图技术(例如激光扫描器、电子束、离子束图形发生器)的进一步发展,有可能制作出更高空间带宽积的计算全息图,使计算全息在三维显示、光学信息处理、干涉计量、数据存储、光计算等领域获得更多更好的应用。

5.8 计算全息的几种物理解释

当计算全息技术逐渐被人们理解、熟悉之后,人们才发现在其他学科领域,类似技术似曾相识,只是并非所有的人都能获得发现新技术的灵感。事过之后,让我们看看各行专家是怎样解释计算全息的,这也许能给我们一些有益的启示。这几种物理解释是前国际光学学会主席、德国学者罗曼教授介绍的。

1. 光谱学家的解释

光栅是一种重要的色散元件,具有很高的分辨率。与棱镜光谱仪不同,由于光栅制造误差,它会出现假线。1872年克温科发现了光谱图上的假线,后来称为罗兰鬼线;还有一些其他类别的假线,如赖曼鬼线。某些鬼线容易被误认为是真谱线,这在光谱学发展历史上曾闹过一些笑话。这些现象曾使光谱学家疑惑不解,后来瑞利建立了鬼线理论才解释了这些现象,鬼线

是不完善光栅所产生的。

在计算全息中,要解决的问题正好与上述相反,这种不完善光栅引起的鬼线叫做像点。因此光谱学家认为,计算全息只不过是产生预期鬼线的光栅。

2. 物理学家的解释

从物理学家的角度看,计算全息实现一种复数波面变换。一张计算全息图就是一个复数波面变换器,可以使一个平面波前变换成其振幅和相位都受到调制的复数波前。采用常规光学元件可以实现简单的波面变换,例如一个透镜可以将平面波变换为球面波,其原理是基于光线在不同介质表面上的折射。在计算全息中,采用迂回相位编码,通过在类光栅结构上的衍射,实现了波面的变换。计算全息技术为复杂的波面变换提供了一种手段。

3. 天线工程师的解释

天线工程师将计算全息图看成是一种天线阵列。一个口径很大的天线往往不容易随意改变接收或发射波阵面的方向。而由小天线构成的天线阵列则比较容易控制波阵面的方向。当其中的一些小天线发射的子波的相位延迟或提前时,则合成天线的波阵面发生变化。计算全息图上的抽样单元,如同天线阵列上的小天线,当其中抽样单元开孔位置发生变化时,也会使子波的相位发生改变,从而引起整个波面的变化。

4. 通信工程师的解释

通信工程师是应用通信中的调制理论来解释计算全息图的。通信中对时间信号波形进行调制,计算全息中对空间信号(光波复振幅的二维分布)进行调制,从数学上看,两者并无本质的差别。计算全息在很多方面正是借鉴了通信中的理论和方法。罗曼的迂回相位编码方法就是直接采用了脉冲宽度调制和脉冲位置调制。空间脉冲调制概念,不仅在计算全息图的分析 and 综合中很重要,而且对图像传输、存储、显示、处理及图像的印刷技术等也很重要。在光学数据处理领域,应用空间脉冲宽度调制和空间脉冲位置调制,把空间模拟信号转换成二元信号,将会使得光学、数字计算机和电子学系统更易于实现联机混合处理。

5.9 二元光学

5.9.1 微光学与二元光学

微光学(Micro Optics)这一术语是1969年在一家日本杂志上出现的。1981年,日本微光学研究组织及刊物也应运而生,微光学的名称自此成立。微光学当时主要指梯度折射率光纤和微小物镜,但目前微光学的含义就远不止于此了。微光学是研究微米、纳米级尺寸的光学元器件的设计、制作工艺及利用这类元器件实现光波的发射、传输、变换及接收的理论和技术的学科。微光学发展的两个主要分支是:①基于折射原理的梯度折射率光学;②基于衍射原理的二元光学。二者在器件性能、工艺制作等方面各具特色。

微光学是光学与微电子学相互渗透、交叉而形成的前沿学科。光学仪器的微型化及微系统工程的开发迫切要求系统结构及光学元件的微型化,从而诞生了微光学,而微电子技术又为微光学的发展创造了条件。微光学元件包括梯度折射率透镜、微透镜阵列、平板透镜、菲涅耳波带片、

微棱镜、远红外带通滤波器、光耦合器、小型衍射光学元件、全息光学元件和二元光学元件等。

二元光学(Binary Optics)这一名称是美国林肯实验室于1987年正式提出的,它是在计算全息与相息图制作技术、微电子加工技术发展基础上,运用光学衍射原理,集几种光学功能于一体发展起来的一门新兴光学分支,属于微光学范畴,目前已形成独立学科,从20世纪90年代开始成为光学前沿研究领域之一。

二元光学是指基于光波的衍射理论,利用计算机辅助设计和超大规模集成电路(VLSI)制作工艺,在片基上(或传统光学器件表面)刻蚀产生两个或多个台阶深度的浮雕结构,形成纯相位、同轴再现、具有极高衍射效率的一类衍射光学元件。二元光学不仅在改变常规光学元件、变革传统光学技术上具有创新意义,而且能够实现传统光学许多难以达到的目的和功能,因而被誉为20世纪90年代的光学。二元光学元件除了具有体积小、重量轻、容易复制等明显优点外,还具有以下独特的功能和特点。

(1) 高衍射效率

二元光学元件是一种纯相位衍射光学元件,为得到高的衍射效率,可做成多相位阶数的浮雕结构。一般使用 N 块模版可得到 $L(=2^N)$ 个阶数,其衍射效率为: $\eta = |\sin(\pi/L)/(\pi/L)|^2$ 。当 $L=2,4,6,8$ 和 16 时,由此计算出 $\eta=40.5\%,81\%,94.9\%$ 和 98.6% 。利用亚波长微结构及连续相位面形,可达到接近100%的衍射效率。

(2) 独特的色散性能

在一般情况下,二元光学元件多在单色光下使用。正因为它是一个色散元件,具有不同于常规元件的色散特性,故可在折射光学系统中同时校正球差和色差,构成混合光学系统,以常规折射元件的曲面提供大部分的聚焦功能,再利用表面上的浮雕相位波带结构校正像差。这一方法已用于新的非球面设计和温度补偿等技术中。

(3) 更多的设计自由度

在传统的折射光学系统或镜头设计中只能通过改变曲面的曲率或使用不同的光学材料校正像差,而在二元光学元件中,则可通过波带片的位置、槽宽与槽深及槽形结构的改变产生任意波面,大大增加了设计变量,从而能设计出许多传统光学所不能的全新功能光学元件,这是对光学设计的一次新的变革。

(4) 宽广的材料可选性

二元光学元件是将二元浮雕面形转移至玻璃、电介质或金属基底上,可用材料范围大;此外,在光学材料的选取中,一些红外材料如ZnSe和Si等,由于它们有一些不理想的光学特性,故经常被限制使用。而二元光学技术则可利用它们并在相当宽广的波段做到消色差。在远紫外应用中,可使有用的光学成像波段展宽1000倍。

(5) 特殊的光学功能

二元光学元件可产生一般光学元件所不能实现的光学波面,如非球面、环状面、锥面和瓣面等,并可集成得到多功能元件;使用亚波长结构还可以得到宽带、大视场、消反射和偏振等特性;此外,二元光学在促进小型化、阵列化、集成化方面更是不言而喻了。

5.9.2 二元光学的产生和发展

光学元件的作用从本质上讲可以说是为了实现所希望的波面转变。例如,不同焦距的球面透镜将平面波转换成不同半径的球面波。多少年来,传统光学元件的设计都是以几何光学理论为基础,以磨制和抛光为主要加工手段,无论是球面透镜还是非球面透镜,其表面形状都

是连续变化的。元件制造工艺复杂、生产速度慢、效率低、成本高、尺寸大、重量大,制成阵列困难。在当前仪器走向光、机、电集成化趋势中显得极不匹配。

自从全息出现以后,以衍射理论为基础的光学元件得到迅速发展,特别是计算全息的出现,使衍射光学元件的设计有了突破性进展。采用计算全息手段,原则上可以设计产生任何形状的波面元件,这是以前用任何方法都不能做到的。但是计算全息和光学全息一样,一般都使用离轴一级衍射光,由于同时对振幅和相位进行调制,这不仅限制了视场,而且光能利用率也低。可以认为相息图就是早期的二元光学元件,它利用透明体表面浮雕直接改变光波相位,相息图是能实现光波相位做任意转变的纯相位光学元件,是同轴再现,光能利用率极高,但由于工艺长期未能解决,因此进展缓慢,实用受限。二元光学技术则同时解决了衍射元件的效率和加工问题,它以多阶相位结构近似相息图的连续浮雕结构。其浮雕结构从两个台阶发展到多个台阶,直至近似连续分布。但由于其主要制作方法仍基于表面分步成形,每次刻蚀可得到二倍的相位台阶数,故仍称其为二元光学,而且往往就称为衍射光学。

近几年来,随着超大规模集成电路和计算机辅助设计(CAD)以及光刻技术的发展,使制作诸如相息图这种二元光学元件跃上了一个新台阶。二元光学的内容包括对一种特定的衍射光学元件的制作。这种元件以光学衍射理论为基础,采用大规模集成电路的制作工艺,在片基(或传统光学元件)表面刻蚀产生2个或 2^N 个光学厚度差相等的台阶分布,它是纯相位型的,具有极高的衍射效率,特征尺寸为光波长数量级。

二元光学元件的相位值是二值或多值的不连续量,按照相位的分等情况,二元光学器件一般分成三种类型,即二值型、多值型与混合型,如图5.9-1所示。二值型器件的相位只有0和 π 两个值,表面起伏与空间周期与光波波长相当,并且在大多数情况下,相位0和 π 的占空比是不规则的,按照衍射波面的要求确定其空间分布情况,这种器件的衍射效率低。多值型器件的相位等级在 2π 范围内按 2^N 的形式分等,即多值器件的相位等级可以是4,8,16,⋯这类器件的表面台阶深度小于光波波长,空间周期却大于光波波长,可在准单

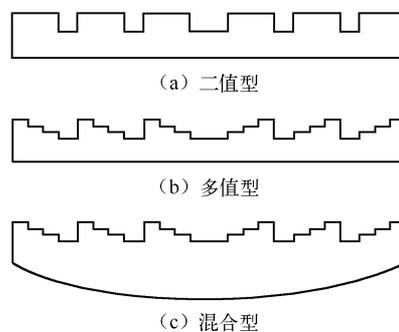


图5.9-1 几种典型的二元光学器件

色光下使用,具有很高的同轴衍射效率,对偏振方向也不敏感,具有极高的应用价值。混合型器件是由多值型器件与传统的折射光学器件组合而成的。即片基表面做成多值型,而片基本身做成折射光学元件,如图5.9-1(c)所示。这种器件的优点除了具有极高的同轴衍射效率和对偏振不敏感外,还可以在宽带光下使用。因为衍射和折射二者的色散作用在一定程度上相互补偿,使得整个器件对波长的变化变得不敏感。因此这类器件应用性能更好,使用范围更广泛。

5.9.3 二元光学元件的设计

二元光学元件的设计理论通常归结为两大类,即标量衍射理论和矢量衍射理论。当二元光学元件上的精细结构的特征尺寸可以与光波长相比较时,标量衍射理论就不适用了。此时光波的偏振性质和不同偏振光之间的相互作用对光波的衍射结果起重要作用,必须严格求解麦克斯韦方程组和适当的边界条件来进行二元光学元件的设计。相关的一系列理论已经提出,当衍射结构的横向空间特征尺寸大于光波波长时,光波的偏振特性就不那么重要了,传统

的标量衍射理论就可以用来解决二元光学元件的设计问题了。

二元光学元件的设计问题十分类似于光学变换系统中的相位恢复问题:已知成像系统中的入射场和输出平面上的光场分布,如何计算输入平面上相位调制元件的相位分布。制作工艺水平的发展和衍射元件应用领域的扩大,二元光学元件特征尺寸进一步缩小,其设计理论已逐渐从标量衍射理论向矢量衍射发展。

通常情况下,当二元光学元件的衍射特征尺寸大于光波波长时,可以采用标量衍射理论进行设计。计算全息就是利用光的标量衍射理论和傅里叶光学进行分析的。关于二元光学的衍射效率与相位阶数之间的数学表达式也是标量衍射理论的结果。在此范围内,可将二元光学元件的设计看做一个逆衍射问题,即由给定的入射光场和所要求的出射光场求衍射屏的透过率函数。基于这一思想的优化设计方法大致有盖师贝格-撒克斯通算法、直接二元算法、模拟退火法和遗传算法。在我国国内,杨国桢和顾本源提出了任意线性变换系统中振幅-相位恢复的一般理论和杨-顾算法,并且成功地应用于解决多种实际问题和变换系统中。

图 5.9-2 所示的是由一个折射透镜演变成 2π 模的连续浮雕及多阶浮雕结构表面的二元光学元件过程。由于透镜是大家熟悉的普通光学元件,我们以它为例来阐述二元光学元件设计的基本框架。

透镜的作用可以当做一个相位变换器,若要求它的焦距为 f ,则透镜的相位变换因子为

$$t(r) = \exp(jkn\Delta_0) \exp\left(-jk \frac{r^2}{2f}\right) \quad (5.9-1)$$

式中, n 是折射率, Δ_0 是透镜的最大厚度,与 (2.4.5) 式相比,这里保留了常数相位因子 $\exp(jkn\Delta_0)$ 。图 5.9-3(a) 是普通平凸透镜的截面图,纵坐标 z 表示透镜厚度,横坐标 r 表示透镜口径的半径。以 2π 为周期的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(x - 2m\pi)$ 。对于式 (5.9-1) 所表示的透过率,相位函数 $\varphi(r) = k\left(n\Delta_0 \frac{r^2}{2f}\right)$ 中,对每一点均把 2π 的整数倍减去,所得结果对光波的作用不变。将图 5.9-3(a) 中各点减去 2π 整数倍后的相位分布画在图 5.9-3(b) 中,它表示相位改变最大值为 2π 的、分段连续的透镜截面图。用相位差的多个台阶分布来逼近图 5.9-3(b) 中的连续相位分布而得到图 5.9-3(c) 的离散化相位分布图。它的功能与图 5.9-3(a) 所表示的透镜是相同的。

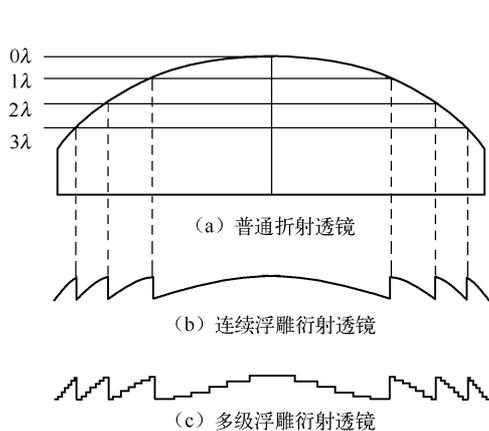


图 5.9-2 折射透镜到二元光学元件浮雕结构的演变

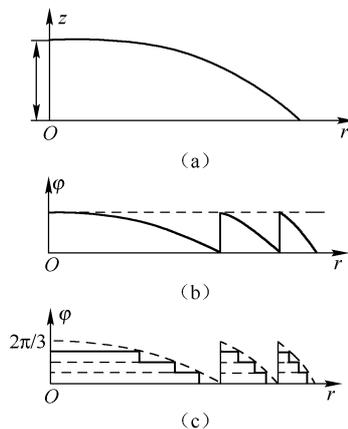


图 5.9-3 透镜二元化过程示意图

连续函数不能用于刻蚀二元光学元件,必须将它二分化变成离散的台阶形分布。如果套刻次数为 N ,则 0 到 2π 之间可取的相位值只有 $L=2^N$ 个,相邻台阶之间的相位差为 $2\pi/L$,其 L 个相位值为 $\varphi_i = 2\pi i/L (i=0,1,2,\dots,L-1)$ 。例如 $N=3$,最小相位差为 $\pi/4$,能取的相位值为 $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4$ 。

综上所述,二元光学件的设计,其主要内容是根据对元件功能的要求,给出能用于刻蚀的离散相位分布函数。

通常用所谓的连续函数计算方法,根据光学系统的配置,求出需要的相位转换函数

$$H(x, y) = \exp[j\varphi(x, y)] \quad (5.9-2)$$

其中, $\varphi(x, y)$ 为相位调制深度。然后对其二分化,具体作法是:先取出每一个像素单元的中心函数 $\varphi(x, y)$,减去 2π 的整数倍,然后根据不同的套刻次数 N ,把 L 量级中最接近的一级相位值赋予它即可。

对于二元光学器件来说,一个重要的参数是衍射效率。从连续函数的二分化过程可以看到,套刻次数 N 越大,每个周期中的相位除数 L 越大,二分化后离散相位分布与连续相位分布就越接近。可以证明 η 与 N 满足以下关系

$$\eta = \sin^2(1/2^N) \quad (5.9-3)$$

刻蚀掩膜数 N 越多,衍射效率越高。

5.9.4 二元光学元件的制作

二元光学元件是用大规模集成电路的光刻技术加工而成的二分化器件,其加工技术主要由掩膜制作技术、图形曝光技术和图形刻蚀技术组成。

二元掩膜是通过对掩膜片基上的感光胶进行有控制的曝光和显影获得的。制作掩膜的常规方法是利用半导体微电子加工技术。例如,用电子束扫描仪的电子束曝光技术或图样产生器的快速光学曝光技术,可以制作出精细结构为 $0.25 \mu\text{m}$ 的高质量掩膜。也可以利用商业化的桌面制版技术,通过特殊软硬件、激光打印机以及可缩小的光学照相机,实现快捷而低廉,但精度相当高的二元掩膜的制作。

二元光学元件制作过程如下。

① 按照计算出的相位分布,制作刻蚀用的二元振幅型掩膜,通常 L 级相位台阶需要设计 N 个掩膜,使 $L=2^N$ 。

② 光刻。所谓光刻是指图形曝光和图形刻蚀。它先通过图形曝光将掩膜图形精确复制到表面涂有光刻胶的待刻片基上,如图 5.9-4(a) 所示。通过显影,使掩膜上通光部分的光刻胶被清除,片基裸露,如图 5.9-4(b) 所示。

③ 在光刻胶的保护下对片基进行刻蚀,当 $N=1$ 时,刻蚀深度为 $\lambda/[2(n-1)]$,如图 5.9-4(c) 所示。清除剩余的光刻胶,得到相位台阶为 $0, \pi$ 的所需的浮雕图形,如图 5.9-4(d) 所示。相位空间与掩膜相同。

制作高性能的二元光学器件,通常要进行多次这样的刻蚀过程,即套刻。每次光刻掩膜的几何图形都不同。 $N=2$ 的四台阶元件工艺流程第一步与图 5.9-4 相同,第二步如图 5.9-5 所示。经过两次套刻以后,得到相位深度为 $0, \pi/2, 3\pi/2$ 的浮雕结构,其空间分布由两块掩膜决定。经过多次刻蚀,得到锐而细的相位浮雕结构,即二元光学器件。

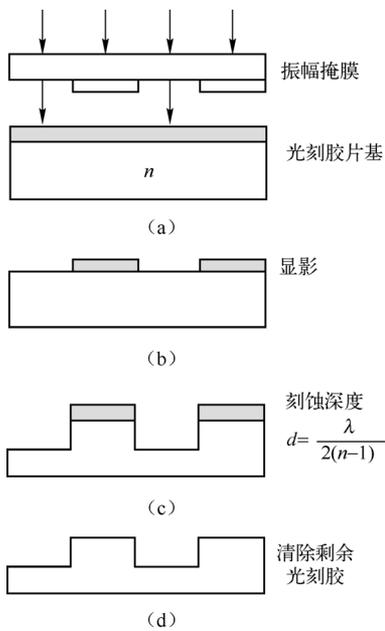


图 5.9-4 二值元件制作过程

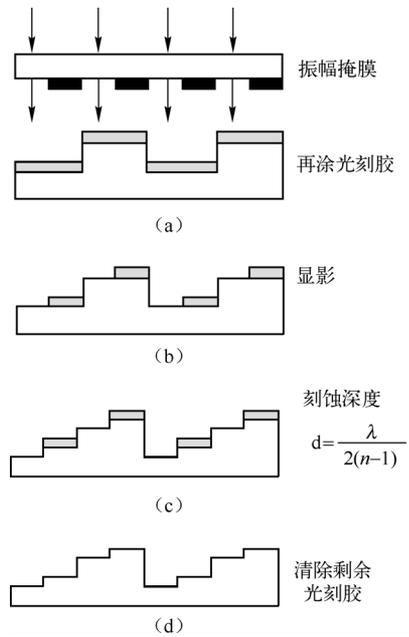


图 5.9-5 四值元件制作过程

习题五

5.1 一个二维物函数 $f(x,y)$, 在空域尺寸为 $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$, 最高空间频率为 5 l/mm , 为了制作一张傅里叶变换全息图:

- (1) 确定物面抽样点总数。
- (2) 若采用罗曼型迂回相位编码方法, 计算全息图上抽样单元总数是多少?
- (3) 若采用修正离轴参考光编码方法, 计算全息图上抽样单元总数是多少?
- (4) 两种编码方法在全息图上抽样单元总数有何不同? 原因是什么?

5.2 对比光学离轴全息函数和修正型离轴全息函数, 说明如何选择载频和制作计算全息图的抽样频率。

5.3 一种类似博奇型计算全息图的方法, 称为黄氏 (Huang) 法, 这种方法在偏置项中加入物函数本身, 所构成的全息函数为

$$h(x,y) = \frac{1}{2}A(x,y) \{ 1 + \cos[2\pi ax - \varphi(x,y)] \}$$

- (1) 画出该全息函数的空间频率结构, 说明如何选择载频。
- (2) 画出黄氏计算全息图的空间频率结构, 说明如何选择抽样频率。

5.4 罗曼迂回相位编码方法有三种衍射孔径形式, 如图题 5.4 所示。利用复平面上矢量合成的方法解释, 在这三种孔径形式中, 是如何对振幅和相位进行编码的。

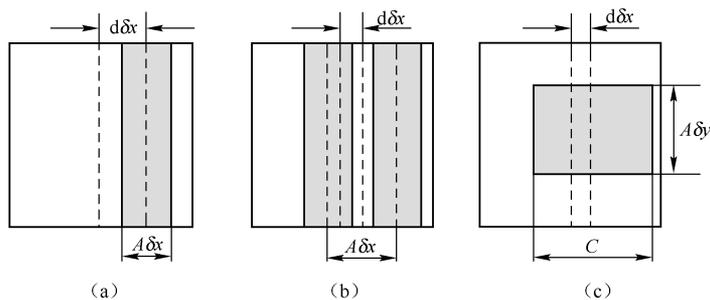


图 题 5.4

第 6 章 光学信息处理

6.1 空间滤波

空间滤波的目的是通过有意识地改变像的频谱,使像产生所希望的变换。光学信息处理是一个更为宽广的领域,它是 20 世纪 60 年代随着激光器的问世而发展起来的一个新的研究方向,是现代信息处理技术中的一个重要组成部分,在现代光学中占有很重要的地位。所谓光学信息,是指光的强度(或振幅)、位相、颜色(波长)和偏振态等。光学信息处理是基于光学频谱分析,利用傅里叶综合技术,通过空域或频域调制,借助空间滤波技术对光学信息进行处理的过程。

空间滤波和光学信息处理可以追溯到 1873 年阿贝(Abbe)提出二次成像理论。阿贝于 1893 年,波特(Porter)于 1906 年为验证这一理论所做的实验,科学地说明了成像质量与系统传递函数的空间频谱之间的关系。1953 年策尼克(Zernike)提出的相衬显微镜是空间滤波技术早期最成功的应用。1946 年杜费(Duffieux)把光学成像系统看做线性滤波器,成功地用傅里叶方法分析成像过程,发表了《傅里叶变换及其在光学中的应用》这一著名论著。20 世纪 50 年代,艾里亚斯(Elias)及其同事的经典论文《光学和通信理论》和《光学处理的傅里叶方法》为光学信息处理提供了有力的数学工具。20 世纪 60 年代由于激光的出现和全息术的重大发展,光学信息处理进入了蓬勃发展的新时期。

6.1.1 阿贝成像理论

阿贝研究显微镜成像问题时,提出了一种不同于几何光学的新观点,他将物看成是不同空间频率信息的集合,相干成像过程分两步完成,如图 6.1-1 所示。第一步是入射光场经物平面 P_1 发生夫琅禾费衍射,在透镜后焦面 P_2 上形成一系列衍射斑;第二步是各衍射斑作为新的次波源发出球面次波,在像面上互相叠加,形成物体的像。将显微镜成像过程看成是上述两步成像的过程,是波动光学的观点,后来人们称其为阿贝成像理论。阿贝成像理论不仅用傅里叶变换阐述了显微镜成像的机理,更重要的是首次引入频谱的概念,启发人们用改造频谱的手段来改造信息。

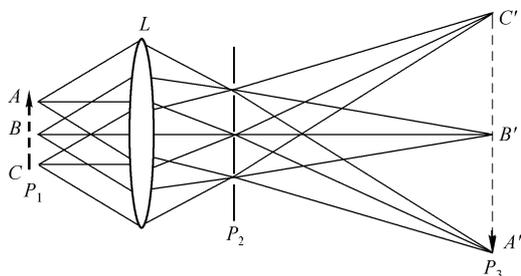


图 6.1-1 阿贝成像原理

阿贝-波特实验是对阿贝成像原理最好的验证和演示。这项实验的一般做法如图

6.1-2 所示,用平行相干光束照明一张细丝网格,在成像透镜的后焦面上出现周期性网格的傅里叶频谱,由于这些傅里叶频谱分量的再组合,从而在像平面上再现网格的像。若把各种遮挡物(如光圈、狭缝、小光屏)放在频谱面上,就能以不同方式改变像的频谱,从而在像平面上得到由改变后的频谱分量重新组合得到的对应的像。图 6.1-2(a)是实验装置图,图 6.1-2(b)是使用一条水平狭缝时透过的频谱,对应的像如图 6.1-2(c)所示,它只包括网格的垂直结构。

如果将狭缝旋转 90° , 则透过的频谱和对应的像如图 6.1-2(d) 和(e) 所示。若在焦面上放一个可变光圈, 开始时光圈缩小, 使得只通过轴上的傅里叶分量, 然后逐渐加大光圈, 就可以看到网格的像怎样由傅里叶分量一步步综合出来。如果去掉光圈换上一个小光屏挡住零级频谱, 则可以看到网格像的对比度反转。这些实验以其简单的装置十分明确地演示了阿贝成像原理, 对空间滤波的作用给出了直观的说明, 为光学信息处理的概念奠定了基础。

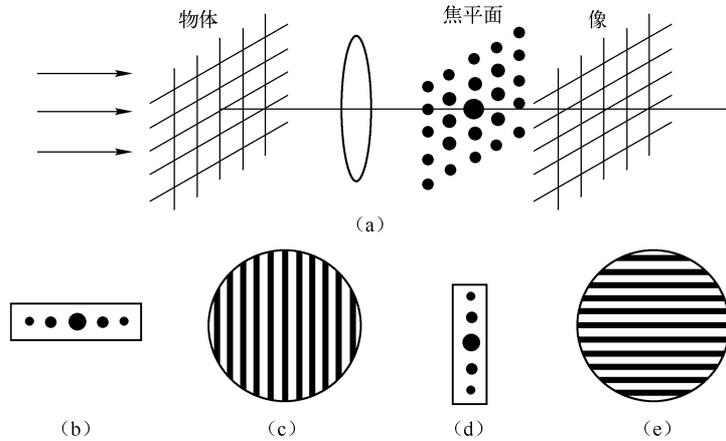


图 6.1-2 阿贝 - 波特实验

6.1.2 空间滤波的傅里叶分析

现在我们以一维光栅为例, 用傅里叶分析的手段讨论空间滤波过程, 以便更透彻地了解改变系统透射频谱对像结构的影响。为简明起见, 采用最典型的相干滤波系统, 通常称为 $4f$ 系统, 如图 6.1-3 所示。图中, L_1 是准直透镜; L_2 和 L_3 为傅里叶变换透镜, 焦距均为 f ; P_1, P_2 和 P_3 分别是物面、频谱面和像面, 并且 P_3 平面采用反演坐标系。设光栅常数为 d , 缝宽为 a , 光栅沿 x_1 方向的宽度为 L , 则它的透过率为

$$t(x_1) = \left[\text{rect}\left(\frac{x_1}{a}\right) * \frac{1}{d} \text{comb}\left(\frac{x_1}{d}\right) \right] \text{rect}\left(\frac{x_1}{L}\right) \quad (6.1-1)$$

在 P_2 平面上的光场分布应正比于

$$\begin{aligned} T(\xi) &= \frac{aL}{d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{am}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(\xi - \frac{m}{d}\right)\right] \\ &= \frac{aL}{d} \left\{ \text{sinc}(L\xi) + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(\xi - \frac{1}{d}\right)\right] + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(\xi + \frac{1}{d}\right)\right] + \dots \right\} \quad (6.1-2) \end{aligned}$$

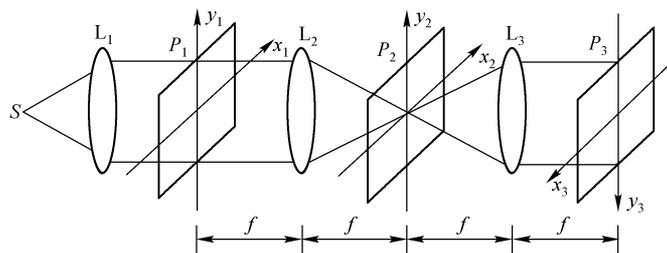


图 6.1-3 典型的相干滤波系统

式中, $\xi = x_2/(\lambda f)$, x_2 是频谱面上的位置坐标, ξ 是同一平面上用空间频率表示的坐标。为了避免各级频谱重叠, 假定 $L \gg d$ 。下面我们将讨论在频谱面上放置不同的滤波器时, 在输出面上像场的变化情况。

(1) 滤波器是一个适当宽度的狭缝, 只允许零级谱通过, 也就是说只让式 (6.1-2) 中第一项 $(aL/d) \text{sinc}(L\xi)$ 通过, 则狭缝后的透射光场为

$$T(\xi)H(\xi) = \frac{aL}{d} \text{sinc}(L\xi) \quad (6.1-3)$$

式中, $H(\xi)$ 是狭缝的透过函数。于是在输出平面上的场分布为

$$\begin{aligned} g(x_3) &= \mathcal{F}^{-1} \{ T(\xi)H(\xi) \} \\ &= \frac{a}{d} \text{rect}\left(\frac{x_3}{L}\right) \end{aligned} \quad (6.1-4)$$

空间滤波的全部过程如图 6.1-4 所示。

(2) 狭缝加宽能允许零级和正、负一级频谱通过, 这时透射的频谱包括式 (6.1-2) 中的前三项, 即

$$T(\xi)H(\xi) = \frac{aL}{d} \left\{ \text{sinc}(L\xi) + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(\xi - \frac{1}{d}\right)\right] + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(\xi + \frac{1}{d}\right)\right] \right\} \quad (6.1-5)$$

于是输出平面上的场分布为

$$\begin{aligned} g(x_3) &= \mathcal{F}^{-1} \{ T(\xi)H(\xi) \} \\ &= \frac{a}{d} \text{rect}\left(\frac{x_3}{L}\right) + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{rect}\left(\frac{x_3}{L}\right) \exp\left(j2\pi \frac{x_3}{d}\right) + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{rect}\left(\frac{x_3}{L}\right) \exp\left(-j2\pi \frac{x_3}{d}\right) \\ &= \frac{a}{d} \text{rect}\left(\frac{x_3}{L}\right) \left[1 + 2\text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \cos\left(\frac{2\pi x_3}{d}\right) \right] \end{aligned} \quad (6.1-6)$$

空间滤波的全过程如图 6.1-5 所示。在这种情况下, 像与物的周期相同, 但由于高频信息的丢失, 像的结构变成余弦振幅光栅。

(3) 滤波面放置双缝, 只允许正、负二级谱通过, 这时系统透射的频谱为

$$T(\xi)H(\xi) = \frac{aL}{d} \text{sinc}\left(\frac{2a}{d}\right) \left\{ \text{sinc}\left[L\left(\xi - \frac{2}{d}\right)\right] + \text{sinc}\left[L\left(\xi + \frac{2}{d}\right)\right] \right\} \quad (6.1-7)$$

输出平面上的场分布为

$$g(x_3) = \mathcal{F}^{-1} \{ T(\xi)H(\xi) \} = \frac{2a}{d} \text{sinc}\left(\frac{2a}{d}\right) \text{rect}\left(\frac{x_3}{L}\right) \cos\left(\frac{4\pi x_3}{d}\right) \quad (6.1-8)$$

在这种情况下, 像的周期是物的周期的一半, 像的结构是余弦振幅光栅, 如图 6.1-6 所示。

(4) 在频谱面上放置不透光的小圆屏, 挡住零级谱, 而让其频率成分通过, 这时透射频谱可表示为

$$T(\xi)H(\xi) = T(\xi) - \frac{aL}{d} \text{sinc}(L\xi) \quad (6.1-9)$$

像面上的光场分布正比于

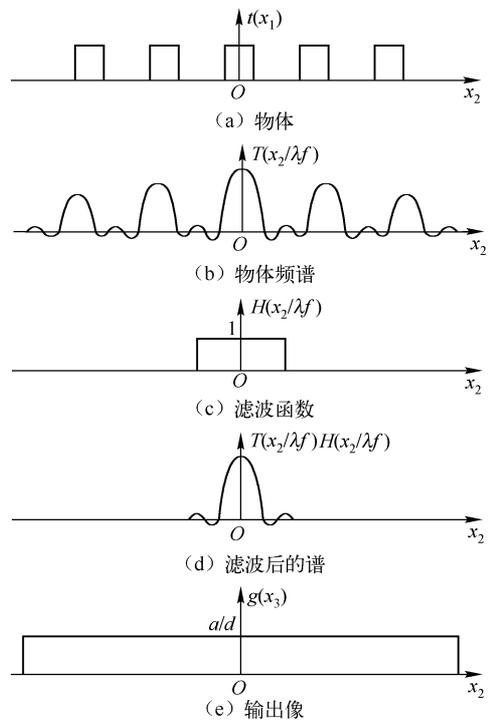


图 6.1-4 一维光栅经滤波的像 (透过零级)

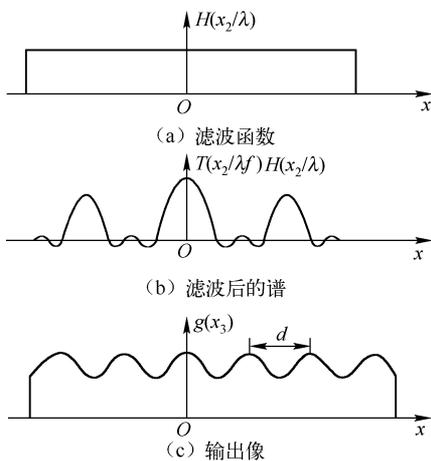


图 6.1-5 一维光栅滤波的像
(透过零级和正负一级频谱)

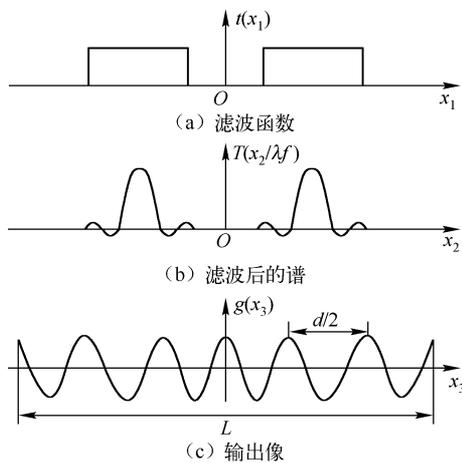


图 6.1-6 一维光栅滤波的像
(透过正负二级频谱)

$$\begin{aligned}
 g(x_3) &= \mathcal{F}^{-1} \{ T(\xi) \} - \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{aL}{d} \text{sinc} L(\xi) \right\} = t(x_3) - \frac{a}{d} \text{rect} \left(\frac{x_3}{L} \right) \\
 &= \left[\text{rect} \left(\frac{x_3}{a} \right) \frac{1}{d} \text{comb} \left(\frac{x_3}{d} \right) \right] \text{rect} \left(\frac{x_3}{L} \right) - \frac{a}{d} \text{rect} \left(\frac{x_3}{L} \right) \quad (6.1-10)
 \end{aligned}$$

当 $a = d/2$, 即缝宽等于缝的间隙时, 直流分量为 $1/2$, 像场的复振幅分布仍为光栅结构, 并且周期与物相同, 但强度分布是均匀的, 即实际上看不见条纹, 如图 6.1-7 所示。当 $a > d/2$, 即缝宽大于缝的间隙时, 直流分量大于 $1/2$ 。去掉零级谱以后像场分布如图 6.1-8 所示, 对应物体上亮的部分变暗, 暗的部分变亮, 实现了对比度反转。

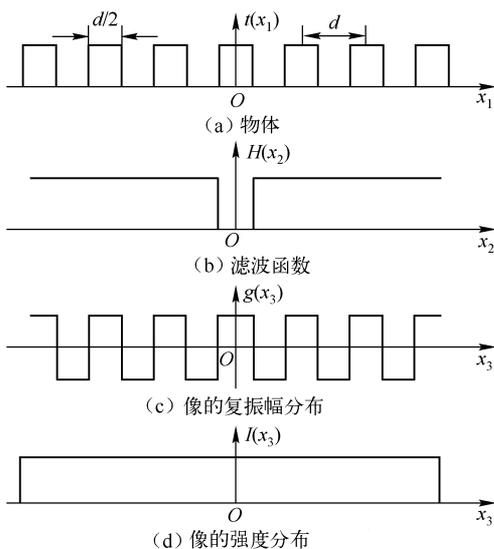


图 6.1-7 去掉零频后一维光栅的像 ($a = d/2$)

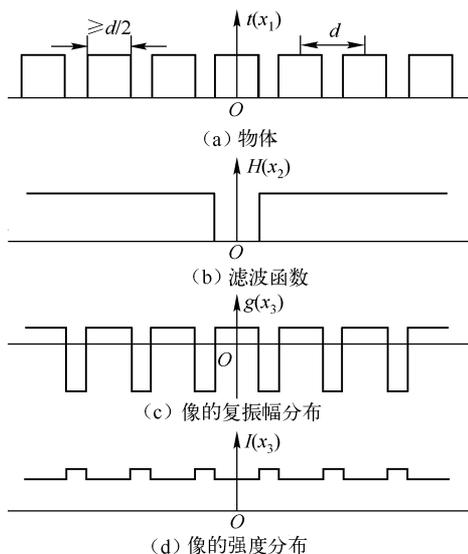


图 6.1-8 去掉零频后一维光栅的像 ($a > d/2$)

上述讨论说明了利用空间滤波技术, 可以改变成像系统中像场的光分布。

例 6.1-1 在图 6.1-3 所示的系统中, 在 x_1y_1 平面上放置一正弦光栅, 其振幅透过率为 $t(x_1) = t_0 + t_1 \cos(2\pi\xi_0 x_1)$ 。

(1) 在频谱面的中央设置一小圆屏挡住光栅的零级谱, 求像的强度分布及可见度;

(2) 移动小圆屏, 挡住光栅的 +1 级谱, 像面的强度分布和可见度又如何?

解: 按一般程序应先求出 $t(x_1)$ 的频谱, 然后求出滤波后的频谱, 再做逆傅里叶变换 (因像面坐标已反演) 而求得像。但也可按如下方式考虑。

(1) 设用振幅为 1 的单色平面波垂直照明物平面, 频谱面上的零级斑对应于物平面上与 t_0 项相联系的直流信息, 所以挡住零级斑相当于完全通过系统的物信息为

$$u_0(x_1, y_2) = t_1 \cos(2\pi\xi_0 x_1)$$

故输出的信息成为 $u_i(x_3, y_3) = u_0(x_3, y_3) = t_1 \cos(2\pi\xi_0 x_3)$

输出图像的强度为 $I_i(x_3, y_3) = |u_i(x_3, y_3)|^2 = t_1^2 \cos^2(2\pi\xi_0 x_3) = \frac{1}{2} t_1^2 [1 + \cos(4\pi\xi_0 x_3)]$

除直流成分外, 其交流成分的空间频率 $\xi = 2\xi_0$, 而条纹可见度为

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{t_1^2/2}{t_1^2/2} = 1$$

(2) 如果挡住 +1 级谱, 输出强度又如何变化呢? 为此先展开输入图像的物信息

$$t(x_1) = t_0 + \frac{1}{2} t_1 \exp(j2\pi\xi_0 x_1) + \frac{1}{2} t_1 \exp(-j2\pi\xi_0 x_1)$$

谱平面上的 +1 级谱与物信息中含有的 $\frac{1}{2} t_1 \exp(j2\pi\xi_0 x_1)$ 相对应, 故挡住 +1 级谱相当于完全通过的物信息为

$$u_0(x_1, y_1) = t_0 + \frac{1}{2} t_1 \exp(-j2\pi\xi_0 x_1)$$

此时的输出信息为 $u_i(x_3, y_3) = u_0(x_3, y_3) = t_0 + \frac{1}{2} t_1 \exp(-j2\pi\xi_0 x_3)$

输出图像的强度为 $I_i(x_3, y_3) = |u_i(x_3, y_3)|^2 = t_0^2 + \frac{1}{4} t_1^2 + t_0 t_1 \cos(2\pi\xi_0 x_3)$

除直流分量外, 其交流成分的空间频率仍为 ξ_0 , 但条纹可见度降为

$$V = \frac{t_0 t_1}{t_0^2 + t_1^2/4}$$

例 6.1-2 在图 6.1-3 所示的系统中, 在 $x_1 y_1$ 平面上有两个图像, 它们的中心在 x_1 轴上, 距离坐标原点分别为 a 和 $-a$, 今在频谱面上放置一正弦光栅, 其振幅透过率为 $T(\xi, \eta) = 1 + \cos(2\pi a \xi)$, 试证明在像面中心可得到两个图像相加。

解: 用单位振幅的相干平面波垂直照射物平面, 则 $x_1 y_1$ 平面上两个像的复振幅分布为

$$\mathbf{u}(x_1, y_1) = \mathbf{u}_1(x_1 - a, y_1) + \mathbf{u}_2(x_1 + a, y_1)$$

物的频谱为 $\mathbf{U}(\xi, \eta)$, 滤波函数 $\mathbf{T}(\xi, \eta) = \mathbf{H}(\xi, \eta)$, 可看成系统的传递函数。于是像的复振幅为

$$\mathbf{u}_i(x_3, y_3) = \mathcal{F}\{\mathbf{U}(\xi, \eta)\mathbf{H}(\xi, \eta)\} = \mathbf{u}(x_3, y_3) * \mathbf{h}(x_3, y_3)$$

式中, $\mathbf{h}(x_3, y_3)$ 是 $\mathbf{H}(\xi, \eta)$ 的点扩散函数, 即

$$\mathbf{h}(x_3, y_3) = \mathcal{F}\{1 + \cos(2\pi a \xi)\} = \delta(x_3, y_3) + \frac{1}{2}\delta(x_3 - a, y_3) + \frac{1}{2}\delta(x_3 + a, y_3)$$

于是像的复振幅为

$$\mathbf{u}_i(x_3, y_3) = [\mathbf{u}_1(x_3 - a, y_3) + \mathbf{u}_2(x_3 + a, y_3)] * \left[\delta(x_3, y_3) + \frac{1}{2}\delta(x_3 - a, y_3) + \frac{1}{2}\delta(x_3 + a, y_3) \right]$$

$$= \frac{1}{2} [\mathbf{u}_1(x_3, y_3) + \mathbf{u}_2(x_3, y_3)] + \mathbf{u}_1(x_3 - a, y_3) + \mathbf{u}_2(x_3 + a, y_3) + \frac{1}{2} [\mathbf{u}_1(x_3 - 2a, y_3) + \mathbf{u}_2(x_3 + 2a, y_3)]$$

可见,在像面中心得到图像 u_1 和 u_2 的相加。

例 6.1-3 在 $4f$ 成像系统中,为了在像面上得到输入图像的微分图像,试问在频谱面上应该使用怎样的滤波器?

解: 设输入图像的复振幅分布为 $u_0(x_1)$, 其频谱为 $U_0(\xi)$, 因此有

$$u_0(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} U_0(\xi) \exp(j2\pi\xi x_1) d\xi$$

又设输出像的复振幅为 $u_i(x_3)$, 在没有空间滤波器的情况下,像面上复振幅分布应为

$$u_i(x_3) = u_0(x_3)$$

若要使

$$\begin{aligned} u_i(x_3) &= \frac{d}{dx_3} u_0(x_3) = \frac{d}{dx_3} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(\xi) \exp(j2\pi\xi x_3) d\xi \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} j2\pi\xi U_0(\xi) \exp(j2\pi\xi x_3) d\xi \end{aligned}$$

透过变换平面的频谱应为

$$U_0'(\xi) = T(\xi) U_0(\xi) = j2\pi\xi U_0(\xi)$$

所以滤波器的透射函数为

$$T(\xi) = j2\pi\xi$$

ξ 可取正、负两值。为实现负值,可将两块模片叠合,一块是振幅模片,其透过率为

$$T_1(\xi) = |2\pi\xi|$$

另一块是相位模片,做成在 ξ 的正的范围和负的范围中,其相位差为 π 的相位掩膜,其透过率函数为

$$T_2(\xi) = \begin{cases} j, & \xi > 0 \\ -j, & \xi < 0 \end{cases}$$

其组合情况如图 6.1-9 所示。

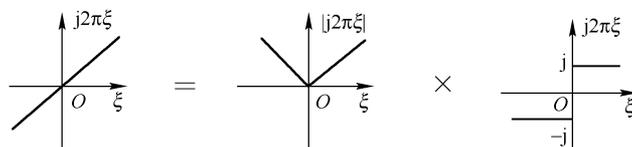


图 6.1-9 微分运算的滤波器

6.1.3 空间滤波系统

空间滤波系统需要完成从空域到频域,又从频域还原到空域的两级傅里叶变换,以及在频域的乘法运算。傅里叶变换的性质蕴含于光波的衍射中,借助透镜的作用可方便地利用傅里叶变换性质。因此,系统应包括实现傅里叶变换的物理实体,即光学透镜,以及具有与空域和频域相对应的输入、输出和频谱平面。频域上的乘法运算是通过在频谱面上放置所需要的滤波器来完成的。

典型的滤波系统是三透镜系统,即图 6.1-3 所示的系统。两次傅里叶变换的任务各由一个透镜承担,两透镜之间的距离是两透镜的焦距之和,系统的垂轴放大率等于两个透镜焦距之

比。为简单起见,常取两者焦距相等,于是从输入平面到输出平面之间,各元件相距 f ,这种系统简称为 $4f$ 系统。若输入透明片置于 P_1 平面上,其复振幅透过率为 $f(x_1, y_1)$,用单位振幅的相干平面波垂直照射,则在 P_2 平面上得到物体的频谱 $F\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)$;若在这个平面上放置滤波器,令其振幅透过率 $t(x_2, y_2)$ 正比于 $H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)$,则滤波器后方的光场分布等于两个函数相乘,即 $F\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)$ 。这样,就在 L_3 的后焦面即输出平面上得到两个函数乘积的傅里叶变换。在反演坐标系下,输出平面光场的复振幅分布为

$$g(x_3, y_3) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ F\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \cdot H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right\} = f(x_3, y_3) * h(x_3, y_3) \quad (6.1-11)$$

式中, $f(x_3, y_3)$ 是物体 $f(x_1, y_1)$ 的几何像; h 是 H 的逆傅里叶变换,称为滤波器的脉冲响应。从频域来看,系统改变了输入信息的空间频谱结构,这就是空间滤波或频域综合的含义;从空域来看,系统实现了输入信息与滤波器脉冲响应的卷积,完成了所期望的一种变换。

图 6.1-10 是另外三种典型的系统。图 6.1-10(a)是一种双透镜系统, L_1 是准直透镜,透镜 L_2 同时起傅里叶变换和成像作用,频谱面在 L_2 的后焦面上,输出平面 P_3 位于 P_1 的共轭像面处。图 6.1-10(b)是另一种双透镜系统, L_1 既是照明镜又是傅里叶变换透镜,照明光源 S 与

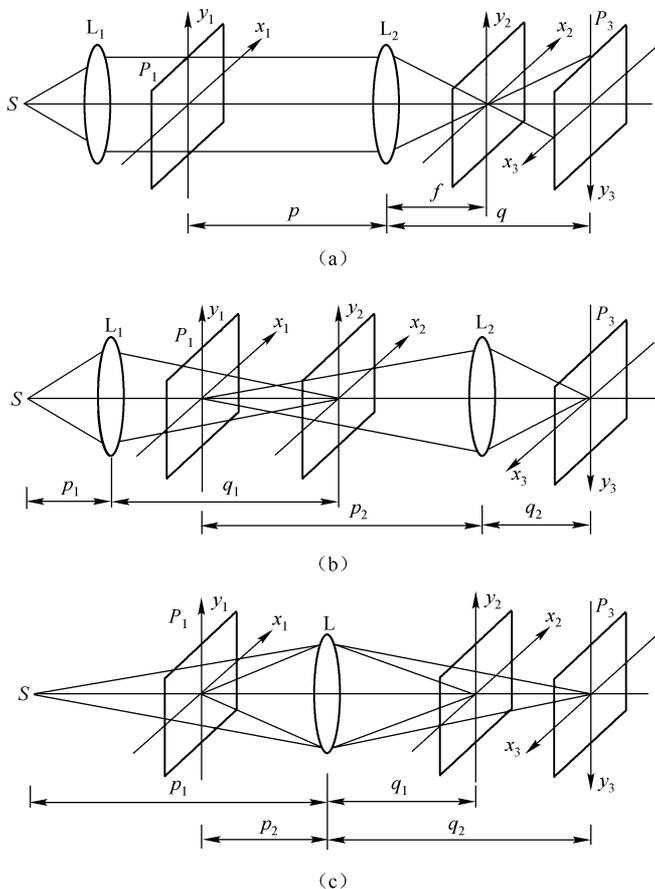


图 6.1-10 其他三种典型的滤波系统

频谱面是物像共轭面, L_2 则起第二次傅里叶变换和成像作用。图 6.1-10(c) 是单透镜系统, L 具有成像和变换双重功能, 照明光源与频谱面共轭, 物面和像面形成另一对共轭面。

在图 6.1-10(b) 和(c) 两种系统中, 前后移动物面 P_1 的位置, 可以改变输入频谱的大小, 这种灵活性方便了滤波操作。

这三种系统结构简单, 但是这三种系统在 P_2 面上给出的物体频谱都不是物函数准确的傅里叶变换关系, 而附带有球面相位因子, 在某些运用中将对滤波操作带来影响。对于典型的 $4f$ 系统, 由于变换透镜前后焦面上存在准确的傅里叶变换, 分析起来十分方便, 故后面介绍的多数例子都采用 $4f$ 系统。

6.1.4 空间滤波器

在光学信息处理系统中, 空间滤波器是位于空间频率平面上的一种模片, 它改变了输入信息的空间频谱, 从而实现对输入信息的某种变换。空间滤波器的透过率函数一般是复函数:

$$H(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) \exp[j\varphi(\xi, \eta)] \quad (6.1-12)$$

根据透过率函数的性质, 空间滤波器可以分为以下几种:

1. 二元振幅滤波器

这种滤波器的复振幅透过率是 0 或 1。由二元滤波所作用的频率区间又可细分为:

① 低通滤波器, 它只允许位于频谱面中心及其附近的低频分量通过, 可用来滤掉高频噪音。

② 高通滤波器, 它阻挡低频分量而允许高频通过, 可以实现图像的衬度反转或边缘增强。

③ 带通滤波器, 它只允许特定区间的空间频谱通过, 可以去除随机噪音。

④ 方向滤波器, 它阻挡(或允许)特定方向上的频谱分量通过, 可以突出某些方向性特征。

上述四种二元振幅滤波器的形状如图 6.1-11 所示。



图 6.1-11 四种二元振幅滤波器

2. 振幅滤波器

这种滤波器仅改变各频率成分的相对振幅分布, 而不改变其相位分布。通常是使感光胶片上的透过率变化正比于 $A(\xi, \eta)$, 从而使透过光场的振幅得到改变。为了做到这一点, 必须按一定的函数分布来控制底片的曝光量分布。

3. 相位滤波器

它只改变空间频谱的相位, 不改变它的振幅分布, 由于不衰减入射光场的能量, 具有很高的光学效率。这种滤波器通常用真空镀膜的方法得到, 但由于工艺方法的限制, 要得到复杂的相位变化是很困难的。

4. 复数滤波器

这种滤波器对各种频率成分的振幅和相位都同时起调制作用,滤波函数是复函数。它的应用很广泛,但难于制造。1963年范德拉格特用全息方法综合出复数空间滤波器,1965年罗曼和布劳恩用计算全息技术制作成复数滤波器,从而克服了制作空间滤波器的重大障碍。

6.1.5 空间滤波应用举例

1. 策尼克相衬显微镜

在一般情况下,用显微镜只能观察物体亮暗的变化,不能辨别物体相位的变化。最初,相应用物体(如细菌标本)的观察必须采用染色法,但染色的同时会杀死细菌,改变标本的原始结构,从而不能在显微镜下如实研究标本的生命过程。1935年策尼克提出的相衬显微镜,利用相位滤波器将物体的相位变化转换成可以观察到的光的强弱变化。这种转换通常又称为幅相变换。

为了阐述相衬显微镜的原理,采用图6.1-10(a)所示的滤波系统,将透明相位物体置于 P_1 平面,其复振幅透过率为

$$t(x_1, y_1) = \exp[j\varphi(x_1, y_1)] \quad (6.1-13)$$

假定相移 $\varphi \ll 1$ 弧度,则可忽略 φ^2 及更高阶的项,于是复振幅透过率可以近似写成

$$t(x_1, y_1) \approx 1 + j\varphi(x_1, y_1) \quad (6.1-14)$$

物光波实际上可看做两部分:强的直接透射光和由于相位起伏造成的弱衍射光。一个普通的显微镜对上述物体所成的像,其强度可以写成

$$I \approx |1 + j\varphi|^2 \approx 1$$

策尼克认识到,衍射光之所以观察不到,是由于它与很强的本底之间相差 90° ,只有改变这两部分之间的相位正交关系,才能使两部分光叠加时产生干涉,从而产生可观察的像强度变化。直接透射光在谱面上将会聚成轴上的一个焦点,而衍射光由于包含较高的空间频率而在谱面上较为分散。由于这两部分信息在空间频域通道上的分离,因此可以简单地在谱面放置相位滤波器,使零频的相位相对于其他频率的相位改变 $\pm \pi/2$ 。滤波函数为

$$H(\xi, \eta) = \begin{cases} \pm j, & \xi = \eta = 0 \\ 1, & \text{其他} \end{cases}$$

滤波后的频谱为 $F(\xi, \eta)H(\xi, \eta) = \pm j\delta(\xi, \eta) + j\varphi(\xi, \eta)$ (6.1-15)

像面复振幅分布为 $g(x_3, y_3) = \pm j + j\varphi(x_3, y_3)$ (6.1-16)

像强度分布为 $I(x_3, y_3) = |j[\pm 1 + \varphi(x_3, y_3)]|^2 \approx 1 \pm 2\varphi(x_3, y_3)$ (6.1-17)

于是像的强度和相移成线性关系。在式(6.1-17)中,取正号时,相位值大的部位光强也强,叫做正相衬;取负号时,相位值大的部位光强弱,叫做负相衬。

由于直接透射光相对于衍射光太强,因此像的对比度很低。如果使零级衍射光产生相移的同时,受到部分衰减,可以提高像衬度,更有利于观察。这种方法还可用于观察金相表面、抛光表面,以及透明材料不均匀性检测等。相衬显微镜是空间滤波技术早期最成功的应用。

2. 补偿滤波器

提高光学系统的成像质量始终是光学工作者所追求的目标。20世纪50年代初期,麦尔

查 (Marécha) 认为,照片中的缺陷,是由于成像系统的光学传递函数中存在相应缺陷引起的,因而如果能在频谱平面上放置适当的滤波器,使得滤波器的传递函数补偿原来系统传递函数的缺陷,则两者的乘积将产生一个较为满意的频率响应,于是照片的质量将得到部分改善。假定成像缺陷是由于成像系统严重离焦引起的,则在几何光学近似下,离焦系统的脉冲响应是一个均匀的圆形光斑,即点扩散函数为

$$h_1(r) = \frac{1}{\pi a^2} \text{circ}\left(\frac{r}{a}\right) \quad (6.1-18)$$

式中, a 为圆形光斑半径, $\frac{1}{\pi a^2}$ 是归一化因子。为求相应的传递函数,可将式(8.3.6)做傅里叶-贝塞尔变换,即

$$H(\rho) = \mathcal{B}\left\{\frac{\pi}{a^2} \text{circ}\left(\frac{r}{a}\right)\right\} = \frac{1}{\pi a^2} 2\pi \int_0^a r J_0(2\pi r \rho) dr$$

式中, $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ 是极坐标下的空间频率变量。令 $r' = 2\pi a \rho$, 则上式可写成

$$H(\rho) = \frac{1}{\pi a^2} \cdot \frac{1}{2\pi a^2} \int_0^{2\pi a \rho} r' J_0(r') dr'$$

利用积分公式

$$\int_0^x \xi J_0(\xi) d\xi = x J_1(x)$$

可得

$$H(\rho) = \frac{1}{\pi a^2} \cdot \frac{1}{2\pi a^2} 2\pi a \rho J_1(2\pi a \rho) = \frac{2J_1(2\pi a \rho)}{2\pi a \rho}$$

即

$$H(\rho) = \frac{2J_1(2\pi a \rho)}{2\pi a \rho} \quad (6.1-19)$$

由式(6.1-19)所表示的传递函数的高频损失严重,而且在某一中间频率区域,传递函数的符号发生反转。20世纪50年代初期,巴黎大学研究所麦尔查等人采用图6.1-12(a)所示的组合滤波器,放在 $4f$ 系统的频谱面上补偿这个带缺陷的传递函数。其中吸收板用来衰减很强的低频峰值,以便提高像的对比,突出细节。相移板使 H 的第一个负瓣相移 π ,以纠正对比反转。图6.1-12(b)表示原来的以及补偿后的传递函数,输出图像的像质因而获得改善。

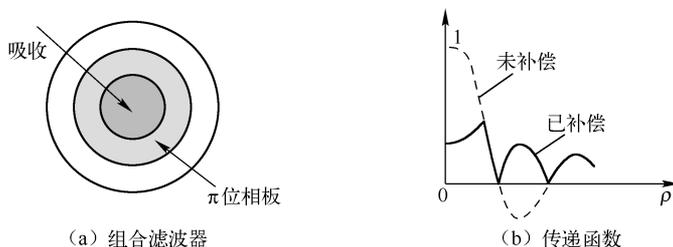


图 6.1-12 补偿滤波器

麦尔查和他的同事还研究了衰减物频谱的低频分量从而突出像中微小细节的方法,以及用简单的滤波器消除半色调图片上的周期性结构,他们的成就对人们研究光学信息处理的兴趣,是一种强有力的推动。

6.2 图像相减

图像相减可用于检测两张近似图像之间的差异,使我们能研究事物的变化,例如不同时间

拍摄的两张病理照片相减可以发现病情变化;用于军事上则有利于发现基地上新增添的军事设施。图像相减的方法很多,这里介绍光栅编码和光栅衍射两种方法。

6.2.1 空域编码频域解码相减方法

1. 编码

将间距为 x_0 ,透光部分与不透光部分相等的罗奇光栅贴放在照相底片上,对像进行编码,如图 6.2-1(a)所示。

在第一次曝光时,我们记录下乘以光栅透射因子 $t(x)$ 的像 A。

由周期函数的傅里叶级数展开公式

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2n\pi x}{x_0}\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi x}{x_0}\right) \right]$$

式中

$$a_0 = \frac{2}{x_0} \int_0^{x_0} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{2}{x_0} \int_0^{x_0} f(x) \cos\left(\frac{2n\pi x}{x_0}\right) dx$$

$$b_n = \frac{2}{x_0} \int_0^{x_0} f(x) \sin\left(\frac{2n\pi x}{x_0}\right) dx$$

可得
$$t(x) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{4}{\pi} \left[\sin\left(\frac{2\pi x}{x_0}\right) + \frac{1}{3} \sin\left(3 \frac{2\pi x}{x_0}\right) + \dots \right] \right\} = \frac{1}{2} [1 + R] \quad (6.2-1)$$

第二次曝光时,将光栅平行移动半个周期,这时光栅透射因子为

$$t'(x) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{4}{\pi} \left[\sin\left(\frac{2\pi x}{x_0}\right) + \frac{1}{3} \sin\left(3 \frac{2\pi x}{x_0}\right) + \dots \right] \right\} = \frac{1}{2} [1 - R] \quad (6.2-2)$$

于是得到乘以光栅透射因子 $t'(x)$ 的第二个像 B。两次曝光时的光栅位置互补,如图 6.2-1(b)所示。设图像 A 和图像 B 的光强分别为 I_A 和 I_B ,于是照相底片上的曝光量

$$H \propto I_A \left[\frac{1}{2} (1 + R) \right] + I_B \left[\frac{1}{2} (1 - R) \right] = \frac{1}{2} (I_A + I_B) + \frac{1}{2} (I_A - I_B) R$$

上式的物理意义明显,在图像 A 和图像 B 相同的部分得到一张普通的负片,在图像 A 和图像 B 不同的部分得到一张其差值受光栅调制的负片。

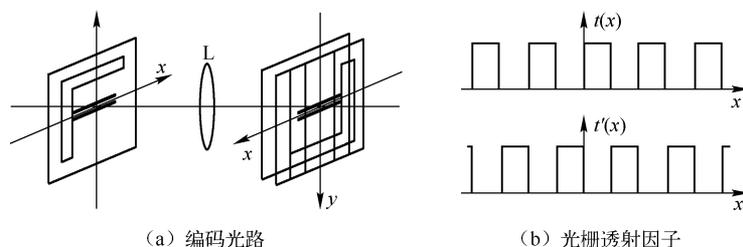


图 6.2-1 光栅编码图像相减

2. 解码

解码光路采用常规的 $4f$ 系统,将调制片置于输入平面上,假定图像的频率低于光栅频率,

使用高通滤波器,阻止相应于 $I_A + I_B$ 的谱的低频部分,而容许相应于 $(I_A - I_B)R$ 的谱的高频成分通过。在输出平面上只得到 $(I_A - I_B)R$ 项,实现了图像相减。它显示出两个图像不同的区域,这些区域在暗背景上出现光亮。

采用这种空域编码的方法,使图像和图像差的信息分别受到光栅零频和较高频率的调制,在空间频域上实现了和、差信息的信道分离。因此通过频域滤波,可以单独提取图像 A 和 B 的差异。空域编码和频域解码是光学信息处理中的一种基本技术,它不仅用于图像相减,还可用于其他的图像运算。

6.2.2 正弦光栅滤波器相减方法

图 6.2-2 是用于图像相减的 $4f$ 系统。将正弦光栅置于频谱平面位置,并忽略光栅的有限尺寸,则滤波函数可以写为

$$H(\xi, \eta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi\xi_0 x_2 + \varphi_0) \\ = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \exp[j(2\pi\xi_0 x_2 + \varphi_0)] + \frac{1}{4} \exp[-j(2\pi\xi_0 x_2 + \varphi_0)] \quad (6.2-3)$$

式中, $\xi = x_2/\lambda f$, $\eta = y_2/\lambda f$; f 是透镜焦距; ξ_0 是光栅频率; φ_0 表示初相位,它决定了光栅相对于坐标原点的位置。图像 A 和 B 在 $4f$ 系统物面上,沿 x_1 方向相对原点对称放置,其中心点与原点的距离为 $b = \lambda f \xi_0$,输入场分布可表示为

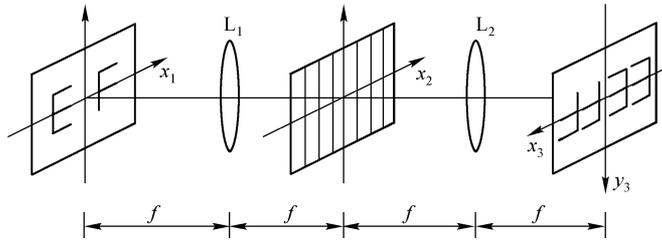


图 6.2-2 光栅滤波图像相减

$$f(x_1, y_1) = f_A(x_1 - b, y_1) + f_B(x_1 + b, y_1) \quad (6.2-4)$$

则入射到光栅上的光场复振幅是上式的傅里叶变换,即

$$F(\xi, \eta) = F_A(\xi, \eta) \exp(-j2\pi b \xi) + F_B(\xi, \eta) \exp(j2\pi b \xi) \\ = F_A(\xi, \eta) \exp(-j2\pi\xi_0 x_2) + F_B(\xi, \eta) \exp(j2\pi\xi_0 x_2) \quad (6.2-5)$$

经光栅滤波后的频谱为

$$F(\xi, \eta) H(\xi, \eta) = \frac{1}{4} [F_A(\xi, \eta) \exp(j2\varphi_0) + F_B(\xi, \eta) \exp(-j\varphi_0)] + \\ \frac{1}{2} [F_A(\xi, \eta) \exp(-j2\pi\xi_0 x_2) + F_B(\xi, \eta) \exp(j2\pi\xi_0 x_2)] + \\ \frac{1}{4} \{F_A(\xi, \eta) \exp[-j(4\pi\xi_0 x_2 + \varphi_0)] + F_B(\xi, \eta) \exp[j(4\pi\xi_0 x_2 + \varphi_0)]\} \quad (6.2-6)$$

P_3 平面上输出场的分布是上式的逆傅里叶变换

$$g(x_3, y_3) = \frac{1}{4} \exp(j\varphi_0) + f_A(x_3, y_3) + f_B(x_3, y_3) \exp(-j2\varphi_0) + \frac{1}{2} [f_A(x_3 - b, y_3) + f_B(x_3 + b, y_3)] +$$

$$\frac{1}{4} [f_A(x_3 - 2b, y_3) \exp(-j\varphi_0) + f_B(x_3 + 2b, y_3) \exp(j\varphi_0)] \quad (6.2-7)$$

当光栅的初相位 $\varphi_0 = \pi/2$, 即光栅偏离光轴 $1/4$ 周期时, 因子 $\exp(-j2\varphi_0) = -1$ 。上式中的第一项表明, 在 P_3 平面中心部位实现了图像相减。

光栅滤波器的作用还可以通过系统的脉冲响应来理解。当 $\varphi_0 = \pi/2$ 时, 滤波系统的脉冲响应为

$$h(x_3, y_3) = \mathcal{F}\{H(f_x, f_y)\} = \frac{1}{2}\delta(x_3, y_3) + \frac{1}{4}j\delta(x_3 + b, y_3) - \frac{1}{4}j\delta(x_3 - b, y_3) \quad (6.2-8)$$

当图像 A 和 B 按前述在物平面对称放置时, 输出平面上的复振幅是输入图像的几何像与系统脉冲响应的卷积

$$g(x_3, y_3) = f(x_3, y_3) * h(x_3, y_3)$$

图 6.5-3 示出了输入、输出与光栅滤波系统脉冲响应的关系。图中用 Re 和 Im 复平面来表示输入与输出脉冲响应的复振幅分布, 以便对式 (6.2-8) 中后两项的方向相反有更深入的理解。

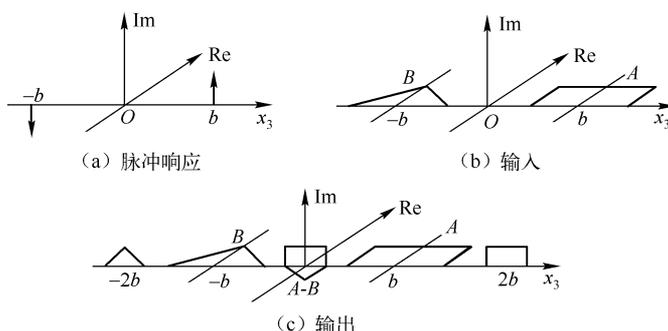


图 6.2-3 光栅滤波系统的输入、输出及脉冲响应

通过以上分析, 我们可以了解到光栅滤波器在图像相减过程中的作用。从频域看, 它使通过频谱面的信息沿三个不同的方向传播, 使沿 $+1$ 级衍射的图像 A 的信息与沿 -1 级衍射的图像 B 的信息在输出平面相干叠加。由于沿 ± 1 级传播的衍射光相位差 π , 因此在输出平面上实现了图像相减。从空域看, 光栅滤波系统提供了一对大小相等、相位相反, 但空间位置不同的两个脉冲响应, 即式 (6.2-8) 中的后两项。当图像 A 相对于其中一个的卷积像与图像 B 相对于另一个卷积像重合时, 在输出平面上实现了图像相减。A 与 B 在输入平面上放置的位置, 正是为了保证两个卷积像的相干叠加。空域分析法和频域分析法是等价的。

6.3 图像识别

6.3.1 匹配空间滤波器

相干光学处理还能做两个函数的卷积运算和相关运算。由于这两种方法极为相似, 以及相关运算能直接用于图像识别 (特征识别), 本节主要介绍匹配滤波器和相关图像识别。

函数 $s(x, y)$ 和 $f(x, y)$ 的卷积运算和相关运算分别定义为

$$s(x, y) * f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} s(\alpha, \beta) f(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta$$

$$s(x, y) \star f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} s^*(\alpha, \beta) f(x + \alpha, y + \beta) d\alpha d\beta$$

如果把相关运算用卷积表示,则有

$$s(x, y) \star f(x, y) = s^*(-x, -y) * f(x, y)$$

空域中两个函数的卷积运算在频域中对应于相乘运算。若要对 $s(x, y)$ 和 $f(x, y)$ 进行卷积运算,可先用全息方法制作 $s(x, y)$ 的频谱函数 $S(\xi, \eta)$,然后把 $f(x, y)$ 作为 $4f$ 系统的输入函数,把 $S(\xi, \eta)$ 作为滤波函数 $H(\xi, \eta)$,在频谱面上的复振幅分布为 $H(\xi, \eta)F(\xi, \eta) = S(\xi, \eta)F(\xi, \eta)$,输出面上的分布则为 $s(x, y) * s(x, y)$ 。对于相关运算,可根据相关运算和卷积运算的关系,只需制作具有如下透过率的滤波器

$$H(\xi, \eta) = \mathcal{F}[s^*(-x, -y) * f(x, y)] = \{\mathcal{F}[s(x, y)]\}^* = S^*(\xi, \eta)$$

将 $f(x, y)$ 放在 $4f$ 系统的输入面上, $H(\xi, \eta) = S^*(\xi, \eta)$ 放在频谱面上,则输出面上得到的分布为

$$S^*(-x, -y) * f(x, y) = s(x, y) \star f(x, y)$$

一般 $H(\xi, \eta) = S^*(\xi, \eta)$,称为 $s(x, y)$ 的匹配滤波器。

如果一个空间滤波器的复振幅透过率 $H(\xi, \eta)$ 与输入信号 $s(x, y)$ 的频谱 $S(\xi, \eta)$ 共轭,即

$$H(\xi, \eta) = S^*(\xi, \eta)$$

则这种滤波器称为匹配空间滤波器,亦称匹配滤波器。当信号 s 在输入平面上出现时,则由匹配滤波器所透过的光场分布的特性,可以深入理解匹配滤波的本质。图 6.3-1 是匹配滤波的光学解释。假定信号频谱可以表示为

$$S(\xi, \eta) = |S(\xi, \eta)| \exp[j\varphi(\xi, \eta)]$$

则根据定义,匹配滤波器函数可以表示成

$$H(\xi, \eta) = |S(\xi, \eta)| \exp[-j\varphi(\xi, \eta)]$$

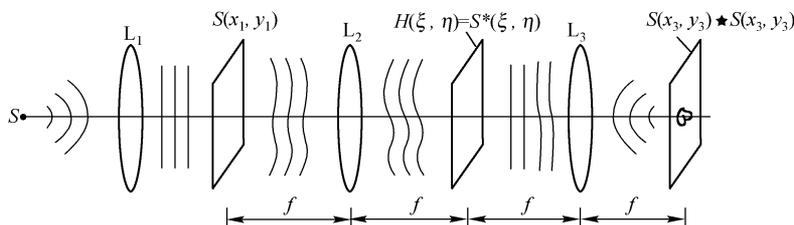


图 6.3-1 匹配滤波操作的光学解释

信号频谱经过匹配滤波器后变为 $|S(\xi, \eta)|^2$,这个量完全是实数,这意味着滤波器完全抵消了入射波前 S 的全部弯曲。于是透射场是一个振幅加权但相位均匀的平面波前。这一平面波前继续向前传播,在输出平面上产生信号的自相关光斑。显然,所谓“匹配”,实质上是在频域对输入信号频谱的相位补偿,形成平面相位分布。匹配空间滤波器在光学特征识别中起重要作用,即可以根据输出平面是否出现自相关峰值以及它的位置,判断输入信号中是否存在待识别信号及其在输入平面上的位置。

匹配滤波器是复数滤波器,可以用光学全息或计算全息的方法制作。

6.3.2 用全息法制作复数滤波器

复数滤波器的记录光路如图 6.3-2 所示,它实际上就是制作一张傅里叶变换全息图。透镜 L_1 使点光源 S 发出的光准直,一部分光照射模片 P_1 ,其复振幅透过率等于所需要的脉冲响应 h ;透镜 L_2 对振幅分布 h 进行傅里叶变换,在胶片上产生一个分布 $H(\xi, \eta)$ 。另一部分准直光从模片 P_1 之上通过,经过棱镜 P 以角度 θ 入射到胶片上。在线性记录条件下,胶片的复振幅透过率正比于曝光光强,即

$$t(\xi, \eta) \propto |H(\xi, \eta) + A \exp(-j2\pi b\eta)|^2 = A^2 + |H(\xi, \eta)|^2 + AH^*(\xi, \eta) \exp(-j2\pi b\eta) + AH(\xi, \eta) \exp(j2\pi b\eta) \quad (6.3-1)$$

式中, $\xi = x_2/\lambda f$, $\eta = y_2/\lambda f$, $b = f \sin\theta$ 。上式中的第三、第四项表明,这种全息图中包含了所需的滤波函数 H 和 H^* 。综合出频率平面模片之后,就可以将其插入 $4f$ 系统的频率平面。如果输入平面上的物函数是 $f(x_1, y_1)$,那么 P_3 平面上的复振幅分布为

$$g(x_3, y_3) = \mathcal{F}^{-1} \{ F(\xi, \eta) t(\xi, \eta) \} \\ \propto \mathcal{F}^{-1} \{ A^2 F(\xi, \eta) + F(\xi, \eta) |H|^2 + AF(\xi, \eta) + H^*(\xi, \eta) \exp(-j2\pi b\eta) + AF(\xi, \eta) + H(\xi, \eta) \exp(j2\pi b\eta) \} \\ = A^2 f(x_3, y_3) + f(x_3, y_3) * h(x_3, y_3) \star h(x_3, y_3) + Af(x_3, y_3) \star h(x_3, y_3) * f(x_3, y_3) \delta(x_3, y_3 - b) + Af(x_3, y_3) * h(x_3, y_3) * \delta(x_3, y_3 - b) \quad (6.3-2)$$

上式中的第三和第四项在 P_3 平面上给出了 f 和 h 的互相关和卷积,其中心坐标为 $(0, \pm b)$ 。第一项和第二项在通常的滤波运算中没有什么特别的用途,其中心坐标在 (x_3, y_3) 平面的原点上。显然,如果参考光倾角足够大,那么卷积项和互相关项将与中心项充分分离,从而避免相互影响。为了定量说明对参考光倾角的要求,考虑图 6.3-3 所示的各个输出项的宽度。假定 f 和 h 沿 y_3 方向的最大宽度为 W_f 和 W_h ,式 6.3-2 中前两项沿 y_3 方向宽度为 W_f 和 $W_f + 2W_h$,相关项和卷积项的宽度都是 $W_f + W_h$ 。由图 6.3-2 可以清楚地看出,若 $a > \left(\frac{3}{2}W_h + W_f\right)/\lambda f$,即参考光倾角(取小角度近似, $\sin\theta \approx \theta$)

$$\theta > \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{W_h}{f} + \frac{W_f}{f}\right)$$

则各项将会完全分离。

尽管滤波器模片是单个的吸收模片,但在其透过的光场中包含了可分离的复值滤波函数,从而解决了制作匹配空间滤波器的困难。另一方面,想要得到一个指定的脉冲响应时,不必去求所需的传递函数,而是通过综合频率平面模片的系统,用光学方法直接综合出所需的 H 或 H^* 。

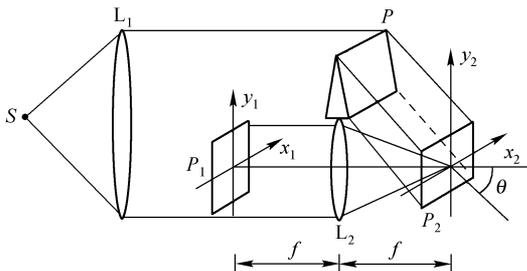


图 6.3-2 全息滤波器记录光路

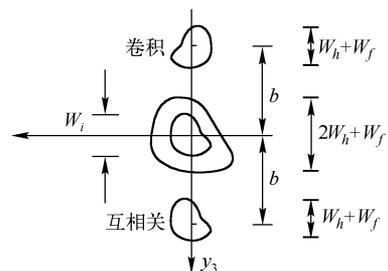


图 6.3-3 采用全息滤波器的系统输出的各项的位置

6.3.3 图像识别

图像识别是指检测和判断图像中是否包含某一特定信息的图像。例如,从许多指纹中鉴别有无某人的指纹;从许多文字中找出所需的文字;在病理照片中识别出癌变细胞;等等。采用匹配滤波器进行相关检测,是图像识别的一种重要手段。

假定基准图像为 $s(x_1, y_1)$, 制作匹配空间滤波器时要求滤波函数 $H(\xi, \eta) \propto S^*(\xi, \eta)$, 将此匹配空间滤波器置于 $4f$ 系统的谱面, 在输入平面放置待识别的图像 $f(\xi, \eta)$, 如果待识别图像中包含基准图像和加性噪声, 则

$$f(x_1, y_1) = s(x_1, y_1) + n(x_1, y_1)$$

$$\text{其频谱为} \quad H(\xi, \eta) = S(\xi, \eta) + N(\xi, \eta) \quad (6.3-3)$$

再经过滤波和逆傅里叶变换, 则在输出平面上的复振幅分布为

$$g(x_3, y_3) = f(x_3, y_3) \star s(x_3, y_3) = s(x_3, y_3) \star s(x_3, y_3) + n(x_3, y_3) \star s(x_3, y_3) \quad (6.3-4)$$

式中, 第一项是较强的自相关输出, 在输出平面上产生一个亮点, 亮点的位置与待识别图中包含的基准图像的位置对应; 第二项是噪声与信号的互相关, 能量比较弥散。因此, 可根据输出平面是否出现自相关亮点, 判断输入图像中是否包含待识别的信号。

用全息制成的匹配滤波器, 如式(6.3-1)表示的那样, 除了包含所需的滤波函数 H^* 外, 还有其余三项, 它们在输出平面上所对应的输出, 在相关识别问题中没有什么特别的用途, 又与我们感兴趣的相关输出在空间上是分离的, 我们就不去讨论了。

现在考虑一个更一般的图像识别问题: 一个处理系统的输入 g 可以是 N 个可能的字符 S_1, S_2, \dots, S_N 之一, 要由相干光学识别机来确定到底出现哪个具体字符。图 6.3-4 是识别机的方框图, 输入同时(或依次地)被加到传递函数分别为 $S_1^*, S_2^*, \dots, S_N^*$ 的 N 个匹配滤波器上, 考虑到各个字符的能量一般不相等, 故每个滤波器的输出要用各自所匹配的字符的总能量的平方根值来规范化。最后对各个输出的模的平方 $|V_1|^2, |V_2|^2, \dots, |V_N|^2$ 进行比较, 如果输入平面上是第 k 个特定字符 $g(x, y) = s_k(x, y)$, 可以证明, 特定的输出 $|V_k|^2$ 将是 N 个响应中最大的。因此, 这种相干光学识别机可以辨认一组可能的字符中究竟是哪一个字符实际输入到系统中。

为了实现图 6.3-4 所示的匹配滤波器组, 可以采用两种方法。一种方法是综合出 N 个分离的全息滤波器, 而将输入依次加到滤波器上。另一种方法是把整个滤波器组综合在一个单独频率平面模片上, 即用不同的载波频率将每个滤波器记录在同一张透明片上。由于胶片动态范围的限制, N 不能太大。图 6.3-5(a) 是记录多路滤波器的一种方法, 字母 Q, W 和 P 相对于参考光成不同角度, 因此 Q, W 和 P 与输入字符的互相关出现在离原点不同的距离上, 如图 6.3-5(b) 所示。

从识别的目的来看, 匹配滤波并不是唯一的, 甚至也不是最好的方法, 实际上在某些情况下, 我们能够修改全部滤波器, 使得特征之间的甄别更加完善。最近已研究了多种相关识别方法, 例如采用纯相位滤波器综合鉴别函数滤波器等。图 6.3-6 是采用纯相位组合滤波器的识别结果, 图 6.3-6(a) 是制作纯相位组合滤波器的四种机械零件; 图 6.3-6(b) 是以其中一种作为输入时, 在相关输出平面上的响应(计算机模拟结果)。

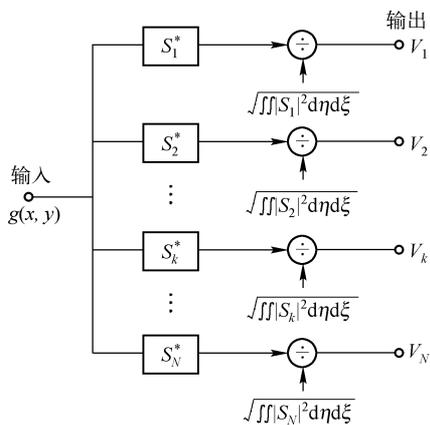


图 6.3-4 字符识别系统的方框图

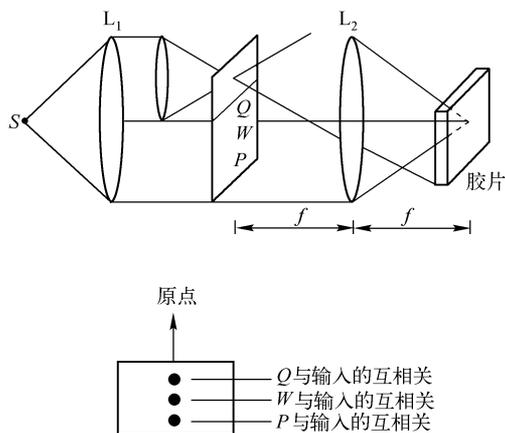


图 6.3-5 用单个频率平面模片综合出一组匹配滤波器组

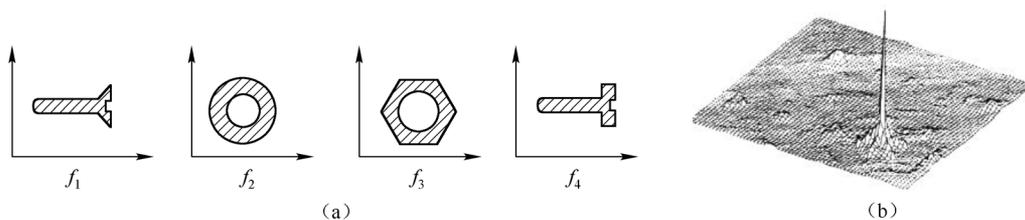


图 6.3-6 采用纯相位组合滤波器的识别结果

6.3.4 联合变换相关识别

联合变换相关识别由 C. S. Weauer 和 J. W. Goodman 于 1966 年提出。20 世纪 80 年代后期,由于实时光电转换器件的发展,给这种方法带来了新的活力,近年来有关的研究日趋活跃,联合变换相关器(JTC)已成为模式识别的重要手段。

联合变换相关识别与匹配空间滤波相关识别在原理和方法上存在明显的差异。在这种方法中,参考图像和待识别图像同时置于输入平面上,对称地分放在光轴两侧,在傅里叶平面上可以记录下其干涉功率谱。如果对谱图像进行傅里叶变换,则在输出平面上可以得到自相关和互相关输出。图 6.3-7 是联合变换相关的原理图。

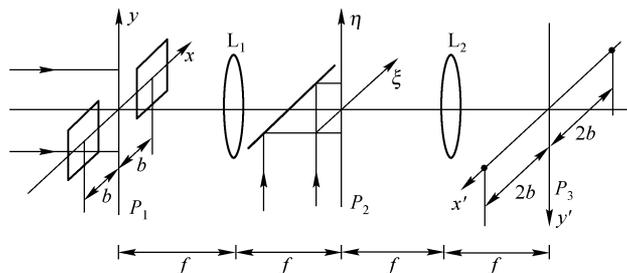


图 6.3-7 联合变换相关的原理图

设输入面 P_1 上并排放着目标图像 $f(x, y)$ 和参考图像 $h(x, y)$, 则输入函数可记为

$$g(x, y) = f(x + b, y) + h(x - b, y) \quad (6.3-5)$$

经傅里叶变换透镜 L_1 变换后,其联合频谱为

$$G(\xi, \eta) = F(\xi, \eta) \exp[j2\pi b \xi] + H(\xi, \eta) \exp[-j2\pi b \xi] \quad (6.3-6)$$

式中, $G(\xi, \eta)$ 、 $F(\xi, \eta)$ 、 $H(\xi, \eta)$ 分别为 $g(x, y)$ 、 $f(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 的傅里叶变换。在 P_2 平面上的记录介质,例如全息干板,仅对光强有响应,则

$$|G(\xi, \eta)|^2 = |F(\xi, \eta)|^2 + |H(\xi, \eta)|^2 + F^*(\xi, \eta)H(\xi, \eta) \exp(-j4\pi b \xi) + F(\xi, \eta)H^*(\xi, \eta) \exp(j4\pi b \xi) \quad (6.3-7)$$

在线性记录的条件下,并忽略透过率函数中的均匀偏置和比例常数,用单位振幅的平面波读出,则经 L_2 的逆傅里叶变换后,在输出平面 P_3 得到

$$g'(x', y') = f(x', y') \star f(x', y') + h(x', y') \star h(x', y') + f(x', y') \star h(x', y') * \delta(x' - 2b, y') + h(x', y') \star f(x', y') * \delta(x' + 2b, y') \quad (6.3-8)$$

式中,符号 \star 表示相关运算, $*$ 表示卷积运算。前两项为 $f(x', y')$ 和 $h(x', y')$ 的自相关,位于输出平面中心;后两项表示 $f(x', y')$ 和 $h(x', y')$ 的互相关,其中心位于 $x' = \pm 2b, y' = 0$ 处。如果考虑透过率函数中的均匀偏置,则输出项中还应增加一个 $\delta(x', y')$ 项。

近年来发展了多种实时光电混合的联合变换相关器,图 6.3-8 是一种采用两个液晶光阀(LCLV)的光电混合式实时联合变换相关器。一束 He-Ne 激光经针孔滤波和扩束后,由偏振分束镜 BS_2 将其分为两束,作为空间光调制器 LCLV₁ 和 LCLV₂ 的读出光。参考图像由 CCD 摄像机采集后预先存在主计算机内存,目标图像由 CCD 摄像机实时采集,在计算机控制下两个图像显示在监视器左、右两侧,成像透镜 L_1 将其写入 LCLV₁。一束读出光将 LCLV 上的图像读出,经傅里叶变换透镜(FTL₁)变换后在输出平面得到目标图像与参考图像的相关输出。

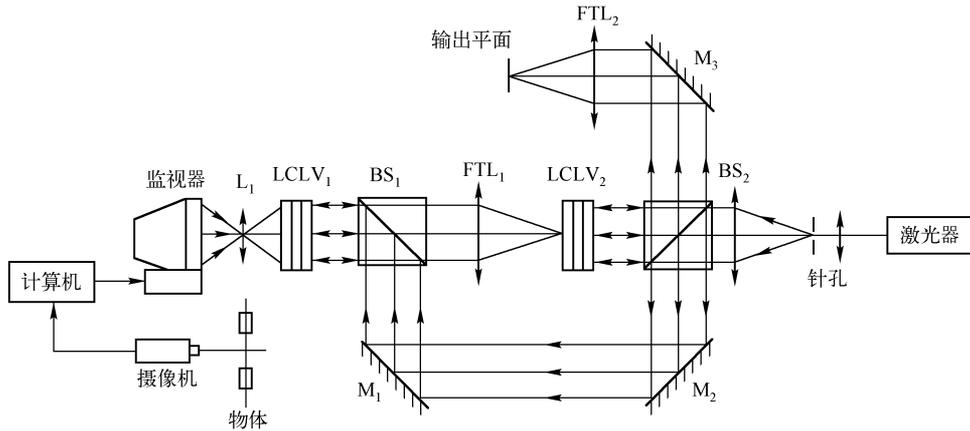


图 6.3-8 光电混合式实时联合变换相关器

类似的联合变换相关器还用于指纹和汉字手写体的实时识别。一种实用铁电液晶(FLC)空间光调制器作为输入和联合谱记录的实时光学联合相关器,可对粒子的位移和速度进行测量。另外还研究了采用二元空间光调制器的联合变换相关器,以及消色差白光联合变换相关器。

6.4 图像复原

图像恢复是图像处理中一个常见的问题,也是在光学信息处理范围内得到广泛研究的一

个问题。所谓的图像恢复是指恢复一个被已知的线性空间不变点扩散函数模糊的图像。相干光学信息处理的一项有趣的应用是模糊图像的复原。在成像过程中,由于成像系统的像差、目标和底片的相对运动、大气扰动等因素造成模糊的像,模糊的原因可以归结为系统传递函数的缺陷。如果在相干光学滤波系统中,从频谱平面对系统传递函数做适当补偿,将在输出平面上得到清晰像,这一处理过程称为消模糊。

6.4.1 逆滤波器

设物的光场分布为 $f(x, y)$, 造成模糊像的点扩散函数为 $h_1(x, y)$, 则像的光场分布可以表示为

$$g(x, y) = f(x, y) * h_1(x, y)$$

消模糊实际上是解卷积的过程。在空域解卷积十分困难, 但相干光处理所提供的频域滤波能力却使这一过程变得十分简单。将模糊图像置于 $4f$ 系统的输入平面上的谱分布为

$$G(\xi, \eta) = F(\xi, \eta) H_c(\xi, \eta) \quad (6.4-1)$$

式中, $F(\xi, \eta)$ 是物的频谱; $G(\xi, \eta)$ 是像的频谱; $H_c(\xi, \eta)$ 是带有系统缺陷的相干传递函数, 即 $h_1(x, y)$ 的傅里叶变换, 在理想情况下, $H_c(\xi, \eta) = 1$ 。由此可见, 若在 $4f$ 系统的频谱面是用一个透射系统为 $H(\xi, \eta) = 1/H_c(\xi, \eta)$ 的逆滤波器进行滤波的, 就可在输出面上得到消模糊的像, 即

$$G(\xi, \eta) \frac{1}{H_c(\xi, \eta)} = F(\xi, \eta) H_c(\xi, \eta) \frac{1}{H_c(\xi, \eta)} = F(\xi, \eta) \times 1 \quad (6.4-2)$$

这时传递函数为 1, 输出像与输入的理想像完全一样。

因为

$$H(\xi, \eta) = \frac{1}{H_c(\xi, \eta)} = \frac{H_c^*(\xi, \eta)}{|H_c(\xi, \eta)|^2} \quad (6.4-3)$$

所以逆滤波器的制作可分两步进行: 第一步制作 H_c^* 滤波器, 第二步制作 $1/|H_c|^2$ 滤波器。使用时将二者叠合在一起便得到了逆滤波器。

制作 H_c^* 可用全息法, 即范德拉格特光路由 $h_1(x, y)$ 制作 H_c^* , 显然要预先知道 $h_1(x, y)$, 这是问题的关键。

制作 $1/|H_c|^2$ 滤波器可用普通照相方法, 在 $h_1(x, y)$ 的频谱面上拍照它的频谱像, 小心处理使照相干板的 $\gamma = 2$ 。这样, 滤波器的光密度分布与 $|H_c|^2$ 成比例, 透过率则与 $1/|H_c|^2$ 成比例。

将这两个滤波器对正紧贴在一起就到了逆滤波器。由于胶片动态范围的限制, 使得只能得到近似的逆滤波函数。此外, 逆滤波过程与成像过程一样, 也受到系统空间带宽积的限制, 因此期望用逆滤波的办法实现超越衍射极限的复原是不现实的。

例 6.4-1 摄影时由于不小心, 在横向抖动了 $2a$, 形成两个像的重影, 设计一个改良此照片的逆滤波器。

解: 在此情况下造成成像缺陷的点扩散函数为

$$h_1(x, y) = \delta(x + a) + \delta(x - a)$$

它的傅里叶变换(即有成像缺陷的系统)的传递函数为

$$\begin{aligned} H_c(\xi, \eta) &= \mathcal{F}\{h_1(x, y)\} = \mathcal{F}\{\delta(x + a) + \delta(x - a)\} \\ &= \exp(j2\pi a \xi) + \exp(-j2\pi a \xi) = 2\cos(2\pi a \xi) \end{aligned}$$

逆滤波器的透过率函数为

$$H(\xi, \eta) = \frac{1}{H_c(\xi, \eta)} = \frac{1}{2\cos(2\pi a \xi)}$$

6.4.2 维纳滤波器

在检测到的图像中,不可避免地还有噪声出现。逆滤波器极大地增强了那些信噪比最差的频率成分,结果使得在恢复的图像中通常是噪声占优势。现在采用一种成像过程的新模型,它明确地考虑到噪声的存在。若记录图像带有噪声 $n(x, y)$, 可以表示为

$$f(x, y) = f_0(x, y) * h(x, y) + n(x, y)$$

假设噪声可以看做遍历性随机过程,由于物体 f_0 本身有待于从模糊像中复原,故也可看做遍历性随机过程。假设两者不相关,并假定已知物体和噪声的功率谱密度分别为 $p_0(\xi, \eta)$ 和 $p_n(\xi, \eta)$ 。由模糊图像 f 经过处理得到复原图像 f' 。真实物体和复原图像的均方差定义为

$$\text{MSE} = \varepsilon \{ |f_0 - f'|^2 \}$$

式中, ε 表示取平均运算。使均方差最小的最佳滤波器的滤波函数是

$$H_w(\xi, \eta) = \frac{H_c^*(\xi, \eta)}{|H_c(\xi, \eta)|^2 + \frac{p_n(\xi, \eta)}{p_0(\xi, \eta)}}$$

这种滤波器称为 Wiener 滤波器,或最小均方差滤波器。式中 $H_c(\xi, \eta)$ 为导致图像模糊的传递函数。

当信噪比很高,即 $(p_n/p_0 \ll 1)$ 时,最佳滤波器就变为逆滤波器

$$H(\xi, \eta) = \frac{H_c^*(\xi, \eta)}{|H_c^*(\xi, \eta)|^2} = \frac{1}{H_c(\xi, \eta)}$$

当信噪比很低,即 $(p_n/p_0 \gg 1)$ 时,则得到强衰减的匹配滤波器

$$H(\xi, \eta) \approx \frac{p_0}{p_n} H_c^*(\xi, \eta)$$

6.5 合成孔径雷达

合成孔径雷达(synthetic aperture radar,简称 SAR),是 20 世纪 50 年代出现的一种装载在飞机上的制图雷达。初期的合成孔径雷达是用电子学处理来获得图像的,后来利思(Leith)等人采用光学方法处理,从合成孔径雷达所收集到的数据中绘制出高分辨率地形图,这是光学信息处理技术早期最成功的应用之一。

6.5.1 合成孔径概念

合成孔径雷达是通过回波信息处理,能够将分辨率提得很高的雷达。

参看图 6.5-1,我们来研究以匀速 v_a 沿 x 方向的直线航线飞行的飞机携带的一具雷达系统。假定雷达的作用是要得到航线的邻近地域的一幅高分辨率的地形反射率地图。为绘制出正确的地形图,飞机前进方向(x 方向)和与之垂直的沿地面方向的两个方向上,都必须具有较高的清晰度。与前进方向相垂直方向的清晰度,能够以脉冲方法简单获得,即通过发射脉冲雷达信号并记录接收到的作为时间函数的回波,可以分辨出离开航线的距离。前进方向的清晰度只有使用方位范围极窄的雷达波束才能得到。为了使雷达波束的

方位范围变窄,一般说来,必须加大天线孔径尺寸。例如,一个线度大小为 D 的天线在距离 r_0 处所能得到的方位分辨率(对应前进方向的清晰度)大致为 $\lambda_r r_0 / D$ 。因为微波波长 λ_r 比光波波长要大几个数量级,因此要得到与光学测量系统相比较的分辨率,天线就要数百米或数千米,那是不可能实现的。

合成孔径技术提供了解决这个问题的一种办法。合成孔径雷达的原理是机载一小天线(见图 6.5-1),飞行过程中,在图中各“×”点所示位置处向侧向发射一脉冲波束(故又称侧视雷达),波束随飞机扫过一条形地带,在各个位置处接收并记录(存储)被地面反射回来的回波的振幅和位相。这样,用一个小的探测天线在孔径面上一边移动一边记录波面(即用小天线阵列来合成一个大天线,这个小天线阵列又是用机载小天线的运动来实现的),也就是用一个小天线合成一个大天线,取得等价于大孔径的信息,以达到高的分辨。

合成孔径雷达发射的信号最简单的是时间 τ 极短的矩形脉冲,用微波波段(例如频率 $\nu_r = 8000 \sim 9000\text{MHz}$, 波长 $\lambda_r \approx 3\text{cm}$) 的连续正弦波载波发射,合成波形如图 6.5-2 所示。在距离向利用发射波形的脉冲性质;在航向利用连续正弦波性质。

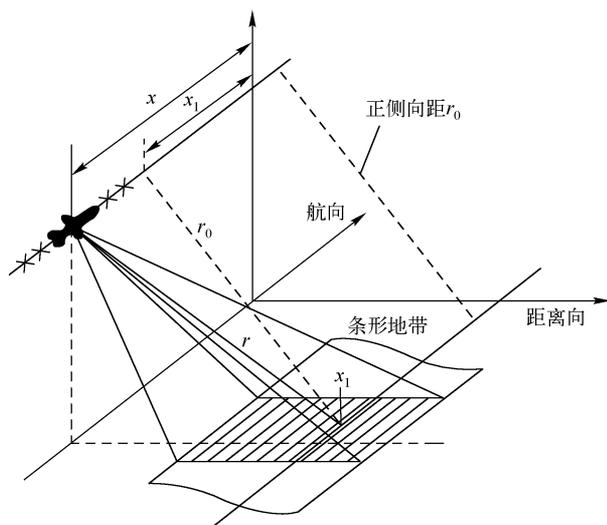


图 6.5-1 合成孔径几何关系

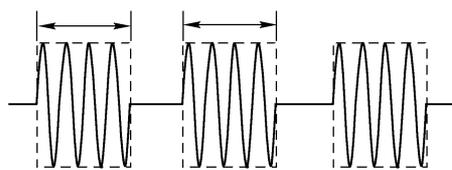


图 6.5-2 发射波形

6.5.2 航向信息的记录

1. 信号发射与接收回波

要详细地考察信号收集过程,仍然考虑图 6.5-1 所示的几何关系。用坐标 x 代表沿航线的距离,为了简单起见,我们假定在坐标 x_1 处有单个的点散射体,它与航线的距离为 r_0 。为了更进一步简化,假定雷达发射的波形是频率为 ν_r 的稳定正弦波,实际发射信号的脉冲特性产生的结果不过是对所假设的正弦信号进行周期性抽样。发射机发射连续的正弦波信号 $\cos(2\pi\nu_r t)$,从所设的点散射体返回飞机的回波信号是

$$S_1(t) = a_1 \cos 2\pi\nu_r \left(t - \frac{2r}{c} \right) \quad (6.5-1)$$

式中, ν_r 为雷达的射频频率; r 是图 6.5-1 中某一点 x_1 到雷达的距离,亦称斜距; c 是光速; a_1

为常数,其值取决于 x_1 点的反射率和衰减因子等。设图 6.5-1 中飞机的航向坐标为 x ; x_1 点的航向坐标为 x_1 , x_1 点离飞机的正侧向距离为 r_0 , 则

$$r = \sqrt{r_0^2 + (x - x_1)^2} \approx r_0 + \frac{(x - x_1)}{2r_0} \quad (6.5-2)$$

于是回波信号为
$$S_1(t) = a_1(x_1, r_0) \cos\left[2\pi\nu_r t - \frac{4\pi r_0}{\lambda_r} - \frac{2\pi(x - x_1)^2}{\lambda_r r_0}\right] \quad (6.5-3)$$

可见,回波信号经历了平方项的相位调制。又 $x = v_a t, x_1 = v_a t_1$ (v_a 是飞机的飞行速度),故上式还可写成

$$S_1(t) = a_1(x_1, r_0) \cos\left[2\pi\nu_r t - \frac{4\pi r_0}{\lambda_r} - \frac{2\pi v_a^2 (t - t_1)^2}{\lambda_r r_0}\right] \quad (6.5-4)$$

式(6.5-3)所表示的回波信号正是在全息中遇到过的按平方律变化的相位函数,是中心在 $x = x_1$ 的一维波带片或圆柱形波带片的数学表达式。回波信号不仅是时间的函数,还是空间坐标 r_0, r_1 的函数。为了方便地用 r_0 和 x_1 表示地面不同目标点的位置,可将其下标换成变量,写为 r_m, x_{mn} 。于是, r_m 表示地面上平行于飞机航线的第 m 条直线与航线的距离, x_{mn} 表示第 m 条直线上第 n 个目标物点的位置。将 r_m, x_{mn} 代入式(6.5-3),即得不同目标点产生回波的线性叠加。如果仅对 n 求和,则表示地面上与航线相距为 r_m 的那条直线上不同目标物点的回波场的叠加,即

$$S(t) = \sum_n S_n(t) = \sum_n a_{mn} \cos\left[2\pi\nu_r t - 2k_r r_m - \frac{k_r}{r_m} (x - x_n)^2\right] \quad (6.5-5)$$

式中, $k_r = 2\pi/\lambda_r$, x 是飞机的坐标。

2. 雷达信号的记录

由于雷达回波频率很高,不便于胶片分辨,因此在记录前先对回波信号做一些处理。如图 6.5-3 所示,由天线接收的回波信号,通过环形器馈至放大器,经放大器的回波信号与参考信号混频,通过检波后被同步解调而变成频率比载频低的视频信号,其典型值为 100 MHz。设视频频率为 ν_e ,现将解调的信号表示为

$$S'(t) = \sum_n a_{mn} \cos\left[2\pi\nu_e t - 2k_r r_m - \frac{k_r}{r_m} (x - x_n)^2\right] \quad (6.5-6)$$

将解调的视频信号用于调制示波管的扫描栅,扫描栅只沿一条线扫描。用会聚透镜将示波管屏上的像投射到摄影胶片上,该胶片沿着垂直于扫描栅扫描方向移动。用发射脉冲的时间同步信号控制扫描栅开始扫描,由 S 点移向 Q 点。当回波信号到达时,扫描栅的强度增大,如此在屏幕上的 R 点处变亮,则 SR 表示从发射到目标一个来回所需的时间。 r_m 越大, SR 就越长;目标物反射率越大, R 点就越亮。这样一来,回波脉冲信号以光强调制扫描线显示在阴极射线管上。这条扫描线上的每一个点代表一个距离 r_m 处收集到的一个数据抽样。这些点的轨迹在照相底片上被记录成一条竖直线,即记录下了距离信息,下一个脉冲记录在相邻位置上。如此继续下去,就可把携带地球表面物体信息的微波时变信号转换成编码的空间信号。例如在距离 r_0 处有一个目标物点,则在记录好的底片上对应于距离 r_0 处的振幅透过率将沿横向的 x 方向起伏,起伏的规律与一维波带片或柱形波带片的形式相同。

3. 透明编码胶片的聚焦性质

先对式(6.5-6)做一些改造。式(6.5-6)是一个方位信息表达式,式中的 r_m 是一个确定的参数,求和是针对某一距离上的各目标点的,故可略去常数相位项 $2k_r r_m$, 并利用 $t = x/v_e$ 消去

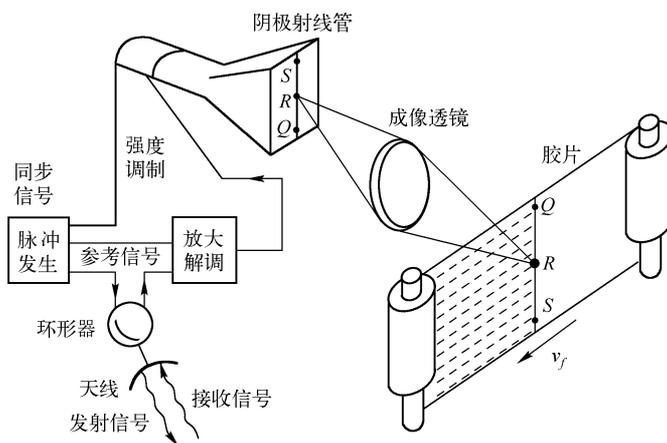


图 6.5-3 雷达信号记录

t , 于是得

$$S'(x) = \sum_n a_{mn} \cos \left[2\pi \xi' x - \frac{k_r}{r_m} (x - x_n)^2 \right] \quad (6.5-7)$$

式中, 空间频率 $\xi' = v_e/v_a$ 。此外还要注意, x 是飞机的空间位置, 每秒变化上百米, 每个信号所存在的实际范围很大。因此, 我们必须引入一个比例系数 p , 它等于飞机的飞行速度 v_a 与胶片运动速度 v_f 之比, 即 $p = v_a/v_f$ 。将式(6.5-6)中的 x 用 px 代替得

$$S'(x) = \sum_n a_{mn} \cos \left[2\pi \xi x - \frac{k_r p^2}{r_m} \left(x - \frac{x_n}{p} \right)^2 \right] \quad (6.5-8)$$

式中, $\xi = \xi'/p = v_e/v_f$, 为空间载频。现在这个记录长度的数量级为毫米或厘米, 因此适合输入到光学系统中。

下面研究胶片的处理问题。我们仍然只注意一个固定的距离 r_0 , 因而只考虑沿水平直线 $y = y_1$ (例如 SR) 记录在胶片上的数据。只要曝光适当注意, 接收信号随方位角的变化过程就形成一张照相记录, 其振幅透过率为

$$t(x, y_1) = t_b + \sum_n a(x_n, y_1) \cos \left[2\pi \xi x - \frac{k_r p^2}{r_m} \left(x - \frac{x_n}{p} \right)^2 \right] \quad (6.5-9)$$

式中, t_b 是为了便于记录双极性视频信号而引入的偏置透过率。

将方程式(6.5-9)中的余弦函数分解成两个复指数因子, 那么透过率可以表示成偏置透过率 t_b 和以下两项之和

$$t_\alpha(x, y_1) = \frac{1}{2} \sum_n a(x_n, y_1) \exp \left\{ j \left[2\pi \xi x - \frac{k_r p^2}{r_m} \left(x - \frac{x_n}{p} \right)^2 \right] \right\} \quad (6.5-10)$$

$$t_\beta(x, y_1) = \frac{1}{2} \sum_n a^*(x_n, y_1) \exp \left\{ -j \left[2\pi \xi x - \frac{k_r p^2}{r_m} \left(x - \frac{x_n}{p} \right)^2 \right] \right\} \quad (6.5-11)$$

若只注意各个散射点中的一个, 例如指标 $n = N$ 的那一个, 则 t_α 的分量是

$$t_\alpha^{(N)}(x, y_1) = \frac{1}{2} \sum_n a(x_N, y_1) \exp(j2\pi \xi x) \exp \left[-j \frac{k_r p^2}{r_m} \left(x - \frac{x_N}{p} \right)^2 \right] \quad (6.5-12)$$

第一个指数因子的相位与坐标 x 成线性关系, 它只是使透射光中的一个波面发生简单的倾斜。对透明编码平面的倾角 θ 由

$$\sin\theta = \lambda_0 \xi \quad (6.5-13)$$

确定,其中 λ_0 是照明胶片的再现光波的波长。

至于第二个指数因子,它是一个中心在 $x = x_N/p$ 的一维波带片或圆柱波带片的表达式。将这个式子与圆柱透镜的透过率函数

$$t_p(x) = \exp\left[-j \frac{\pi}{\lambda_0 f} (x - x_0)^2\right] \quad (6.5-14)$$

相比,可得这个一维波带片的焦距为

$$f = \frac{\lambda_r r_m}{2\lambda_0 p^2} \quad (6.5-15)$$

类似地, t_β 的第 N 个分量为

$$t_\beta^{(N)}(x, y_1) = \frac{1}{2} a^*(x_N, y_1) \exp(-j2\pi\xi x) \exp\left[j \frac{k_r p^2}{r_m} \left(x - \frac{x_N}{p}\right)^2\right] \quad (6.5-16)$$

第一个因子引起的往反方向的倾斜,即倾角为 $-\theta$,而第二个因子等同于一个焦距为负的一维波带片或负圆柱透镜的透过率,透镜中心仍在 $x = x_N/p$ 处,其焦距大小仍由式(6.5-14)给出。

图 6.5-4 示出了单个散射点情形下透射光的三个分量。 t_b 为直透光; $t_\alpha^{(N)}$ 表示倾斜出射的会聚光,成一实像点; $t_\beta^{(N)}$ 是与 $t_\alpha^{(N)}$ 对称的方向上出射的发散光,呈现一虚像点。 $t_\alpha^{(N)}$ 和 $t_\beta^{(N)}$ 是目标散射点方位角方向上的一对像点。

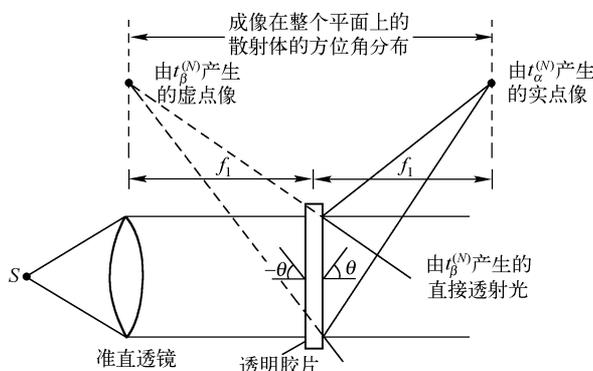


图 6.5-4 编码片上 $y = y_1$ 的一维再现像

注意,由式(6.5-15)可知, x 方向的一维波带片的焦距与 r_m 成线性关系,又因 r_m 已转换成编码透明片上的 y 坐标,即波带的焦距与 y 坐标成线性关系。整个编码透明片犹如一个锥面透镜。当用平行光照明这个透明胶片时,近距离信号的再现像距小,远距离信号的再现像距大,因此再现像位于一个倾斜平面上。

另外,在 x 为常量,即与 yz 平面平行的截面内,透明编码胶片的再现光是不聚焦的。因为圆柱透镜或圆锥透镜沿母线方向是没有聚焦能力的。

在距离飞机航向为 r_0 的地表直线上有许多目标散射点,在光学处理阶段,每一个散射点都要产生自己的一对实像点和虚像点。目标散射点的相对方位决定了编码透明片上的一维波带片中心的相对位置,因此目标散射点的相对方位信息就贮存在相应像点的相应位置中。这样,距离 r_0 上散射点的方位角分布的一个完整的像便将在透明胶片后一个适当的平面上再现出来。

4. 最后像的形成

我们最终的目的是构成一个像,它不仅显示目标散射点随方位角的分布,而且也显示它们

随距离的分布。一个散射点的距离坐标在胶片上已变换成散射点在方位角变化过程中的 y 坐标,因此必须把胶片透过率在 y 方向的变化直接成像到方位角信号的像平面上。这个任务是相当复杂的,因为方位变化的焦距是距离 r_m 的函数,因此依赖于所考虑的具体 y 值。为了构成最后的雷达地图,显然必须把透过率在 y 方向的变化成像到方位角像点所在的一个倾斜平面上。为了完成这个任务,需要设计一个补偿畸变的系统,它能对焦距随距离的变化进行校正,并且使每个像点在每一个方向上都聚焦到同一个位置上,或者等价地说,这个补偿系统使该倾斜平面不倾斜,使它与准确的距离成像面重合。

出现最早也是最容易理解的一种系统如图 6.5-5 所示。它由一个球面透镜,一个柱面透镜和一个锥面透镜组成。锥面透镜对着透明编码片紧贴放置,它沿着 x 方向的任一截面都是一个圆柱透镜,这样的选择可使它的正焦距与对应的那个距离的波带片的负焦距大小相等、符号相反。既然这些一维波带片的焦距与距离成正比,则补偿透镜的焦距必须与 y 成线性关系,所以用锥面透镜,在每一个距离上的虚像被锥面透镜再成像到无穷远处,这样尽管不便于定位但倾斜平面却被摆正了。然后,用一个柱面透镜把准确的距离平面即编码透明胶片平面成像到无穷远,为此将编码胶片放在柱面透镜的前焦面上,柱面透镜的取向要使其聚焦沿着 y 方向。这样,柱面透镜就可以把距离信号平面成像到无穷远处。再用一块普通的球面透镜将已校正好的像从无穷远处再次成像到球面透镜的后焦面上。图 6.5-6 是图 6.5-5 的顶视图和正视图。

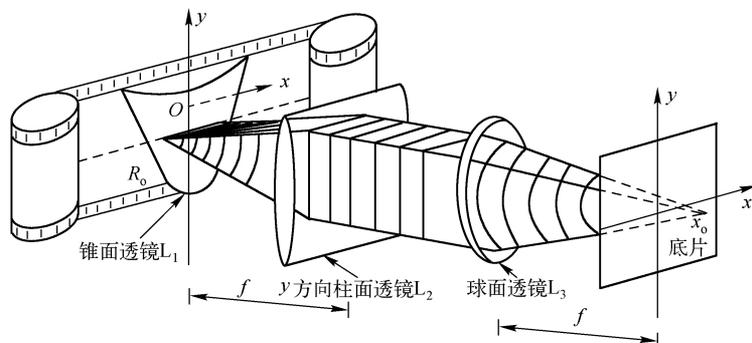


图 6.5-5 锥面透镜的光学处理机

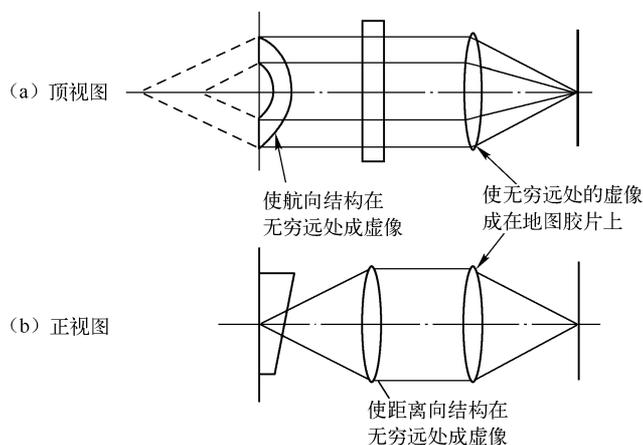


图 6.5-6 成像光学系统的顶视图和正视图

6.6 照相胶片

光学全息和光学信息处理中的常用记录介质是照相胶片,虽然前面的内容已多次涉及到它,但并未讨论它的基本性质,这里做一些简单介绍。

6.6.1 H-D 曲线

通常的照相胶片是由大量微小的卤化银晶粒悬浮在明胶衬底上构成的,而明胶衬底又附着在一层坚实的片基上,片基可以是醋酸盐胶片或玻璃,片基是玻璃的称为干板。当感光材料曝光时,卤化银晶粒吸收光能,并发生复杂的变化而形成金属银的小斑点,称为显影中心或潜影。在显影过程中,这些细小的显影中心会促使整个卤化银晶粒变成金属银沉积下来,而没有曝光或没有吸收足够能量的晶粒则保持不变。定影时可除去未曝光的卤化银晶粒,而留下金属银。金属银粒在可见光范围内是不透明的,显影定影后的胶片或干板的透过率取决于明胶上银粒的密度分布。

用 $I_i(x, y)$ 和 $I_t(x, y)$ 分别表示投射到胶片上某点 (x, y) 附近一个小范围内和透过该小范围内的光强值,该点的阻光率可表示为

$$O(x, y) = \left\langle \frac{I_i(x, y)}{I_t(x, y)} \right\rangle \quad (6.6-1)$$

阻光率 $O(x, y)$ 也称黑度。当然,阻光率是在一定的面积上测得的,故它是一个局域平均值,用 $\langle \rangle$ 表示。胶片上图像的阻光率和透过率 $\tau(x, y)$ 是对应的,可表示为

$$\tau(x, y) = \frac{1}{O(x, y)} = \left\langle \frac{I_t(x, y)}{I_i(x, y)} \right\rangle \quad (6.6-2)$$

阻光率与银粒在光波传播方向上的密度有关。略去反射和吸收损失,可用阻光率描述银粒的密度,称之为光密度,用 D 表示,定义为

$$D = \lg O(x, y) = \lg \frac{1}{\tau} \quad (6.6-3)$$

实验表明,胶片的光密度 D 既与入射光强 I 有关,也与曝光时间 T 有关。 I 和 T 的乘积称为曝光量 E 即

$$E = IT \quad (6.6-4)$$

照相胶片的感光特性,通常用光密度 D 与曝光量 E 的常用对数表示,即 $D-\lg E$ 曲线,称为 $H-D$ 曲线,既赫特(hurter) - 德里菲耳德(Driffield) 曲线。图 6.6-1 为一负片的典型 $H-D$ 曲线。当曝光量低于一定值时,光密度与曝光量无关,并且等于一个极小值,称为灰雾。在曲线的趾部,密度开始随曝光量的对数成线性关系,这一线性区域的斜率称为胶片的 γ 值。最后,曲线在肩部达到饱和,这时随着曝光量的增加光密度基本不变。

$H-D$ 曲线的线性区段是照相术中常用的部分。 γ 值大的胶片称为高反差胶片, γ 值小的胶片称为低反差胶片。 γ 值的大小与乳剂类型、显影剂种类和显影时间有关。若胶片、显影剂和显影时间选择得当,可相当精确地得到预先指定的 γ 值。

6.6.2 胶片用于非相干光学系统中

在许多应用中,胶片可以看成是一个将曝光时的入射光强分布 I 变换为显影后的透射光

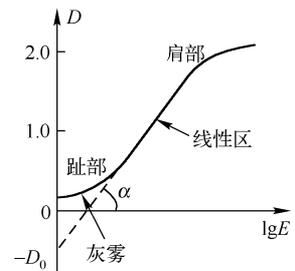


图 6.6-1 负片的 $H-D$ 曲线

强分布 I_1 的元件。这种观点特别适用于把胶片当做非相干光学系统的元件。

设胶片是在线性区段中使用的,因而光密度 D 可写成

$$D = \gamma_1 \lg E - D_0 = \gamma_1 \lg(IT) - D_0 \quad (6.6-5)$$

式中, γ_1 是曲线线性区段的斜率, $-D_0$ 是曲线的直线部分的延长线与 D 轴交点的光密度值, 下标 1 表示我们讨论的是负片。由式(5.6.3)得

$$\lg \tau_1 = -\gamma_1 \lg(IT) + D_0$$

$$\tau_1 = 10^{D_0} (IT)^{-\gamma_1} = K_1 I^{-\gamma_1} \quad (6.6-6)$$

式中, $K_1 = 10^{D_0} T^{-\gamma_1}$ 是正常数。无论 γ_1 取何值, 上式给出的负片的强度透过率与曝光光强之间的关系总是非线性的。为了得到线性关系, 需要通过接触翻印, 得到一张正片, 办法是用第一张负片紧贴在另一张未曝光的胶片上, 用强度为 I_0 的非相干光照射。第二张胶片上的曝光光强为 $\tau_1 I_0$, 它的强度透过率为

$$\tau_p = K_2 (I_0 \tau_1)^{-\gamma_2} = K_2 K_1^{-\gamma_2} I_0^{-\gamma_2} I^{\gamma_1 \gamma_2} = K_p I^{\gamma_p} \quad (6.6-7)$$

式中, $K_p = K_2 K_1^{-\gamma_2} I_0^{-\gamma_2}$ 是常数。 $\gamma_p = \gamma_1 \gamma_2$ 是两个过程的总 γ 。显然, 只有在 $\gamma_p = 1$ 的特殊情况下, 正片的强度透过率与曝光光强才成正比, 把它放入非相干系统, 就实现了对强度的线性变换。

6.6.3 胶片用于相干光学系统中

在相干光学系统中, 复振幅是系统传递的基本量。要求胶片能将曝光期间的入射光强变换成显影后透射光的复振幅, 或者使胶片曝光的光波本身为相干光, 则要求将曝光期间入射光的复振幅变换成显影后透射光的复振幅。因此, 一张透明片必须用其复振幅透过率 t 来描述。当然, 最好是把 t 简单地定义成 τ 的平方根值, 但这个定义忽略了光波通过胶片时产生的相对相移。这种相移是由胶片的厚度变化引起的, 而厚度的变化, 一方面是胶片片基厚度的随机变化, 另一方面是厚度随着显影后透明片的银粒密度发生变化。因此, 胶片的振幅透过率的完备描述应当写成

$$t(x, y) = \sqrt{\tau(x, y)} \exp[j\varphi(x, y)] \quad (6.6-8)$$

式中, $\varphi(x, y)$ 是胶片引起的相位移。为了消除相移的影响, 利用一个叫液门的器件, 它由两块光学平板组成, 在两块平板之间夹入透明胶片和折射率匹配油, 如图 6.6-2 所示。油的折射率必须折中选择, 这是因为油的折射率不可能同时与片基、乳胶和玻璃的折射率相同。但做适当选择后, 可以使通过液门的光程接近常数, 这时有

$$t(x, y) = \sqrt{\tau(x, y)} \quad (6.6-9)$$

对于负片和正片分别利用式(5.6.6)和式(5.6.7), 得

$$t_1 = k_1 I^{-\gamma_1/2} = k_1 |u|^{-\gamma_1} \quad (6.6-10)$$

$$t_p = k_p I^{\gamma_p/2} = k_p |u|^{\gamma_p} \quad (6.6-11)$$

式中, u 是曝光期间入射光的复振幅, $k_1 = \sqrt{K_1}$, $k_p = \sqrt{K_p}$ 。

显然, 在两步过程中只要让 $\gamma_p = \gamma_1 r_2 = 2$, 胶片的复振幅透过率将与曝光光强 I 成线性关系, 我们称之为平方律作用。在前面已经讨论过的全息照相和相干光处理以及应用中, 我们总是希望胶片能按平方律对复振幅进行变换。

事实上, 任意 γ 值的正片或负片都能在有限动态范围内得到平方律作用, 也就是说, 在相

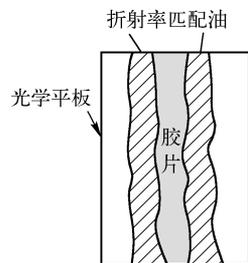


图 6.6-2 消除胶片厚度变化的液门

干系统中也可以不用 $H-D$ 曲线,而直接用振幅透过率对曝光量的关系曲线(即 $t-E$ 曲线)。图 6.6-3 示出了负片的典型复振幅透过率与曝光量的关系曲线。在线性区,有

$$t(x,y) = t_0 + \beta E(x,y) = t_0 + \beta' I(x,y) \quad (6.6-12)$$

式中, t_0 为常数, β 是曲线的直线区段的斜率, $\beta' = \beta T$ 。对于负片, β 和 β' 均为负值。

通常情况下,记录时控制好平均曝光量,使胶片偏置到 $t-E$ 曲线最大线性区内的一个工作点上,则在一定动态范围内,将给出入射光强对显影后的振幅透过率的线性变换,即

$$t(x,y) = t_b + \beta(E - E_b) = t_b + \beta' \Delta I(x,y) \quad (6.6-13)$$

式中, t_b 为偏置透过率, ΔI 表示光强变化量。应当指出,能够得到的最大动态的偏置点,一般都落在相应 $H-D$ 曲线的趾部附近。

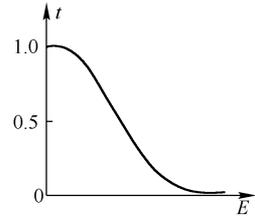


图 6.6-3 负片的 $t-E$ 曲线

6.7 非相干光学处理

非相干光学处理是指采用非相干光照明的信息处理方法,系统传递和处理的基本物理量是光场的强度分布。早期的光学处理多属于非相干光学处理,由于光场的非相干性质,输入函数和脉冲响应都只能是非负的实函数。对于大量双极性的输入和脉冲响应,处理起来比较困难。激光出现后,相干系统具有一个物理上的频谱平面,可以实现傅里叶变换运算,大大增加了处理的灵活性。又由于全息术的推动,使相干光学处理的研究极为活跃,一度曾使非相干处理技术相形失色。但是多年的实践表明,相干处理系统的突出问题是相干噪声严重,导致对系统元件提出较高要求;而非相干处理系统由于其装置简单,又没有相干噪声,因而再度受到广泛的重视。

6.8 节将介绍一类新的处理方法,它采用非相干光源照明,但采取了一些提高空间相干性和时间相干性的措施,从而在某种程度上既保留了相干处理系统对复振幅进行运算的能力,又增加了处理的灵活性,已受到越来越多的重视。

6.7.1 相干与非相干光学处理

1. 相干与非相干光学处理的比较

我们把一张透明图片作为一个线性系统的输入,当用相干光照明它时,图片上每一点的复振幅均在其输出面上产生相应的复振幅输出。整个输出图像是这些复振幅的线性叠加,即

$$U(x,y) = \sum_i U_i(x,y) \quad (6.7-1)$$

也就是合成复振幅满足复振幅叠加原则。然而人眼、感光胶片或其他接收器可感知的是光强,即合成振幅绝对值的平方

$$\begin{aligned} I(x,y) &= |U(x,y)|^2 = \left| \sum_i U_i(x,y) \right|^2 \\ &= \sum_i |U_i(x,y)|^2 + \sum_{i \neq j} U_i(x,y) U_j^*(x,y) \\ &= \sum_i I_i + \sum_{i \neq j} U_i(x,y) U_j^*(x,y) \end{aligned} \quad (6.7-2)$$

对于完全非相干系统,输入图像上各点的光振动是互不相关的,每个点源发出的光是完全独立

的,或者说是完全随机的,其振幅和初位相均随时间做随机变化。而观察是对时间的平均效应。这样一来式(6.7-2)中的第二项,在非相干情况下其平均值为零,即有

$$I(x,y) = \sum_i I_i(x_i,y_i) \quad (6.7-3)$$

由此可知,非相干光处理系统是强度的线性系统,满足强度叠加原则。

因此,相干光处理与非相干光处理系统的基本区别在于,前者满足复振幅叠加原则,后者满足强度叠加原则。显然,复振幅可取正负或其他复数值。这样一来,相干光处理系统有可能完成加、减、乘、除、微分和卷积积分等多种运算。特别是能利用透镜的傅里叶变换性质,在特定的频谱面上提供输入信息的空间频谱,在这个频谱面上安放滤波器,可以方便而巧妙地进行频域综合,实现空间滤波。而在非相干光学处理系统中,光强只能取正值。故相干光学处理信息的能力比非相干光学处理系统要丰富得多,这就是为什么一般采用相干光而不是非相干光进行信息处理的主要原因。

然而,相干光学处理也有几个固有缺点。

(1) 相干噪声和散斑噪声问题。在光学系统中(如透镜、反射镜和分束器等)不可避免地存在一些缺陷,如气泡、擦痕以及尘埃、指印或霉斑等。当用相干光照明时,这些缺陷将产生衍射,而这些衍射波之间又会互相干涉,从而形成一系列杂乱条纹与图像重叠在一起,无法分开。这就是所谓相干噪声。

另外,当用激光照明一个漫射体时,物体表面上各点反射的光在空间相遇而发生干涉。由于漫射物体表面的微观起伏与光波长相比是粗糙的,也是无规的,因而这种干涉也是无规的。当用相干光照明漫射物体时,这个物体看上去总是麻麻点点的,这就是散斑噪声。

由于以上两种噪声的存在,因此相干光处理的图像总是斑纹重叠,结果不令人满意,有时甚至会把信号淹没。噪声问题成了相干光信息处理发展的严重障碍。

(2) 输入和输出上存在的问题。由于信息是以光场复振幅分布的形式在系统中传递和处理的,这就要求把输入图像制成透明片,然后用激光照明。这就排除了直接使用阴极射线管(CRT)和发光二极管(LED)阵列作为输入信号的可能性。实际应用中的信号大多是以这种非相干方式提供的,现在已广为使用的光学与电子学混合处理系统,可以直接使用这类非相干信号。

(3) 激光是单色性极好的光源,因此,相干处理系统原则上只能处理单色图像,对彩色图像的处理几乎无能为力。

2. 非相干光学处理系统的噪声抑制

非相干光学处理系统对噪声的抑制作用,是从通信理论中的多余通道的概念发展而来的。例如发送某个信号用了 N 个信息通道(如同同时用几路电话通道来传送一个电话),那么第 i 个通道的输出信号为

$$a_i = s + n_i \quad (6.7-4)$$

式中, n_i 为第 i 个通道上的噪声,不同通道上的噪声是不同的; s 为信号,它对所有的通道都是相同的。这样,总的输出信号为

$$I = E \left\{ \left(\sum_{i=1}^N a_i \right)^2 \right\} \quad (6.7-5)$$

这里的 $E\{\}$ 表示对集合求平均。把式(6.7-4)代入式(6.7-5)得

$$I = N^2 s^2 + 2Ns \sum_{i=1}^N E\{n_i\} + \sum_{i,j=1}^N E\{n_i n_j\} \quad (6.7-6)$$

由于噪声是完全随机的,其振幅的平均值为零,即 $E\{n_i\} = 0$,而且不同噪声之间互不相关,因此

$$E\{n_i n_j\} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \sigma^2, & i = j \end{cases} \quad (6.7-7)$$

式中, σ^2 为噪声方差, σ 称为标准偏差,代表平均噪声水平。于是

$$I = N^2 s^2 + N\sigma^2 \quad (6.7-8)$$

由以上分析可知,单一通道上的信噪比为 s^2/σ^2 。当引入 N 个通道后,信噪比为 $N^2 s^2/N\sigma^2$ 。因此,多余通道的引用可使输出信噪比提高 N 倍。

关于这一点在光学系统中也容易理解。如图 6.7-1 所示,用三个互不相干的点光源代表单色空间非相干扩展光源。光源放在准直透镜 L_1 前焦面上。显然,不同点光源发出的光经准直透镜后,将通过不同的路径到达像面。由图 6.7-1 中可见,不同路径的光所成的像是相互重叠的,也就是不同通道上的信号是相同的。这就使得光学元件上的尘埃或其表面缺陷对处理的影响微不足道。例如,在图 6.7-1 中的第三通道中,由于透镜表面的尘埃挡掉了来自物体某一部分的信息,但它还可以从另外两个通道传到输出面。另外,即使系统内各处都有尘埃或缺陷,但由于不同的路径所通过的光学系统的区域是不相同的,也就是说不同通道上的噪声分布是不相同的,而这些通道上各光场之间互不相干,故输出平面上的噪声是不同通道上噪声的强度相加,最终的结果就是对噪声的平均。因此,用空间非相干扩展光源可提高输出图像的信噪比。

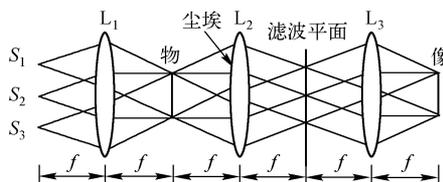


图 6.7-1 扩展光源引入的多余通道

同样也可降低光源的时间相干性(即用多色光)达到相同的目的。例如在白光系统中插入某种光栅结构,由于不同的照明波长,光栅的衍射角各不相同,因此不同波长的光从不同的通道通过光学系统,这与空间相非干光照明情况相类似。因此白光处理系统同样有噪声抑作用。

因此,现在发展的非相干光学处理系统实际上采用的不是完全非相干光,而是部分相干光。其主要思想在于,适当地降低光源的相干性,使该系统不失去相干光学处理的优点,即满足复振幅叠加而不是强度叠加的原则。同时,由于非相干光源的应用,使系统获得了多余通道,从而降低了噪声。因此,这种系统兼有相干光学处理系统与非相干光学处理系统的优点,十分引人注目。

通常用的白光光源,由于灯丝或电弧总有一定大小,是扩展光源,因此它不具备所要求的空间相干性。如果将白光光源通过一个会聚透镜聚焦,焦点就是光源的像,也有一定大小。为获得足够的空间相干性,可以在焦点处放一个针孔,这相当于把一个扩展光源变成了一个点光源,得到了适当的空间相干性,以满足系统进行振幅变换的需要。针孔大小应根据实际要求而定,一般是几十微米到二百微米范围。

6.7.2 基于几何光学的非相干处理系统

1. 成像

实现两个函数的卷积和相关是光学信息处理中最基本的运算,在相干光学处理系统中,这

些运算是通过两次傅里叶变换和频域乘法运算完成的。非相干处理系统由于没有物理上的频谱平面,故不能按照同样的方法处理。但是从空域来看,卷积和相关运算都包括位移、相乘、积分三个基本步骤,采用非相干成像系统也可以完成这些运算。

若把强度透过率为 t_1 的一张透明片在强度透过率为 t_2 的另一张透明片上成像,那么在第二张透明片后面每点的光强都正比于乘积 $t_1 t_2$ 。所以用光电探测器来测量透过两块透明片的总强度时,给出的光电流为

$$I = \iint_{-\infty}^{\infty} t_1(x, y) t_2(x, y) dx dy \quad (6.7-9)$$

图 6.7-2 是实现这一运算的系统,透镜 L_2 将 t_1 以相等大小成像在 t_2 上,而透镜 L_3 将透过 t_2 的一个缩小像投射到探测器上,若使其中一张透明片匀速运动,并把测量的光电流响应作为时间的函数,就可以实现 t_1 和 t_2 的一维卷积。例如,让透明片 t_2 按反射的几何位置放入,使得

式(6.7-9)变成

$$I = \iint_{-\infty}^{\infty} t_1(x, y) t_2(-x, -y) dx dy$$

若使 t_2 在 x 和 y 的正方向分别移动 x_0 和 y_0 ,则 $t_2(-x, -y)$ 变成 $t_2[-(x-x_0), -(y-y_0)] = t_2(x_0-x, y_0-y)$,这时探测器的响应为

$$I(x_0, y_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} t_1(x, y) t_2(x_0-x, y_0-y) dx dy$$

显然光电探测器测得的 $I(x_0, y_0)$ 值是 $t_1 * t_2$ 在 $x = x_0, y = y_0$ 点的卷积值。若使 t_2 沿正 x 方向以速率 v 运动,则光电探测器测得的是随时间变化的 $I(t)$ 值,有

$$I(t) = \iint_{-\infty}^{\infty} t_1(x, y) t_2(vt-x, -y) dx dy$$

上式表示一维卷积运算随 x_0 的变化关系,也就是说用光电探测器对卷积函数扫描,若把 $t_2(x, y)$ 放在能做二维运动的装置上,便可实现对二维卷积函数的扫描。在 x 方向做每次扫描时,沿 y 的正方向有不同位移 y_m ,那么光电探测器的响应为

$$I_m(t) = \iint_{-\infty}^{\infty} t_1(x, y) t_2(vt-x, y_m-y) dx dy, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (6.7-10)$$

即得到完整的二维卷积(虽然在 y 方向是抽样的)。

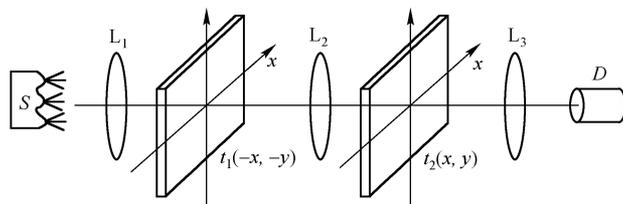


图 6.7-2 实现一个乘积和积分的系统

相关运算与卷积运算的区别在于,两个函数之一没有“折叠”的步骤,所以只要使 t_2 透明片按正向几何位置放入就可实现两者的相关运算。若使 t_2 沿 x 和 y 的负方向移动 x_0 和 y_0 ,则 $t_2(x, y)$ 变成 $t_2(x+x_0, y+y_0)$,于是光电探测器的响应为

$$I(x_0, y_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} t_1(x, y) t_2(x+x_0, y+y_0) dx dy$$

这便是 t_1 和 t_2 在 $x = x_0, y = y_0$ 点的相关值。

利用这种系统可以使模糊图像复原,这时 $t_1(x, y)$ 是模糊图像, $t_2(x, y)$ 是用来消模糊的脉冲响应函数。这种系统也可用做目标识别,这时的 $t_2(x, y)$ 将设计成识别特定目标的掩模板。

2. 无运动元件的卷积和相关运算

为了避免机械扫描的麻烦,可以采用图 6.7-3 所示的系统来实现卷积和相关运算。均匀漫射光源 S 放在透镜 L_1 的前焦面上,透过率为 $f(x, y)$ 的透明片紧贴 L_1 之后放置,在离 $f(x, y)$ 的距离为 d 处,并且透明片 $h(x, y)$ 紧贴透镜 L_2 的前面放置,然后在 L_2 的后焦面上用胶片或二维阵列检测器进行记录。

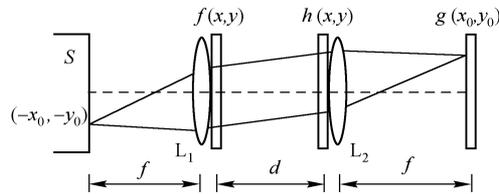


图 6.7-3 实现无运动卷积和相关运算的系统

为了解释这个系统的工作原理,考虑由光源上特定一点 $(-x_0, -y_0)$ 发出的光,经 L_1 后变成平行光;若把第一张透明片投影到第二张透明片上,则通过 L_2 把光束会聚到探测器的 (x_0, y_0) 点;如果假定两个透镜的焦距相同,那么在检测器上的强度分布为

$$g(x_0, y_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} f\left(x - \frac{d}{f}x_0, y - \frac{d}{f}y_0\right) h(x, y) dx dy \quad (6.7-11)$$

这正是所要求的相关。若第一张输入透明片按反射的几何位置放入,则检测器上的强度分布为

$$g(x_0, y_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{d}{f}x_0 - x, \frac{d}{f}y_0 - y\right) h(x, y) dx dy \quad (6.7-12)$$

这正是所要求的卷积。

这种系统的优点是简单易行,缺点是对 $f(x, y)$ 的空间结构越细,得到的相关值误差就越大。因为从 $f(x, y)$ 到 $h(x, y)$ 完全是按几何投影考虑的,完全忽略了结构的衍射,结构越细,衍射越显著,所以用这个系统处理的图像的分辨率将受到限制。

3. 用散焦系统得到脉冲响应的综合

利用散焦系统可以直接综合出一个非负的脉冲响应。图 6.7-4 是实现这种综合的光路。均匀散射光源 S 经 L_1 在输入透明片 $f(x, y)$ 上成像,透镜 L_2 使 $f(x, y)$ 在平面 P' 上 1:1 地成像。具有非负脉冲响应形式的透时片 $h(x, y)$ 直接位于 L_2 的后面,在离像面 Δ 距离的离焦面上,得到系统的输出。

为了解释该系统的工作原理, $f(x, y)$ 上一个单位强度的点光源在 P 平面上的脉冲响应,在几何光学近似条件下,就是 $h(x, y)$ 在 P 面上形成的缩小投影,投影中心的坐标为 $\{a = -[1 + \Delta/(2f)]x, b = -[1 + \Delta/(2f)]y\}$ 。考虑到投影时 $h(x, y)$ 的方向将发生几何反射,于是对点光源的响应为

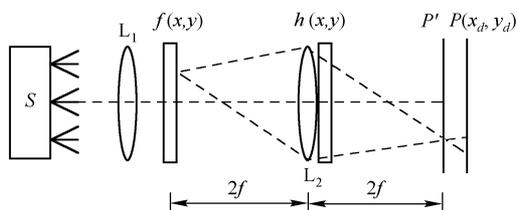


图 6.7-4 散焦系统脉冲响应综合的光路

$$h\left\{-\frac{2f}{\Delta}\left[x_d + \left(1 + \frac{2f}{\Delta}\right)x\right], \frac{2f}{\Delta}\left[y_d + \left(1 + \frac{\Delta}{2f}\right)y\right]\right\}$$

这样,输出点 $(-x_d, -y_d)$ 的强度可以写成卷积积分

$$I(-x_d, -y_d) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) h\left\{\frac{2f}{\Delta}\left[x_d - \left(1 + \frac{\Delta}{2f}\right)x\right], \frac{2f}{\Delta}\left[y_d - \left(1 + \frac{\Delta}{2f}\right)y\right]\right\} dx dy \quad (6.7-13)$$

以几何光学为基础的非相干处理系统有两个明显的限制:一个是由于照明的非相干性质,系统传递和处理的物理量只能是非负的强度分布,给处理双极性信号和综合双极性脉冲响应造成困难;另一个限制是在所有分析过程中均忽略了衍射效应,这实际上是限制了系统处理的信息容量。因为信息容量的增大,意味着透明片上的空间结构变得越来越精细,通过透明片的光就越来越多地被衍射,只剩下越来越少的光遵从几何光学定律,所以输出将偏离按几何关系给出的结果。

6.7.3 基于衍射的非相干处理——非相干频域综合

在相干处理系统中,可以由直接改变变换透镜后焦面上的振幅透过率来综合所需要的滤波运算。当使用非相干照明时,频域综合仍然是可能的,因为非相干系统的光瞳函数和光学传递函数之间存在着一个简单的自相关函数关系。

图 6.7-5 示出了典型非相干空间滤波系统。类似于相干成像系统,非相干系统输入与输出强度分布的关系可以表示为

$$i'(x, y) = i(x, y) * h_l(x, y) \quad (6.7-14)$$

h_l 为系统的强度点扩展函数(PSF),上式的归一化傅里叶变换为

$$I'(\xi, \eta) = I(\xi, \eta) H(\xi, \eta) \quad (6.7-15)$$

式中, I 和 I' 分别为输入和输出强度分布的归一化频谱, $H(\xi, \eta)$ 为系统的光学传递函数(OTF)。非相干空间滤波用于改变输入光强频谱中各频率余弦分量的对比和相位关系,只要根据所需的输入输出关系,在频域综合出所需的 OTF,就可实现各种形式的滤波。

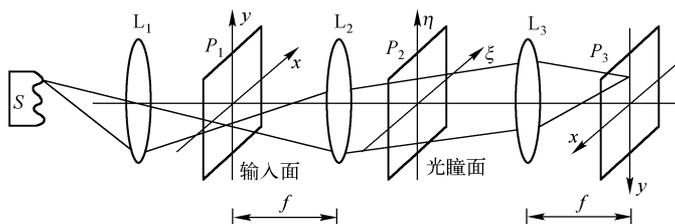


图 6.7-5 非相干空间滤波系统

衍射受限系统的 OTF 等于光瞳函数(即出射光瞳函数,简称光瞳函数)的归一化自相关函

数,即

$$H(\xi, \eta) = \frac{P(\lambda d_i \xi, \lambda d_i \eta) \star P(\lambda d_i \xi, \lambda d_i \eta)}{\iint_{-\infty}^{\infty} |P(u, v)|^2 du dv} \quad (6.7-16)$$

式中, d_i 为系统的出瞳至像面的距离。对半径为 a 的圆形光瞳,其光学传递函数如图 6.7-6 所示。 ρ 为极坐标下的空间频率,曲线在 $\rho=0$ 处有最大值,随着空间频率上升, H 值单调下降,直至截止频率 $\rho_0 = 2a/\lambda d_i$ 。若透镜有像差,则根据像差形式及数值, OTF 曲线的形状将发生变化,但通常在 $\rho=0$ 处取极大值这一点是不变的。因此,由这种光学系统得到的像能够用做截止频率 ρ_0 的低通滤波器。由式 (6.7-16) 可知,根据系统所需的 OTF 设计光瞳函数,频域综合可在光瞳面着手。

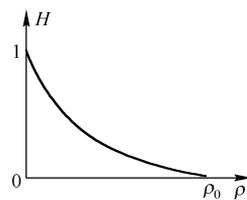


图 6.7-6 圆形光瞳的 OTF

相干系统中有一个物理上的实实在在的频谱面,通常光瞳面与频谱面重合;非相干系统中的关系没有这样直接,光瞳函数与传递函数之间通过自相关相联系。当光瞳面上仅是一个简单孔径时,系统是非相干成像系统,也可看做低通滤波系统。若光瞳面上放置其他形式的滤波器, P 应该等于滤波器的透过率函数。对于滤波器的位置精度要求,不像相干系统那么苛刻。

非相干系统的频域综合存在两个明显缺点。首先,由于 OTF 是自相关函数,频域综合只能实现非负的实值脉冲响应;其次,由所需的传递函数确定光瞳函数的解不是唯一的,如何由 OTF 确定最简单的光瞳函数的步骤现在还不知道。

下面给出非相干频域综合的两个实例。

1. 切趾术

在非相干成像系统中,点物在像面上的响应称为点扩散函数。为说明概念,我们考虑一个单透镜成像系统。若孔径光阑紧贴透镜放置,则孔径光阑也是出瞳。我们知道,凡在照明点源(物点看做照明点源)的像面上接收的衍射场皆为夫琅禾费衍射,故其强度分布就是点扩散函数。若孔径是半径为 a 的圆形,则点扩散函数为

$$h(r) = \left[\frac{2J_1(2\pi ar/\lambda q)}{2\pi ar/\lambda q} \right]^2 \quad (6.7-17)$$

式中, r 为像面上距理想像点的距离; q 为光瞳(出瞳)面到像面的距离,但不是一般意义下的像距; λ 为照明光的波长。这就是艾里斑图样,它的中央是一个亮斑,并围绕以亮暗相间的圆环。艾里斑的中央亮斑占有绝大部分能量,根据瑞利判据,系统的分辨率完全决定于中央亮斑半径。次级亮环的峰值仅是中央峰值的 0.017,可以忽略它的影响。但是,这个分辨率判据仅适合于分辨两个等强度光点的情况。当两个光点强度的差别与艾里斑中央和次极大相当时,次极大的存在将干扰我们判断较弱光点的存在。例如观测天狼星附近很弱的伴星,在其光谱测量中观察弱的附属谱线时,就会遇到这种情况。切趾术就是为了使中央亮斑周围的亮环去掉而采取的一种非相干频域的综合技术。

由于光瞳边界透过率呈阶跃变化,导致次级衍射环的产生。要切去点扩展函数的趾部(次级亮环),应把光瞳的透过率分布改为缓变形式。例如采用高斯型透过率孔径函数(光瞳函数),由于高斯型孔径的夫琅禾费衍射图样仍是高斯型的(即高斯函数的傅里叶变换仍是高斯函数),故点扩散函数仍是高斯型分布,能够满意地消除次级环的影响。从 OTF 的观点看,

这是增大低频的调制传递函数 (MTF) 值, 削弱高频传递能力的结果。图 6.7-7 比较了切趾前后的光瞳函数、点扩散函数和调制传递函数 (光学传递函数的模)。

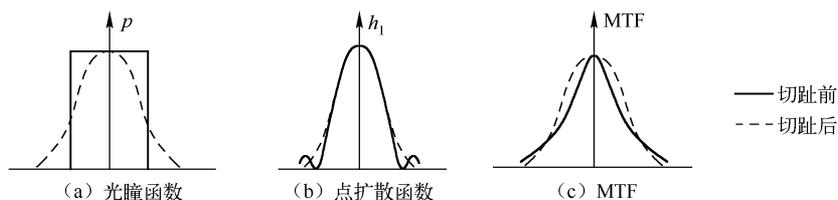


图 6.7-7 切趾术

下面介绍一个具体的结构。图 6.7-8 表示一个望远物镜 L, 孔径光阑 P 紧贴物镜放置。被观察的远方物体在其后焦面上产生的像乃是孔径函数的夫琅禾费衍射图样, 其强度分布如图 6.7-7 (b) 中的实线所示。为了既不增加孔径 P, 又使中央亮斑之外的次极大被切掉, 可在 P 上放入一块玻璃制成的很薄的平行平板 Q, 在其上镀以非均匀的吸收膜层, 使它的振幅透过率从中心到边缘逐渐减小, 呈高斯分布曲线变化, 如图 6.7-7 (a) 的虚线所示。这样, 孔面上光场的分布就由原来的均匀分布变成了高斯分布, 所以后焦面上的衍射斑也就是高斯函数的傅里叶变换了, 它仍然是高斯分布, 如图 6.7-7 (b) 中的虚线所示。中央亮斑的宽度虽然略有变宽, 但它的边缘次极大被切掉了。

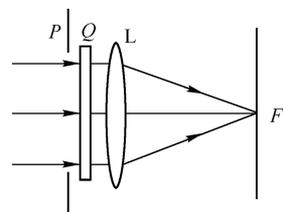


图 6.7-8 切趾术系统

2. 沃耳特 (Wolter) 最小强度检出滤波器

这是一个在光瞳面上建立适当的相位分布, 从而改变系统成像性质的例子。矩形光瞳分成两半, 其中一半蒸镀了产生 π 相位差的透明薄膜, 如图 6.7-9(a) 所示。这种情况下, 光学系统的点扩散函数为

$$\begin{aligned}
 h(x) &= \left| \int_{-u_0}^0 (-1) \times \exp(-j2\pi ux/\lambda f) du + \int_0^{u_0} (+1) \times \exp(-j2\pi ux/\lambda f) du \right|^2 \\
 &= 4u_0^2 \left[\frac{\sin^2(\pi u_0 x/\lambda f)}{\pi u_0 x/\lambda f} \right]^2
 \end{aligned} \tag{6.7-18}$$

图 6.7-9(b) 示出了式 (6.7-18) 的函数图形, 由图看出, 在 $x=0$ 处产生极锐的暗线。图 6.7-9(c) 是用式 (6.7-18) 算出的系统的 OTF 的形状, 其特征是 ξ 的中间部分下降, 而相位反转的高频区域却保持理想值。如果用这样的光学系统产生接近于点光源或线光源的物体像, 则在像的中心将出现很窄的暗线, 用它测定物体的位置特别有利。这种方法用于摄谱仪, 可以求出光谱线的正确位置; 而在测量显微镜中可用来测定狭缝和小孔的位置。

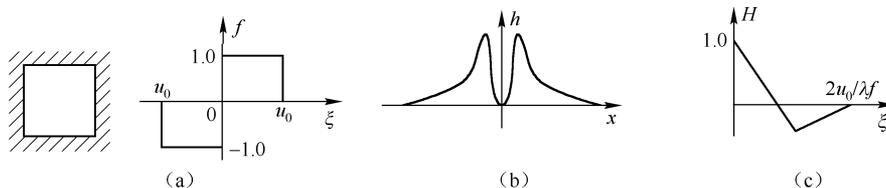


图 6.7-9 沃耳特 (Wolter) 最小强度检出滤波器

6.8 白光光学信息处理技术

采用相干光源能使光学系统实现许多复杂的信息处理运算,这主要是由于相干光学系统的复振幅处理能力很强。可是,正如盖伯所指出的,相干噪声是光学信息处理的头号敌人。此外,相干光源通常是昂贵的,并且对光学处理的环境要求非常严格。

非相干光学处理采用横向扩散的光源,没有空间相干性,若同时采用白光,则时间相干性很小,因此这种处理方法具有噪声低、结构简单的优点。但非相干处理系统没有物理上的频谱平面,因而频域综合比较困难。由于系统的输入和脉冲响应都只能是非负的实函数,这又大大限制了系统所能完成的运算。于是,人们会提出这样一个问题:在光学处理中能否降低对光源相干性的要求,但又同时保持对复振幅的线性运算性质?

为了回答这个问题,人们研究了一类新的光学处理方法,称为白光光学处理。白光光学处理采用宽谱带白光光源,但采用微小的光源尺寸以提高空间相干性;另一方面在输入平面上引入光栅来提高时间相干性,这样既不存在相干噪声,又在某种程度上保留了相干光学处理系统对复振幅进行运算的能力,运算灵活性好。由于采用宽谱带光源,特别适合于处理彩色图像,近年来受到越来越多的重视。有时将白光光学处理归入非相干光学处理一类,仅仅是从它采用了非相干光源这一角度考虑的,我们应该注意到,它与通常所说的非相干光学处理是明显不同的。

6.8.1 白光光学处理的基本原理

常用的白光光学处理系统如图 6.8-1 所示。其中 S 是白光点光源或者白光光源照明的小孔, L_1 为准直透镜, L_2 和 L_3 是消色差傅里叶变换透镜, P_1, P_2 和 P_3 分别是系统的输入平面、频谱平面和输出平面。这一系统类似于相干光学处理的 $4f$ 系统。但在白光处理中,通常物函数均用光栅抽样(调制)后才放入输入面上,通过对频谱面上色散的物频谱做处理,实现对物函数的处理。令输入透明片的复振幅透过率为 $t(x_1, y_1)$,与输入透明片紧贴的正弦光栅的透过率为

$$t_g(x_1) = 1 + \cos(2\pi\xi_0 x_1) \quad (6.8-1)$$

式中, ξ_0 为光栅频率,并假定物透明片对照明光源中各种波长的光波的振幅透过率相同。则经光栅抽样后的复振幅分布为

$$f(x_1, y_1) = t(x_1, y_1) [1 + \cos(2\pi\xi_0 x_1)] \quad (6.8-2)$$

对某一确定的波长 λ , 在 L_2 后焦面 P_2 的空间频谱为

$$F(\xi, \eta) = T(\xi, \eta) * \left[\delta(\xi, \eta) + \frac{1}{2}\delta(\xi + \xi_0, \eta) + \frac{1}{2}\delta(\xi - \xi_0, \eta) \right]$$

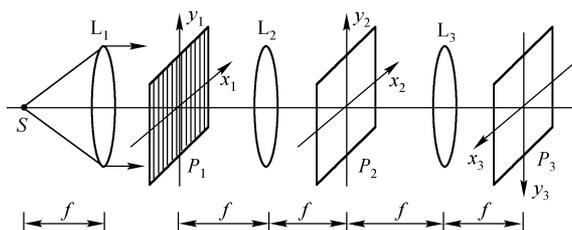


图 6.8-1 白光光学处理系统

$$= T(\xi, \eta) + \frac{1}{2}T(\xi - \xi_0, \eta) + \frac{1}{2}T(\xi + \xi_0, \eta) \quad (6.8-3)$$

利用 P_2 平面上频率坐标与空间坐标的关系: $\xi = x_2/\lambda f, \eta = y_2/\lambda f$, 式(6.8-3)可写为

$$F(x_2, y_2; \lambda) = T\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) + \frac{1}{2}T\left(\frac{x_2}{\lambda f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) + \frac{1}{2}T\left(\frac{x_2}{\lambda f} + \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \quad (6.8-4)$$

从式(6.8-4)看到: 第一项为零级物谱, 而且不同波长的零级物谱的中心位置是相同的; 第二项和第三项是 ± 1 级信号谱带, 每个谱带中心在 $x_2 = \pm \lambda f \xi_0$ 处, 色散为彩虹颜色。对于波长间隔为 $\Delta\lambda$ 的两种色光, 其一级谱中心在 x_2 轴上的偏移量是 $\Delta x_2 = \Delta\lambda f \xi_0$ 。假定信号的空间频带宽度为 W_l , 则不同波长的物谱能够分离的条件是

$$\Delta\lambda/\bar{\lambda} \gg W_l/\xi_0 \quad (6.8-5)$$

式中, $\bar{\lambda}$ 为两种色光的平均波长。显然, 只要光栅频率 ξ_0 远大于输入信号带宽, 就可以忽略各波长频谱间的重叠, 从而在 $+1$ 级或 -1 级谱面, 像相干处理那样, 对一系列的波长进行滤波操作。

对于某一确定波长 λ_n 来说, 若设滤波函数为 $H_n\left(\frac{x_2}{\lambda_n f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda_n f}\right)$, 则经过滤波和 L_3 的逆傅里叶变换后, 如同相干处理那样, 在输出平面上波长为 λ_n 的像场复振幅为

$$g_n(x_3, y_3; \lambda_n) = \mathcal{F}^{-1}\left\{T\left(\frac{x_2}{\lambda_n f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda_n f}\right)H_n\left(\frac{x_2}{\lambda_n f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda_n f}\right)\right\} \quad (6.8-6)$$

忽略与强度分布无关的量, 输出平面上波长为 λ_n 的像强度分布为

$$I(x_3, y_3; \lambda_n) = |t(x_3, y_3) * h_n(x_3, y_3; \lambda_n)|^2$$

式中, h_n 是 H_n 的逆傅里叶变换。实际上滤波器 H_n 总不可能做到只让 λ_n 的光波通过, 至少包含 λ_n 的某一波长间隔 $\Delta\lambda_n$ 的光波都能通过。当然, 当 $\Delta\lambda_n$ 比 λ_n 小得多时, 可以作为准单色处理。考虑到这一点, 可以把通过 H_n 滤波后在像平面上的像强度分布写成

$$\Delta I_n = \Delta\lambda_n |t(x_3, y_3) * h_n(x_3, y_3; \lambda_n)|^2 \quad (6.8-7)$$

式中, h_n 是第 n 个滤波器的脉冲响应。当有 N 个离散的滤波器同时作用于频谱面时, 由于不同波长的色光是不相干的, 因而输出平面上得到的是不同波长输出的非相干叠加, 即

$$I(x_3, y_3) = \sum_{n=1}^N \Delta\lambda_n |t(x_3, y_3) * h_n(x_3, y_3; \lambda_n)|^2 \quad (6.8-8)$$

从上述分析可以看出, 白光处理技术的确能够处理复振幅信号, 并且由于输出强度是互不相干的窄带光强度之和, 因而又能抑制令人讨厌的相干燥声。应该指出, 这里所采用的分析方法是确定波长的处理看做相干光处理, 而对不同波长处理后像的叠加又看成是完全非相干的, 这在理论上是不严格的, 更严格的讲论涉及部分相干理论。尽管如此, 在很多实际应用中, 我们只涉及少数几个分离的波长(例如红、绿、蓝三原色), 此时若在信号频谱后加滤色片, 还可以进一步改善时间相干性。而且在采用矩形光栅时, 由于光栅的多级衍射, 在各个频谱上都可以进行滤波操作。对于这一类问题的处理, 上述的近似分析已经足够了。实际上式(6.8-5)的条件对很多应用是过分严格了。

6.8.2 实时假彩色编码

白光信息处理系统对不同波长的单色光, 提供了类似于相干光处理系统的运算能力, 采用宽谱带光源使系统可以使用不同的色通道, 有利于对图像进行彩色化处理。这里介绍两种图像假彩色编码的方法: 等空间频率假彩色编码和等密度假彩色编码。这两种方法都不需要对

输入的图像透明片进行预处理,而只需要在白光信息处理系统的频谱面上放置适当的滤波器,就可以在输出平面上直接得到彩色化的图像。由于具有实时处理的特点,因而又称为实时假彩色编码。

1. 等空间频率假彩色编码

将一复振幅透过率 $t(x_1, y_1)$ 的黑白透明片与正交光栅一起放入图 6.8-1 所示的白光处理系统的输入平面 P_1 处,为分析简便起见,假定正交光栅在两个正交方向上是相加性的,其振幅透过率可以记为

$$t_g(x_1, y_1) = \left[1 + \frac{1}{2} \cos(2\pi\xi_0 x_1) + \frac{1}{2} \cos(2\pi\eta_0 y_1) \right] \quad (6.8-9)$$

式中, ξ_0, η_0 分别是光栅在 x_1, y_1 方向上的空间频率。在频谱面 P_2 上,相应于波长 λ 的复振幅分布正比于

$$F(x_1, y_1; \lambda) = T\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) + \frac{1}{4} \left[T\left(\frac{x_2}{\lambda f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) + T\left(\frac{x_2}{\lambda f} + \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) + T\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} - \eta_0\right) + T\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} + \eta_0\right) \right] \quad (6.8-10)$$

由上述方程可见,沿 x_2 和 y_2 轴共有四个彩虹色信号的一级衍射谱。由于空间滤波只有在沿着垂直于颜色弥散的方向上才有效,所以我们用图 6.8-2 所示的一维空间滤波器来进行假彩色化。图中:

位于 x_2 轴上蓝色谱带处的是一维低通空间滤波器 $H_1(y_2/\lambda f)$, 只让 y_2 方向的低频通过;

位于 y_2 轴上蓝色谱带处的是一维低通空间滤波器 $H_1(x_2/\lambda f)$, 只让 x_2 方向上的低频通过;

位于 x_2 轴上红色谱带处的是一维高通空间滤波器 $H_2(y_2/\lambda f)$, 只让 x_2 方向上的高频通过;

位于 y_2 轴上红色谱带处的是一维高通空间滤波器 $H_2(x_2/\lambda f)$, 只让 y_2 方向的高频通过;

于是,平面 P_2 上经过滤波后的谱函数可写为

$$G\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}; \lambda\right) = T_b\left(\frac{x_2}{\lambda f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) H_1\left(\frac{y_2}{\lambda f}\right) + T_b\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} + \eta_0\right) H_1\left(\frac{x_2}{\lambda f}\right) + T_r\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} - \eta_0\right) H_2\left(\frac{x_2}{\lambda f}\right) + T_r\left(\frac{x_2}{\lambda f} + \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) H_2\left(\frac{y_2}{\lambda f}\right) \quad (6.8-11)$$

式中, T_b 和 T_r 分别是所选择的蓝色及红色彩色信号谱。在输出面 P_3 上,相应的复振幅分布为

$$\begin{aligned} g(x_3, y_3; \lambda) &= \mathcal{F} \left[T_b\left(\frac{x_2}{\lambda f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) H_1\left(\frac{y_2}{\lambda f}\right) + T_b\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} + \eta_0\right) H_1\left(\frac{x_2}{\lambda f}\right) \right] + \\ &\quad \mathcal{F} \left[T_r\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} - \eta_0\right) H_2\left(\frac{x_2}{\lambda f}\right) + T_r\left(\frac{x_2}{\lambda f} + \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) H_2\left(\frac{y_2}{\lambda f}\right) \right] \\ &= \exp(j2\pi\xi_0 x_3) t_b(x_3, y_3) * h_1(y_3) + \exp(-j2\pi\eta_0 y_3) t_b(x_3, y_3) * h_1(x_3) + \\ &\quad \exp(j2\pi\eta_0 y_3) t_r(x_3, y_3) * h_2(x_3) + \exp(-j2\pi\xi_0 x_3) t_r(x_3, y_3) * h_2(y_3) \quad (6.8-12) \end{aligned}$$

如果光栅的空间频率 ξ_0 及 η_0 足够高,则式(6.8-12)可近似地表示为

$$I(x_3, y_3) \approx \Delta\lambda_b \left| \exp(j2\pi\xi_0 x_3) t_b(x_3, y_3) * h_1(y_3) + \exp(-j2\pi\eta_0 y_3) t_b(x_3, y_3) * h_1(x_3) \right|^2 + \Delta\lambda_r \left| \exp(j2\pi\eta_0 y_3) t_r(x_3, y_3) * h_2(x_3) + \exp(-j2\pi\xi_0 x_3) t_r(x_3, y_3) * h_2(y_3) \right|^2 \quad (6.8-13)$$

式中, $\Delta\lambda_b$ 和 $\Delta\lambda_r$ 是信号的蓝色及红色的光谱宽度; h_1 及 h_2 分别是 H_1 和 H_2 的点扩散函数。式(6.8-13)表明,两个非相干像在输出平面 P_3 合成彩色编码像,像的低频结构呈蓝色,高频结

构呈红色。相等的空间频率结构呈现同一颜色,故称为等空间频率假彩色编码。

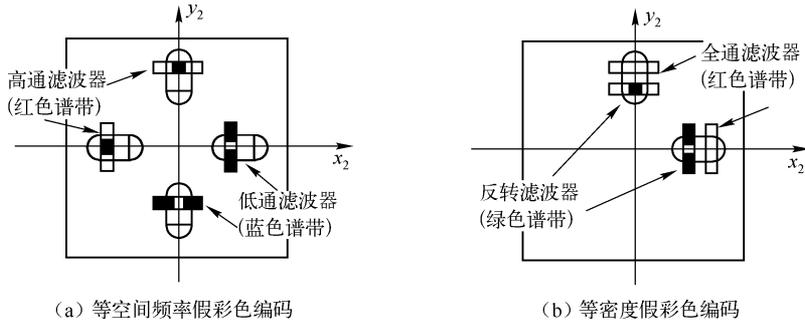


图 6.8-2 实时假彩色编码滤波器

2. 等密度假彩色编码

如果在上例中,在 P_2 平面上两个呈彩虹颜色的一级谱处安放如图 6.8-2(b) 所示的滤波器,其中红色滤波器是一个简单的红滤色片,另一个绿色滤波器由一个绿滤色片和绿色频带中心位置的 π 相位滤波器组成。于是,在输出平面上形成红色原像和绿色反转像叠加的结果,使得原图像不同密度的区域呈现不同的颜色。

下面做一些具体分析。谱平面上的红色谱带处放置的一个全通滤波器,而在绿色谱带处由一个绿色滤色片并在其中心加一个 π 相位滤波器组成,其数学表达式为

$$H\left(\frac{x_2}{\lambda f}\right) = \begin{cases} -1, & x_2/\lambda f \approx 0 \\ 1, & \text{其他} \end{cases}; \quad H\left(\frac{y_2}{\lambda f}\right) = \begin{cases} -1, & y_2/\lambda f \approx 0 \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (6.8-14)$$

于是谱平面上滤波后的频谱分布为

$$G\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}; \lambda\right) = T_r\left(\frac{x_2}{\lambda f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) + T_r\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} - \eta_0\right) + T_g\left(\frac{x_2}{\lambda f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right)H\left(\frac{y_2}{\lambda f}\right) + T_g\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} - \eta_0\right)H\left(\frac{x_2}{\lambda f}\right) \quad (6.8-15)$$

在白光处理的输出平面 P_3 上的复振幅分布为

$$g(x_3, y_3; \lambda) = \mathcal{F}\left\{T_r\left(\frac{x_2}{\lambda f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right) + T_r\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} - \eta_0\right)\right\} + \mathcal{F}\left\{T_g\left(\frac{x_2}{\lambda f} - \xi_0, \frac{y_2}{\lambda f}\right)H\left(\frac{y_2}{\lambda f}\right) + T_g\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f} - \eta_0\right)H\left(\frac{x_2}{\lambda f}\right)\right\} \quad (6.8-16)$$

如果光栅频率足够高,则式(6.8-16)可近似地写成

$$g(x_3, y_3; \lambda) = [\exp(j2\pi\xi_0x_3) + \exp(j2\pi\eta_0y_3)]t_r(x_3, y_3) + [\exp(j2\pi\xi_0x_3) + \exp(j2\pi\eta_0y_3)]t_g^n(x_3, y_3) \quad (6.8-17)$$

式中, $t_g^n(x_3, y_3)$ 是绿色的对比度反转像,即

$$t_g^n(x_3, y_3) = t_g(x_3, y_3) - 2\langle t_g(x_3, y_3) \rangle \quad (6.8-18)$$

这里的 $\langle t_g(x_3, y_3) \rangle$ 表示 $t_g(x_3, y_3)$ 的集平均或系统平均。由于像 t_r 和 t_g^n 分别来自光源中不同颜色的光谱带,它们之间是非相干的,所以输出平面强度分布为

$$I(x_3, y_3) = \int |g(x_3, y_3; \lambda)|^2 d\lambda = \Delta\lambda_r I_r(x_3, y_3) + \Delta\lambda_g I_g^n(x_3, y_3) \quad (6.8-19)$$

$I_r(x_3, y_3)$ 是红色正像, $I_g^n(x_3, y_3)$ 是绿色负像, $\Delta\lambda_r$ 和 $\Delta\lambda_g$ 分别是红色和绿色的光谱宽度。当这两个像重合在一起时就得到了密度假彩色编码的像。原物中密度最小处呈红色, 密度最大处呈绿色, 中间部分分别对应粉红、黄、浅绿等颜色, 密度相同处出现相同的颜色。

6.8.3 相位调制假彩色编码

将黑白图像彩色化, 并使彩色图像特征鲜明, 易于识别, 一直是图像处理中的一个重要课题。在已研究的实现图像彩色化的许多方法中, 相位调制彩色编码方法由于其光强利用率高, 色饱和度好, 噪声低, 操作简单, 已在遥感、生物医学、气象等图像处理中得到应用。相位调制彩色编码方法经过对信息的调制和解调, 实现了空间强度调制信息与空间波长调制信息的转换。这些技术对于理解光学信息处理的实质具有典型的意义, 也是白光光学处理的原理性概念的一种具体应用。

密度假彩色编码可分为三个步骤: 光栅抽样, 漂白处理, 白光信息处理系统中的滤波解调。

1. 光栅抽样

将周期为 a 的罗奇光栅与输入图像重叠在一张复制底片上均匀曝光。设输入图像的密度为 $D_i(x, y)$, 罗奇光栅的透过率为

$$T_s(x, y) = \text{rect}\left(\frac{2x}{a}\right) * \frac{1}{a} \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) \quad (6.8-20)$$

则经光栅抽样后所得负片的密度分布为

$$D(x, y) = \{ [D_{10} - \gamma D_i(x, y)] - D_0 \} \text{rect}\left(\frac{2x}{a}\right) * \frac{1}{a} \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) + D_0 \quad (6.8-21)$$

式中, D_0 是底片的灰雾密度, D_{10} 是可通过改变曝光条件来控制的常数, γ 是底片的反差系数。这样得到的一张矩形级数光栅其底片光密度可以简记为

$$D(x, y) = \begin{cases} D_0, & T_s = 0 \\ D_{10} - \gamma D_i(x, y), & T_s = 1 \end{cases} \quad (6.8-22)$$

2. 漂白处理

对经过抽样所得到的负片进行漂白处理, 并适当控制漂白工艺, 可以得到近似满足光程差正比于底片密度的效果, 即

$$L(x, y) = \begin{cases} L_0 = CD_0, & T_s = 0 \\ L_1 = C[D_{10} - \gamma D_i(x, y)], & T_s = 1 \end{cases} \quad (6.8-23)$$

其相位分布为

$$\varphi(x, y) = \begin{cases} \varphi_0 = 2\pi L_0/\lambda, & T_s = 0 \\ \varphi_1 = 2\pi L_1/\lambda, & T_s = 1 \end{cases} \quad (6.8-24)$$

$$\text{复振幅透过率为} \quad \exp[j\varphi(x, y)] = \begin{cases} \exp(j\varphi_0) = \exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}CD_0\right], & T_s = 0 \\ \exp\left\{j\frac{2\pi}{\lambda}C[D_{10} - \gamma D_i(x, y)]\right\}, & T_s = 1 \end{cases} \quad (6.8-25)$$

$$\text{或} \quad T(x, y) = \begin{cases} T_0 = \exp(j\varphi_0) = \exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}CD_0\right], & T_s = 0 \\ T_1 = \exp(j\varphi_1) = \exp\left\{j\frac{2\pi}{\lambda}CD_i(x, y)\right\}, & T_s = 1 \end{cases} \quad (6.8-26)$$

最后得到编码的相位光栅的振幅透过率为

$$T(x, y) = (T_1 - T_0) \text{rect}\left(\frac{2x}{a}\right) * \frac{1}{a} \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) + T_0 \quad (6.8-27)$$

式中, $T_0 = e^{j\varphi_0}$, $T_1 = e^{j\varphi_1}$, 并记 $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}(L_1 - L_0)$ 。

3. 白光信息处理系统中的滤波解调

将编码相位光栅放在白光信息处理系统的输入平面上, 设入射单色光强度为 $A(\lambda)$, 则频谱平面 (x_2, y_2) 上的复振幅为

$$F(x_2, y_2; \lambda) = \sqrt{A(\lambda)} \cdot \mathcal{F}\{T(x_1, y_1)\} \quad (6.8-28)$$

式中, $x_2 = \lambda f \xi$, $y_2 = \lambda f \eta$, ξ 和 η 是空间频率坐标, 用 f 表示傅里叶变换透镜的焦距。将式(6.8-27)代入式(6.8-28), 计算并化简后得

$$F(x_2, y_2; \lambda) = \sqrt{A(\lambda)} (T_1 - T_0) \frac{1}{2} \text{sinc}\left(\frac{ax_2}{2\lambda f}\right) \sum_m \delta\left(x_2 - \frac{m\lambda f}{a}\right) \delta(y_2) + T_0 \delta(x_2) \delta(y_2) \quad (6.8-29)$$

当 $m=0$ 时, 有
$$F(x_2, y_2; \lambda) = \sqrt{A(\lambda)} \left[\frac{1}{2}(T_1 - T_0) + T_0 \right] \delta(x_2) \delta(y_2) \quad (6.8-30)$$

当 $m \neq 0$ 时, 有
$$F(x_2, y_2; \lambda) = \sqrt{A(\lambda)} \frac{1}{2} (T_1 - T_0) \text{sinc}\left(\frac{m}{2}\right) \delta\left(x_2 - \frac{m\lambda f}{a}\right) \delta(y_2) \quad (6.8-31)$$

如滤波器分别让零级频谱和 m 级频谱通过, 则在输出平面上的复振幅分布为

$$\begin{cases} E_0(x_3, y_3; \lambda) = \sqrt{A(\lambda)} \left[\frac{1}{2}(T_1 - T_0) + T_0 \right] \\ E_m(x_3, y_3; \lambda) = \sqrt{A(\lambda)} \frac{1}{2} (T_1 - T_0) \text{sinc}\left(\frac{m}{2}\right) \exp\left(j2\pi \frac{mx_3}{a}\right) \end{cases} \quad (6.8-32)$$

其对应的强度只与相位差 $\Delta\varphi$ 和 λ 有关, 则

$$\begin{cases} I_0(x_3, y_3; \lambda) = \frac{A(\lambda)}{2} (1 + \cos\Delta\varphi) \\ I_m(x_3, y_3; \lambda) = \frac{2A(\lambda)}{m^2 \pi^2} (1 - \cos\Delta\varphi) \end{cases} \quad (6.8-33)$$

若用 Δd 表示与相位差 $\Delta\varphi$ 相对应的光程差, 则式(10.5.14)可改写为

$$\begin{cases} I_0(x_3, y_3; \lambda) = \frac{A(\lambda)}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta d\right) \right] \\ I_m(x_3, y_3; \lambda) = \frac{2A(\lambda)}{m^2 \pi^2} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta d\right) \right] \end{cases} \quad (6.8-34)$$

该式表明对于每一个衍射级次, 输出图像的强度随波长和光程差而变化。

图 6.8-3(a) 和 (b) 分别为零级和 1 级的输出强度随光程差 Δd 而变化的曲线, 其中 $A(\lambda) = 1$, λ 作为参变量。

假如用图中画出的红、绿、蓝三种色光 $\lambda_R, \lambda_G, \lambda_B$ 作为光源, 则强度输出是三种色光输出的非相干叠加。

$$I(\Delta d) = I(\Delta d, \lambda_R) + I(\Delta d, \lambda_G) + I(\Delta d, \lambda_B) \quad (6.8-35)$$

即得到随 Δd 而变化的彩色输出。当采用白光光源时, 各色光的非相干叠加变成下列积分:

$$I(\Delta d) = \int I(\Delta d, \lambda) d\lambda$$

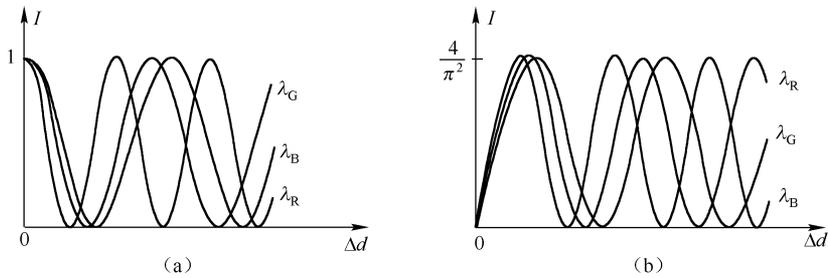


图 6.8-3 输出强度随光程差 Δd 而变化的曲线

仍然是随 Δd 而变化的彩色输出。由于在编码和漂白处理中,已使光程差随输入密度而改变,因此得到按输入图像密度变化的假彩色编码。这种编码方法输出图像的色度丰富,饱和度也很好,在低衍射级次(包括零级)输出的情况下,也能得到彩色化效果很好的输出图像,因此光强度利用率高,图像亮度好。

习题六

6.1 利用阿贝成像原理导出相干照明条件下显微镜的最小分辨距离公式,并同非相干照明下的最小分辨距离公式比较。

6.2 在 $4f$ 系统输入平面放置 40 mm^{-1} 的光栅,入射光波长为 632.8 nm 。为了使频谱面上至少能够获得 ± 5 级衍射斑,并且相邻衍射斑间距不小于 2 mm ,求透镜的焦距和直径。

6.3 观察相应位相型物体的所谓中心暗场方法,是在成像透镜的后焦面上放一个细小的不透明光阑以阻挡非衍射的光。假定通过物体的相位延迟 $\ll 1 \text{ rad}$,求所观察到的像强度(用物体的相位延迟表示出来)。

6.4 当策尼克相衬显微镜的相移点还有部分吸收,其强度透过率等于 a ($0 < a < 1$) 时,求观察到的像强度表达式。

6.5 用 CRT(阴极射线管)记录一帧图像透明片,设扫描点之间的间隔为 0.2 mm ,图像最高空间频率为 10 mm^{-1} 。如欲完全去掉离散扫描点,得到一帧连续灰阶图像,空间滤波器的形状和尺寸应当如何设计? 输出图像的分辨率如何(设傅里叶变换物镜的焦距 $f = 1000 \text{ mm}$, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$)?

6.6 某一相干处理系统的输入孔径为 $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ 的方形,头一个变换透镜的焦距为 100 mm ,波长为 632.8 nm 。假定频率平面模片结构的精细程度可与输入频谱相比较,问此模片在焦平面上的定位必须精确到何种程度?

6.7 参考图 6.2-1,在这种图像相减方法的编码过程中,如果所使用的光栅透光部分和不透光部分间距分别为 a 和 b ,并且 $a \neq b$,试证明图像和信息与图像差的信息分别受到光栅偶数倍频与光栅奇数倍频的调制。

6.8 用 Vander Lugt 方法来综合一个频率平面滤波器。如图题 6.8(a)所示,一个振幅透过率为 $s(x, y)$ 的“信号”底片紧贴着放在一个会聚透镜的前面,用照相底片记录后焦面上的强度,并使显影后底片的振幅透过率正比于曝光量。这样制得的透明片放在图题 6.8(b)所示的系统中。考查输出平面的适当部位,问输入平面和第一个透镜之间的距离 d 应为多少,才能综合出:

- (1) 脉冲响应为 $s(x, y)$ 的滤波器?
- (2) 脉冲响应为 $s^*(-x, -y)$ 的“匹配”滤波器?

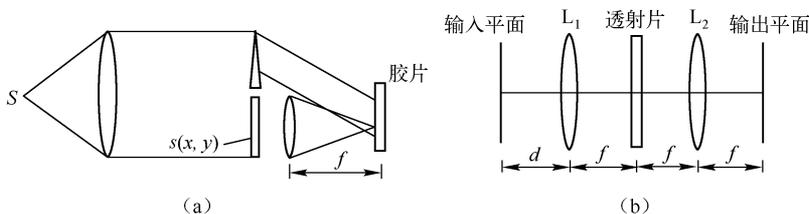


图 题 6.8

6.9 振幅透过率为 $h(x,y)$ 和 $g(x,y)$ 的两张输入透明片放在一个会聚透镜之前,其中心位于 $x=0, y=Y/2$ 和 $x=0, y=-Y/2$ 上,如图题 6.9 所示。把透镜后焦面上的强度分布记录下来,由此制得一张 $\gamma=2$ 的正透明片。把显影后的透明片放在同一透镜之前,再次进行变换。试证明透镜的后焦面上的光场振幅含有 h 和 g 的互相关;并说明在什么条件下,互相关项可以从其他的输出分量中分离出来。

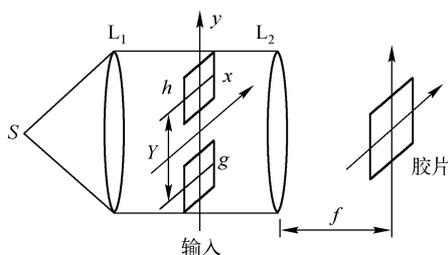


图 题 6.9

6.10 在照相时,若相片的模糊只是由于物体在曝光过程中的匀速直线运动,运动的结果使像点在底片上的位移为 0.5 mm 。试写出造成模糊的点扩展函数 $h(x,y)$;如果要对该相片进行消模糊处理,写出逆滤波器的透过率函数。

6.11 图题 6.11 为一投影式非相干光卷积运算装置,由光源 S 和散射板 D 产生均匀的非相干照明, $m(x,y)$ 和 $O(x,y)$ 是两张透明片,在平面 P 上可以探测到 $m(x,y)$ 和 $O(x,y)$ 的卷积。

- (1) 写出此装置的系统点扩散函数。
- (2) 写出 P 平面上光强分布的表达式。
- (3) 若 $m(x,y)$ 的空间宽度为 l_1 , $O(x,y)$ 的空间宽度为 l_2 , 求卷积的空间宽度。

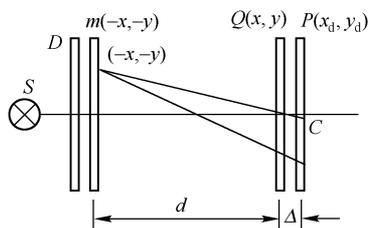


图 题 6.11

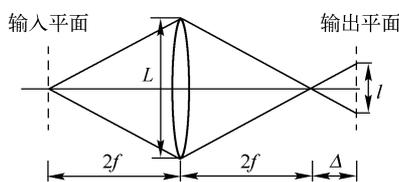


图 题 6.12

6.12 参看图题 6.12,要设计一个“散焦”的(非相干)空间滤波系统,使得它的传递函数的第一零点落在 ξ_0 周/厘米的频率上,假定要进行滤波的数据放在一个直径为 L 的圆透镜前面 $2f$ 距离处。问所要求的“误差焦距” Δ 为多少(用 f, L 和 ξ_0 表示)? 对于 $\xi_0 = 10$ 周/厘米, $f = 10 \text{ cm}$ 和 $L = 2 \text{ cm}$, Δ 的值是多少?

6.13 讨论相干光学处理、非相干光学处理和白光光学处理的特点和局限性。

6.14 图题 6.14 是非相干多通道二维相关器原理示意图,图中掩膜板由子掩膜 $h_{mn}(x,y)$ 的二维阵列组成, S 是由许多小透镜组成的“蝇眼”透镜组,输入函数 $f(x,y)$ 经透镜 L_1 和蝇眼透镜组,在每个子掩膜上产生一个 $f(x,y)$ 的像,然后再经 L_2 成像在二维探测器阵列上。试说明这种系统为什么可以用于多种不同类型目标的识别?

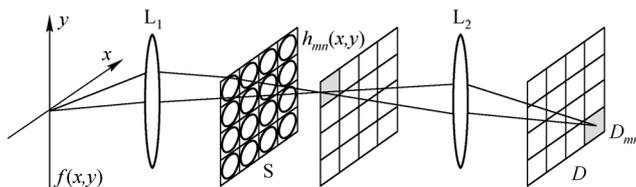


图 题 6.14

第 7 章 光信息存储与三维全息显示

7.1 概 述

本章讨论信息光学的两个重要应用,光信息存储与三维全息显示。

信息从信息源传播到受众,是通过信道传输的。图 7.1-1 所示为信息传输的方框图。图中将“存储”和“显示”作为传播通道的两个终端,实际上它们都可作为下一轮传播的信息源。在信息传输链路中,由于各个环节的速度可能不相同,有时还需要存储器作为信息处理的中间环节。显示则通常是信道传输的信息进入人眼或其他人工智能设备的关键环节。

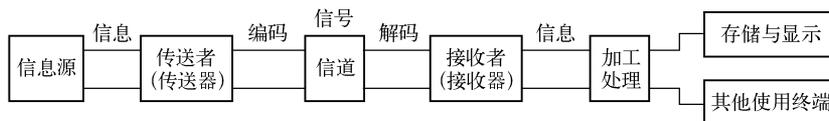


图 7.1-1 信息传播方框图

光信息存储主要用于计算机和其他通信系统联机的海量存储技术。与传统的磁性存储技术相比,光信息存储有很多优点,主要包括存储密度高,并行程度高,抗电磁干扰,存储寿命长,非接触式读/写信息工作方式,以及光信息存储价位低。理论估计,光学存储的面密度为 $1/\lambda^2$,体密度可达 $1/\lambda^3$ 的数量级(其中 λ 是用于存储的光的波长)。按 $\lambda = 500 \text{ nm}$ 计算,存储密度为 $1\text{TB}/\text{cm}^3$ 的数量级。若同时在大量可分辨的窄光谱凹陷中进行记录,存储密度还可提高1个数量级,这是当前任何其他数据存储技术所无法匹敌的。由于光束可以携带图像即二维数据页,通过对照明光束波面的二维调制,光学存储器件能广泛地提供并行输入输出和数据传输。外界电磁干扰的频率都远远低于光频,因此光不受外界电磁场的干扰,不同光束之间也很难互相干扰。磁存储的信息一般只能保存2~3年。而光存储寿命一般在十年以上。用光读/写,不会磨损和划伤存储体,这不仅延长了存储寿命,而且使存储体可以自由拆卸、移动和更换,因而可以做成真正海量的存储器。由于光学存储密度高,复制材料便宜,工艺简单,其信息存储价位可比磁记录低很多倍。由于这些优点,使得自从激光器发明以来,光信息存储技术就一直受到人们的关注。

从原理上讲,只要材料的某种性质对光敏感,在被信息调制过的光束照射下,能产生理化性质的改变,并且这种改变能在随后的读出过程中使读出光的性质发生变化,就可以作为光学存储的介质。光学存储按存储介质的厚度可分为面存储(二维存储)和体存储(三维存储),按数据存取的方式可分为逐位存储(又称光学打点式存储)和页面并行式存储,按鉴别存储数据的方式可分为位置选择存储和频率选择存储等。目前最普遍、最成熟的光学存储技术是光盘存储,正在发展中的技术还有很多种。

三维全息显示是信息光学另一个被广泛应用的技术。众所周知,人们对物体的三维立体视觉是由双眼视差产生的,一切能使人眼产生双眼视差的光学装置或结构都能产生三维立体

视觉。现在常见的立体显示光学装置有红绿眼镜、正交偏振片眼镜、利用全反射原理的柱面光栅、专用光学立体图像观察装置,以及最近出现的层析复合图像立体显示器。其他实现立体显示的技术还有由快速电子快门实现左右眼图像分离的屏幕立体显示、人眼光轴调节实现双眼视差的计算机设计立体图片等。三维全息显示与这些三维显示技术有实质的区别,它在全息记录材料上记录的是物光波的振幅和位相信息,全息图再现的是物光波,不是一对或几对立体图像。用全息方法实现三维图像显示在观察时无须其他光学器件辅助。

第4章中已介绍过,全息图像显示最直接的方式是激光再现全息,如图4.2-3所示。以激光作为光源记录全息图H,再以与原参考光一致的再现激光照明全息图,在全息图平面上得到与原记录物光完全一致的再现光。激光全息再现的另一种类型是脉冲全息图,它可对生物或其他运动物体进行全息记录,使用的记录光源是脉冲宽度相当窄的脉冲激光器。脉冲全息在全息干涉计量和全息电影中有广泛的应用。激光再现全息图的缺点是再现光必须用激光,这在很大程度上限制了它的使用。用普通白光再现原来应当用激光再现的全息图,会出现严重的色模糊,如何用白光再现全息图像是显示全息的主要研究内容之一。现在实现白光再现全息通常有三种方法:像面全息,彩虹全息,反射全息。用这些手段又可制作多种类型的全息图,如彩色全息、合成全息、消色差全息等。三种白光再现方法分别采用不同的原理消除色模糊。近几年来出现的与计算机紧密结合的数字像素全息,制作方法上与上述显示全息不同,原理则是一样的。

随着信息光学技术的不断成熟和发展,光信息存储与三维全息显示正逐渐从实验室走向市场。光盘与读写光盘的光盘驱动器已经配备到每一台计算机,市场上已见到越来越多的全息防伪标贴、全息贺卡、全息包装材料等光学全息产品。实用的高密度光存储技术和全息显示技术随着材料科学的进步和光电器件的发展,已显示出强大的生命力,将会越来越多地走进人们的日常生活。

本章将介绍光盘存储技术及其发展趋势,超高密度光存储的几种备选技术,重点讨论光全息存储技术的原理、优点和应用,频域光存储技术;彩虹全息及其他几种白光显示全息,全息图的复制;在本章的最后将对其他三维图像显示技术,包括全息电影、虚拟全息三维显示等前沿技术略做介绍。

7.2 二维光存储——光盘存储

激光具有高度的单色性、方向性和相干性,经聚焦后可在记录介质中形成极微小的光照微区(直径为光波长的线度,即 $1\mu\text{m}$ 以下),使光照部分发生物理、化学变化,从而使光照微区的某种光学性质(反射率、折射率、偏振特性等)与周围介质有较大反衬度,以实现信息的存储。这就是光盘存储的原理。

在信息的“写入”过程中,通常使写入激光束的强度被待存储信息(模拟量或数字量)所调制,使得记录介质上有无物理、化学性质的变化代表信息的有无。在信息的“读出”过程中,用低强度的稳定激光束扫描信息轨道,随着光盘的高速旋转,介质表面的反射光强度(或其他性质)随存储的信息位而变化。用光电探测器检测反射光信号并加以解调,便可取出所需要的信息。光盘是在衬盘上淀积了记录介质及其保护膜的盘片,在记录介质表面沿螺旋形轨道,以记录斑的形式写入大量的信息位(参见图7.2-1),因此光盘是按位存储的二维存储介质。第一代光盘(Compact Disk, CD)记录轨道的密度接近1000道/毫米,这种类似光栅的结构使光盘在白光照明下呈现绚丽的彩色。

光盘存储除了具有存储密度高、抗电磁干扰、存储寿命长、非接触式读/写信息,以及信息位价格低廉等优点外,还具有信息载噪比(CNR)高的突出优点。载噪比是载波电平与噪音电平之比,以分贝(dB)表示。光盘载噪比均在50dB以上,且多次读出后不降低。因此,光盘多次读出的音质和图像清晰度是磁带和磁盘所无法比拟的。另外,光盘的信息传输速率也比较高。现有的光盘每一通道数据速率已达50Mb/s以上,通过改进光学系统,和选择适当的激光波长,还可以提高数据速率。

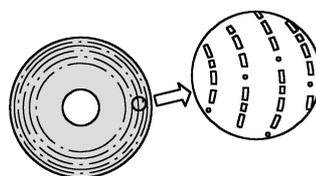


图 7.2-1 光盘记录斑示意图

7.2.1 光盘的类型

作为计算机系统外部设备的数字光盘存储技术,按其功能划分主要有四种:

1. 只读存储光盘

只读存储光盘(Read Only Memory, ROM)的记录介质主要是光刻胶,记录方式多数采用经声光调制的聚焦氪离子激光,将信息刻录在介质上制成母盘(见图7.2-2),然后进行大量模压复制。由于制作工艺和设备的限制,这种光盘只能用来播放已经记录在盘片上的信息,用户不能自行写入。CD只读、CD音像和LV都属此类。配备了CD-ROM驱动器的微机,也可读取大量光盘存储的软件和多媒体信息。

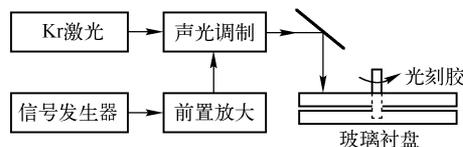


图 7.2-2 只读光盘记录示意图

2. 一次写入光盘

一次写入光盘(Write Once Read Memory, WORM; 或称 Direct Read after Write, DRAW)利用聚焦激光在介质的微区产生不可逆的物理和化学变化写入信息。这类光盘具有写、读两种功能,用户可以自行一次写入,写完即可读;但信息一经写入便不可擦除,也不能反复使用。它特别适合于文档和图像的存储和检索。

为了保证光盘能被用户写入,实现写后即读(DRAW),记录的数据能够实时加以检验,一次写入光盘上的地址码(信道号、扇区号及同步信号等)都以标准格式预先刻录并复制在光盘的衬盘上。光盘的存储介质应当是不须经过中间处理的类型。除了分辨率高、对比度高、抗缺陷性能强等对光盘存储介质的共同要求外,一次写入光盘还要求介质具有较高的记录灵敏度和较好的记录阈值,并且存储介质的力、热及光学性能应与预格式化衬盘相匹配。

一次写入光盘的写入过程主要是利用激光的热效应,其记录方式有烧蚀型、起泡型、熔融型、合金型、相变型等很多种。目前一次写入光盘已经实现商品化。

3. 可擦重写光盘

可擦重写光盘(Rewrite; 或 Erasable-DRAW, EDAW)除用来写、读信息外,还可将已经记录在光盘上的信息擦去,然后再写入新的信息。但写、擦是分开的两个过程,需要两束不同的激光和先后两个动作才能完成。即先用擦激光将某一信道上的信息擦除,然后再用写激光将新的信息写入。这种先擦后写的两步过程限制了数据的存取时间和传输速率,因而尚未应用到计算机系统的主内存即随机存取存储器(Random Access Memory, RAM)。但是,用这类光

盘可以代替磁带,用在海量脱机存储和图像数字存储方面。

可擦重写光盘是利用记录介质在两个稳定态之间的可逆变化来实现反复的写与擦的。光盘可擦重写技术的关键是解决新的存储介质材料。经过多年的努力,已在磁光型(热磁反转型)存储材料上得到突破而获得实用化。

磁光型存储介质具有磁各向异性,在垂直于薄膜表面方向有一易磁化轴,产生垂直磁记录磁畴。在写入信息之前,用一定强度的磁场 H_0 对介质进行初始磁化,使各磁畴单元具有相同的磁化方向。

写入时,磁光读/写头的脉冲激光聚焦到介质表面,光照微区温度升至居里温度(T_c)或补偿温度(T_{comp})时,净磁化强度为零(退磁)。此时通过读/写头中的线圈施加一反偏磁场,使微斑反向磁化。而介质中无光照的相邻磁畴,仍保持原来的磁化方向,从而实现磁化方向相反的反差记录。

读出时,利用克尔磁光效应来检测微区磁畴的磁化方向,从而实现信息的读出。克尔磁光效应是克尔(Kerr)在1877年发现的。当线偏振光入射到磁性介质时,反射光束的偏振面会发生旋转,这个旋转角称为克尔角。若用线偏振光扫描录有信息的信道,光束经过磁化方向“向上”的微斑的反射,反射光的偏振方向会绕反射线右旋一个角度 θ_k 。反之,若扫到磁化方向“向下”的微斑,反射光的偏振方向则左旋一个 θ_k ,以 $-\theta_k$ 表示,见图 7.2-3。实际读出时,将检偏器调整到使与 $-\theta_k$ 对应的偏振光为消光位置,来自下磁化微斑的反射光不能通过检偏器到达探测器,而从下磁化微斑反射的光束则可通过 $\sin(2\theta_k)$ 的分量,探测器便有效地读出了已写入的信号。目前磁光盘的克尔角数值不大,一般只有零点几度。要获得较高的信噪比,必须进行大 θ_k 角材料的研究。

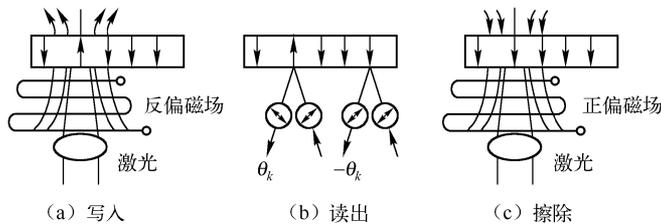


图 7.2-3 磁光光盘的原理

擦除时,用原来的写入光束扫描信息道,并施加与初始 H_0 方向相同的偏置磁场,则微区磁畴的磁化方向又会恢复原状,从而擦除了原有的信息。由于磁畴磁化方向翻转的速率有限,故磁光光盘一般需要两次操作来写入信息,第一次是擦除原有轨道上的信息,第二次是写入新信息。

4. 直接重写光盘

前面介绍的可擦重写磁光盘,在记录信息时往往需要两次动作,即先将信道上原有的信息擦除,然后再写入新的信息。这可以用一束激光的两次动作完成,也可用擦除光束和随后的写入光束配合完成。无论采取那种方式,都将限制光盘数据传输速率的提高。光盘存储技术目前的研究热点,一是提高可擦重写光盘的性能,二是研究直接重写光盘。直接重写光盘(Overwrite)可用一束激光、一次动作录入信息,也就是在写入新信息的同时自动擦除原有信息,无须两次动作。显然,这种光盘能够有效地提高数据传输率,有希望应用到计算机系统的随机存取存储器。

实现直接重写的可能途径之一,是利用激光束的粒子作用,在极短的时间内使介质完成快速晶化。这种光致晶化的可逆相变过程可以非常快。当擦除激光脉宽与写入激光脉宽相当时

(20 ~ 50 ns),相变光盘可进行直接重写,从而大大缩短了数据的存取时间。近年来,国内外的
大量研究工作都围绕着降低擦除时间(加快晶化速度)、提高晶态和非晶态的反衬度以及多次
擦除中材料稳定性等方面进行。

7.2.2 光盘存储器

光盘存储器是在光盘已经设计定型,各项性能参数都已确定的情况下,特定盘片的驱动器。
光盘读取和检索信息的功能,要靠光盘驱动器实现。实用的光盘驱动器虽然小巧紧凑,却
是光、机、电相结合的高技术产物。它包括提供高质量读出光束和引导检索出光信号的精密光
学系统,产生信息读出信号、再现盘片格式化地址信号、检测光盘聚焦误差信号和跟踪误差信号
的电子电路,以及实现光束高精度跟踪的伺服控制系统。

这里简要介绍光盘存储器的光学系统。各类光盘存储器的光学系统大体相似,都采用半
导体激光器作为光源,光学头及光学系统或采用一束激光一套光路进行信息的写读(如只读
存储器及一次写入存储器);或用两个独立的光源、配置两套光路,一套用来读/写,另一套用
来擦除(如可擦重写存储器)。直接重写式相变光盘存储器,在信息写入的同时自动擦除原有
信息,因而也只需一束激光、一套光路完成全部读、写、擦功能,可以和一次写入存储器兼容以
便制成多功能相变光盘存储器。

光学系统是围绕着以下几方面配置的:从半导体激光器发出的激光一般都有较大的发散
角,为了更有效地利用光能量,首先要把半导体激光器中发出的发散光束准直成平行光束。多
数半导体激光束的截面为椭圆,需要经过整形变成圆光束,才能最后在光盘上聚焦成圆光斑,
满足读/写的要求。要采取措施使沿同一光路传播的入射到光盘的光束和从光盘反射回来的
光束不致发生干涉,要防止光盘表面的反射光进入到激光器,否则会在激光输出中增加显著的
噪音。由于写/读光束和擦除光束都是用同一个物镜聚焦在光盘上的,因此,要高效地将经过
准直以后的写/读光束和擦除光束耦合到同一光路中。

根据光盘存储介质的不同,其光学系统大致可分为单光束光学系统和双光束光学系统两
类。单光束光学系统适合于只读光盘和一次写入光盘,具备信息的写/读功能。对于直接重写
相变光盘原则上也可使用,只是激光器的功率及脉冲要求不同,激光器的驱动电路也不同。单
光束光学系统的光路如图 7.2-4 所示。

双光束光学系统(见图 7.2-5)用于可擦重写光盘。图中,器件 1 ~ 8、10 ~ 13 构成写/读光

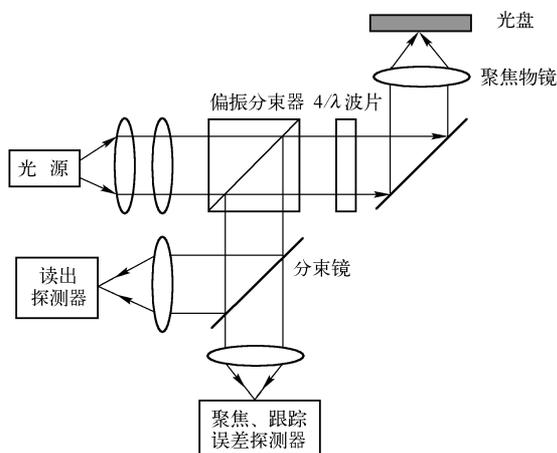


图 7.2-4 单光束光学系统的光路

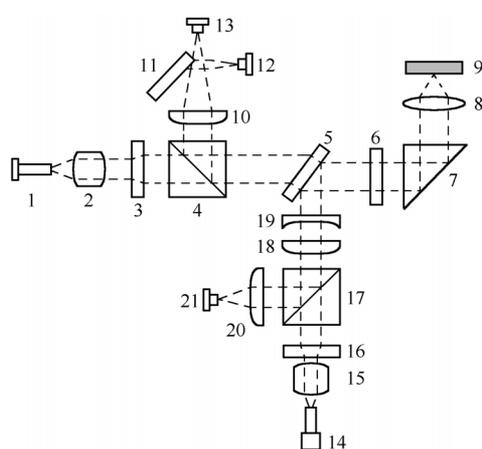


图 7.2-5 双光束光学系统的光路

路,器件 14 ~ 19、5 ~ 8、20 ~ 21 构成擦除光路。一些关键器件的作用如下:5 为二向色反射镜,为一干涉滤光镜,只反射特定波长的入射光;11 为刀口,将从光盘反射回来的激光分割为两部分,分别进入探测器 12 和 13,得到读出和聚焦、跟踪误差信号;18、19 为一对正负柱面透镜,改变光束为椭圆截面,以利擦除;17 为偏振分束器;1 为写、读激光器(0.83 μm);14 为擦除激光器(0.78 μm)。

7.2.3 光盘存储技术的进展^[7-1]

上述 CD 系列光存储技术被称为第一代光盘技术,其主要特点是应用 GaAlAs 半导体激光器作为读取和记录光源,其激光束波长在 780 ~ 830nm 之间。

随后出现的 DVD(Digital Versatile Disk) 光盘及其读写技术则被称为第二代光盘技术,其主要特点是以 GaAlInP 半导体激光器为光源,激光波长在 630 ~ 650nm 左右。随着对数据容量的需求越来越大,以及短波长激光二极管(GaN 蓝绿色激光器)的研制成功,发展了以蓝光技术为特征的第三代光盘存储技术,包括 BD(Blue-Ray Disk, 蓝光盘)方案和 HD-DVD(High Density Digital Versatile Disk)方案。相对于 CD 和 DVD 光盘系列,HD-DVD 和 BD 具有更高的面存储密度和数据传输速率。这三代光盘技术的主要性能指标见表 7.2-1。

表 7.2-1 CD、DVD、HD-DVD 和 BD 的性能指标

参 数	CD	DVD	HD-DVD	BD
容量(GB)	0.65	4.7	15	25
激光波长(nm)	780	650	405	405
数值孔径	0.45	0.6	0.65	0.85
数据记录点大小(μm)	1.74	1.08	0.62	0.48
道间距(μm)	1.6	0.74	0.46	0.32
数据传输速率(Mb/s)	1.44	10	13	36
光学头工作距离(mm)	1.2	0.6	0.6	0.1

在光盘存储中,由于受衍射极限的限制,焦点处记录斑直径与激光波长 λ 成正比,

与聚焦系统的数值孔径(NA)成反比,空间分辨率为 $\lambda/(2NA)$ 量级。在光盘产品的发展历史中,从 CD 光盘到蓝光光盘,沿用了一条通过缩短激光器波长、增大数值孔径来减小记录斑尺寸和提高存储容量的技术路线。但是随着 λ/NA 值的降低,聚焦激光斑的焦深迅速减小,对盘片的抖动和倾斜更敏感,对盘片厚度均匀度要求更高,这些因素对光学系统的容差和伺服系统提出了更严格的要求,需要具有更精密的盘片制造设备和更高的复制工艺。因此,单纯依靠压缩记录光斑尺寸来提高光盘存储容量已经接近了极限。为了在二维光存储和衍射极限的范畴内进一步提高光盘的存储容量,可以采用多阶技术、多波长技术等将蓝光技术进行扩展。

多阶技术是指在一个记录单位的空间上可以记录多于 1 位(2 阶)的灰阶信息。常规光盘可以认为记录的是聚焦激光束的有无,所以一个记录斑(信息符)只能记录 1 比特信息。而多阶技术记录的是聚焦激光的强度,故在采用相同波长的激光器、相同数值孔径物镜和相同特性的记录介质的前提下,如果采用常规记录方式时的存储总容量为 C ,则多阶存储容量为 $C_n = C \log_2 n$,其中 n 为每个记录斑上可以检测到的信号幅值阶数(灰阶数)。将蓝光与多阶技术相结合可以获得更高的存储容量^[7-2]。

彩色多波长存储是由清华大学光盘中心提出的一种能够实现超高密度存储的方法。该技术采用不同敏感波段的单层混合或多层光致变色材料作为记录层,用多种波长激光器通过合光和分光装置实现多记录层的并行读写,并且可以通过控制记录层的总厚度在焦深之内实现对多个记录层的统一寻址。光致变色反应是一个可逆转化过程,在光子($h\nu_1$)的照射下,光

致变色介质由开环态 a 转变为具有与之不同吸收光谱的闭环态 b; 而态 b 在另一波长的光 ($h\nu_2$) 的照射下通过光化学反应或者通过热反应再转变为态 a。用这两种稳定状态表示数字“0”和“1”, 则光致变色介质就能用于数字存储。二芳基乙烯是近几年来发展起来的一类优良的有机光致变色材料。清华大学的科学家将三种二芳基乙烯材料混合于同一记录层中进行了三波长光致变色存储的实验。实验表明, 三种记录材料间几乎没有串扰产生, 但对多波长记录层的制作工艺及非破坏性读出还需要做进一步研究。这项技术可有效提高存储容量和存取速度, 为低成本实现高密度光存储提供了新的思路^[7-3]

为了进一步提高光存储的存储密度和容量, 可循的途径有两条: 一是进一步压缩记录符的尺寸使之突破衍射极限的限制, 二是将存储由二维平面扩展至三维空间。

7.2.4 超分辨率光存储技术^[7-4]

众所周知, 在衍射受限的光学系统中, 光束聚焦光斑的直径 d 与光波长成正比, 而与镜头的数值孔径成反比。在光盘存储技术中, 受信息调制的激光束通过物镜聚焦于光盘存储介质层上, 记录点的尺寸也决定于光学系统的衍射极限。要提高存储的位密度, 就要缩短激光波长和加大物镜的数值孔径。从表 7.2-1 可以看出, 从 CD 到 DVD, 再到 BD 的发展就沿着这个方向, 其容量提高了数十倍。但发展到蓝光光盘之后, 再沿这条路线来进一步提高光盘容量的话, 将在激光器技术、大数值孔径非球面透镜制作技术、高精度盘片制作技术等诸多方面面临着难以解决的技术问题, 因此人们寻求超衍射极限光盘存储技术。

超衍射极限技术可以通过远场和近场两个途径实现。

1. 远场

所谓远场是指可以用光传播的衍射理论来描述光场行为的距离范围。对于高密度光存储技术而言, 光学头与存储记录介质之间的距离远大于光波长时就称为远场。 $d = 1.22\lambda/NA$ 也正是远场条件下的衍射极限。为了突破这一衍射极限, 可以采用光学切趾术 (apodization, 又称变迹术)。在第 3 章关于光学成像系统的讨论中介绍过, 根据阿贝衍射理论, 成像系统分辨率对应于其频率响应, 并进而由系统的光瞳函数所决定。而根据光学系统的衍射极限的瑞利判据可知, 通过压缩艾里斑尺寸可以提高分辨率。例如在相干照明时, 如果两个点源的位相相反, 可以得到超过瑞利衍射极限的两点分辨率。将同样的概念应用于单个点源的成像, 由于在点源形成的艾里斑范围内光场总是相干的, 如果在光学系统的孔径上加装光瞳滤波器, 改变光瞳函数的复振幅分布来控制光学系统出瞳的传递函数, 可以减小像面艾里斑的尺寸, 实现超衍射极限的分辨率, 这就是光学切趾术。将这种技术应用到现有光盘的光学头中, 可以在不改变物镜的数值孔径或波长情况下减小记录光斑, 在理想情况下, 能使聚焦光斑缩小 80% 左右。

2. 近场

光学头与存储记录介质之间的距离小于波长量级的范围称为近场。近年来发展的基于近场光学的高密度光存储, 其成像分辨率可以突破衍射极限。近场光学的高密度光存储主要有以下三种方案。

(1) 固态浸没透镜 (Solid Immersion Lens, SIL) 技术

一种典型的近场光学超分辨率技术是通过使用高数值孔径的固体浸没透镜来减小记录光

斑的直径。SIL 读写头结构如图 7.2-6 所示。激光首先由物镜 L_1 会聚,经半球形透镜 SIL 聚焦,聚焦在 SIL 底面的光斑通过近场耦合将光能量传输到光盘记录介质上,形成超衍射分辨光斑,实现高密度记录。SIL 可以通过较大的光通量,它与盘片的距离即飞行高度须保持在近场(亚波长)范围内,聚焦光斑直径随 SIL 的介质折射率及飞行高度不同而不同。

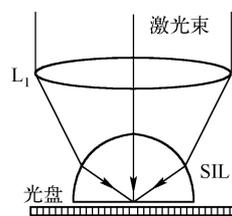


图 7.2-6 SIL 读写头结构

这种方案理论上可达到的光斑直径为 125 nm,相应的存储密度为 40 Gb/in²。这种方案的系统结构与现行光驱兼容性好,光能量损失小,读写速度相应得到提高,而且可以利用许多现有光驱制造的相关技术和微细制造技术。因此利用 SIL 进行近场光学存储具有较大的发展前景,被认为是最接近实用化的方案。但是 SIL 的方案也存在它的不足,其记录光斑的尺寸仍然依赖高数值孔径的固体浸没透镜,因而最终还是要受到衍射极限的限制,严格来讲还不是真正的超分辨技术,能达到的存储密度也无法与下面的近场纳米孔径探针及近场结构型技术相比。

(2) 孔径探针近场光学存储

近场光学理论研究涉及纳米尺度光波的物理特征与现象,如隐失波的分布、局域场增强、非传播场转换等。可以说近场光学是光学通向纳米科学技术的桥梁。所谓“近场”意味着在纳米距离上进行光信号的操作、存储和探测等。例如近场光学显微术中,传统光学的镜头被纳米孔径光学探针所代替。将纳米孔径探针置于距物体纳米距离内,仅使来自于孔径附近纳米局域空间的光信号被收集。当探针在近场区域对样品进行扫描成像时,物体上的纳米特征能够被分辨成像。同样,近场光学技术也可以用于高密度存储。

采用扫描探针显微术(probe scanning microscopy, PSM)原理的光存储技术方案中,纳米孔径探针仍然是其核心元件。将激光束耦合进光纤探针,通过纳米孔径进行记录和读取,如果记录介质距小孔相当近,通过小孔的光便在光盘上形成尺寸与小孔相当的记录点。20 世纪 90 年代已有报道用扫描近场光学显微镜的光纤探针在磁光介质和相变介质上获得 60nm 的记录点。这些成果显示了近场光学高密度存储的巨大潜力。但这种技术也存在着一些缺点:① 由于光纤纳米孔径探针的效率一般只有 10^{-4} ,光能量损失大,读写信号微弱,信噪比差。② 探针与记录介质的纳米间距测控比较难,响应速度较慢。以上问题限制了读/写速度。③ 光纤探针极易损坏和受到污染,这些都限制了孔径探针近场光学存储方案的发展。

(3) 超分辨率近场结构型(Super-RENS)方案^[7-5]

1998 年日本学者提出了一种超分辨近场结构(Super-RENS)光盘,此种技术可以用一般光驱的读写头,在记录层上写入或读出一个小于光学衍射极限尺寸的记录点,被认为是光学存储技术的一大突破。Super-RENS 具有多层膜系,其典型结构如图 7.2-7 所示。该结构的巧妙在于在记录层的上方还有一层特殊的掩膜层,它是具有三阶非线性双稳态开关特性的薄膜。当聚焦激光照射到与记录介质薄膜有纳米级间距的掩膜层时,虽然聚焦光斑的尺寸受衍射极限限制,但高斯光斑中心部分的极高光强与掩膜层介质相互作用的结果,使掩膜层中产生纳米尺度散射小孔,其作用类似于近场光学显微镜的扫描探针在读写时的作用,因此也称为孔径层。例如以 Sb 作

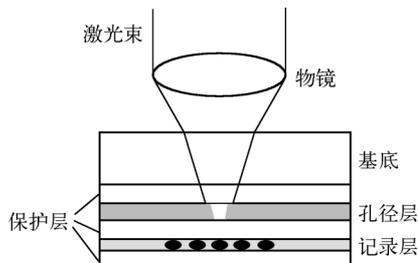


图 7.2-7 Super-RENS 结构示意图

图 7.2-7 Super-RENS 结构示意图

为相变材料的孔径层时,可以获得 $\lambda/7$ 的空间分辨率。孔径层的产生使得超分辨衍射极限的光信息存取得以实现。我国科技工作者也在 super-RENS 方面做了大量实验,使用扫描电镜 (SEM) 对相变介质上超分辨记录的结果与用传统相变光盘 (CD2R/W) 进行对照,证实了 super-RENS 的超分辨记录效果。

Super-RENS 存储方法的优点是:近场距离固定,因此飞行高度固定且易于控制;近场孔径尺寸可以通过改变到达盘面的激光功率来调整;可以和现有的光盘技术兼容,从而减少开发费用和周期。但是 Super-RENS 存储方法要求孔径层材料有很强的三阶非线性双稳态开关特性,响应速度快,热稳定好,以及低噪声等。仍以 Sb 作为相变材料的孔径层为例,在 250 nm 的记录点上获得的信噪比 (CNR) 仅为 20 dB。如果要使原始误码率优于 10^{-5} , CNR 通常应当高于 45 dB。目前有很多研究人员在提高 CNR、提高热稳定性、寻找合适的孔径层材料,以及孔径层的工作机制等方面进行研究。

实验研究表明近场光学存储密度能达到 45 Gb/in^2 ,比现有光盘技术提高了几个数量级。如果能解决记录机理、速度、材料、信噪比、系统等问题,近场光学数据存储有可能成为新一代计算机数据存储的重要方法和手段。

和磁盘一样,上述的各种光盘技术都无法将信息存储在材料的整个体积中,多层光盘虽然能提高存储容量,但允许的层数毕竟有限。同时,磁盘和光盘的机械运动寻址方式和按位存储的本质,限制了数据传输率的进一步提高。计算机处理能力的快速增长,以及为了满足多媒体(文本,声音和图像)娱乐和信号处理对存储容量和传输速率的渴求,导致了对体积光学存储的极大兴趣。为了充分利用存储材料的整个体积以提高存储的体密度和存储容量,有必要将光学存储从平面式的二维光盘存储扩展到体积式的三维光存储。

7.3 三维光存储

体积式的三维光存储的主要形式是体全息光存储。从激光全息术发展的初期,全息图就被看做一种潜在的光学存储器。在全息存储器中,物光束经过空间调制而携带信息,参考光束以特定方向直接到达记录介质,在两相干光束交叠的介质体积中形成干涉条纹。写入过程中,材料对干涉条纹照明发生响应,在材料中形成类似光栅结构的全息图。读出过程利用该光栅结构的衍射,用适当选择的参考光(例如,写入过程中参考光的复现)照明全息图,精确地复现出写入过程中与此参考光相干涉的数据光束的波面。和已成熟的磁存储和光盘存储技术相比,全息存储的存储容量高,数据传输速率高,存取时间很快,可进行并行寻址,而且具有较高的冗余度,使得记录介质局部的缺陷和损伤不会引起信息的丢失或误码。

全息存储器可以直接输出数据页或图像的光学再现,这使信息检索以后的处理更为灵活。例如,采用适当的光学系统,有可能一次读出存储在整个全息存储器中的全部信息,或者,在读出过程中同时与给定的输入图像进行相关,完全并行地进行面向图像(页面)的检索和识别操作。这种独特的性能可以实现用内容寻址的存储器(CAM),成为全光计算或光电混合计算的关键器件之一,在光学神经网络、光学互连,以及在模式识别和自动控制等领域(可以统称为光计算)中有广阔的应用前景。

7.3.1 体全息的基本原理

4.11 节已介绍了体全息的基本原理,并且指出,体全息图再现对于角度和波长具有极严

格的选择性。当照明光角度稍有偏离时,便不能得到衍射像,因而可以以很小的角度或波长间隔存储多重三维图像而不发生像串扰,实现角度复用或波长复用。

两束在 x - z 面内传播的平面光波入射到厚度为 d 的感光介质上,在介质内部干涉形成如图 4.11-1 所示的三维光栅。假设介质内所有光波矢量的模均为 k ,参考光和物光束在介质内的光波矢量分别为 \mathbf{k}_1 和 \mathbf{k}_2 ,它们与 z 轴的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 ,在介质中形成的干涉条纹面将平分两光束之间的夹角,即 $\theta = (\theta_1 - \theta_2)/2$,而条纹面间的距离为

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\sin\theta} \quad (7.3-1)$$

全息记录的结果,在介质中产生与干涉条纹面相应的折射率和吸收率变化,即体全息图。定义光栅矢量 \mathbf{K} ,其方向沿条纹面法线方向,它与 z 轴的夹角为 φ ,即

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 \quad (7.3-2)$$

其大小为

$$K = 2\pi/\Lambda \quad (7.3-3)$$

按照三维光栅的衍射理论,为了使连续散射波同位相相加,使总的衍射波振幅达到极大值,则介质内照明光束的波长 λ 、照明光束与峰值条纹面之间的夹角 θ ,以及条纹面的间距 Λ 三者之间必须满足式(7.3-1),即布拉格定律。

当用光波 \mathbf{k}_r 在满足布拉格条件($\theta_r = \theta_1$)下再现全息图时,衍射角 $\theta_s = \theta_2$,衍射光波即为原物光波,此时衍射效率最大。当再现光波偏离布拉格角入射($\theta_r = \theta_1 + \Delta\theta$)($\Delta\theta$ 为偏离角)时,衍射效率将随 $\Delta\theta$ 的增大迅速下降。另一方面,当再现光的波长偏离布拉格入射的正确波长,即 $k_r \neq 2\pi/\lambda$ 时,衍射效率也将明显下降。因此,布拉格定律(式(7.3-1))表明,如果再现光的波长和光栅间距已被确定,则再现光的入射角便唯一确定;或者,如果再现光的入射角和光栅间距已被确定,则再现光的波长便唯一确定。否则,任何违反布拉格条件的角度或波长改变都将导致衍射效率的明显下降。所以体全息具有高的角度和波长选择性。下面从耦合波理论出发,讨论体积全息图衍射特性。

7.3.2 体全息光栅的衍射效率

Kogelnik^[7-6]首先将耦合波理论用于分析体光栅的衍射。其主要思想是从麦克斯韦方程出发,根据体全息介质记录的空间调制电学和光学常数,直接求解描述照明光波和衍射光波的耦合微分方程组,得到体光栅在布拉格角附近读出时的衍射效率。这一理论广泛用于各种体光栅衍射特性的分析,给出定量的结果。一维耦合波理论假设光栅被恒定振幅的平面光波形成和再现,介质的介电常数和电导率的空间调制按余弦规律变化,照明光波以布拉格角或在其附近入射,介质内仅出现照明光波和一级衍射光波,忽略其他所有的衍射级,在一个光波长范围内光波振幅的变化很小,忽略光波振幅的二阶微分。由此出发建立的数理模型可以导出体光栅的衍射效率和角度及波长选择性,其主要结果如下。

1. 两种特殊情况的衍射效率

(1) 无吸收的透射型位相光栅

衍射光波的改变仅由折射率的空间变化而产生。这时光栅的衍射效率为

$$\eta = \frac{\sin^2(\nu^2 + \xi^2)^{1/2}}{1 + (\xi/\nu)^2} \quad (7.3-4)$$

其中参数 ν 、 ξ 分别称为光栅调制参量和布拉格失配参量,由下两式给出

$$\nu = \frac{\pi \Delta n d}{\lambda (\cos \theta_r \cos \theta_s)^{1/2}} \quad (7.3-5)$$

$$\xi = \frac{\delta d}{2 \cos \theta_s} \quad (7.3-6)$$

式中, Δn 为记录得到的余弦体光栅折射率分布的调制度, d 为两光波相互作用区间的长度, θ_r 和 θ_s 分别为照明光波和衍射光波波矢量与 z 轴的夹角, λ 为衍射光波长。当入射波的入射角对布拉格入射角 θ_0 的偏离为 $\Delta\theta$, 其波长对布拉格波长 λ_0 的偏移量为 $\Delta\lambda$ 时, 相位失配因子 δ 可表示为

$$\delta = \Delta\theta \frac{4\pi}{\lambda} \cos(\varphi - \theta_r) \sin(\varphi - \theta_0) - \Delta\lambda \frac{4\pi}{\lambda^2 n_0} \cos^2(\varphi - \theta_r) \quad (7.3-7)$$

由此可得, 读出光满足布拉格条件入射时, 衍射效率为

$$\eta_0 = \sin^2 \nu \quad (7.3-8)$$

结合式(7.3-5)可见, 在以布拉格角入射时, 衍射效率将随介质的厚度 d 及其折射率的空间调制幅度 Δn 的增加而增加, 当调制参量 $\nu = \pi/2$ 时, $\eta_0 = 100\%$ 。

根据式(7.3-4), 可以给出无吸收透射位相全息图归一化的衍射效率 η/η_0 (η_0 为满足布拉格条件时的衍射效率) 随布拉格失配参量 ξ 的变化曲线。如图 7.3-1 所示, 三条曲线分别对应三个不同的调制参量 $\nu = \pi/4$, $\nu = \pi/2$ 和 $\nu = 3\pi/4$ 。当 $\nu = \pi/2$ 时, $\eta_0 = 100\%$; 当 $\nu = \pi/4$ 或 $\nu = 3\pi/4$ 时, $\eta_0 = 50\%$ 。

由图 7.3-1 可看出, 当 $\xi = 0$ 时, 衍射效率最大; 随着 $|\xi|$ 值的增大, η 迅速下降; 当 $|\xi|$ 值增大到一定程度时, η 下降至零。

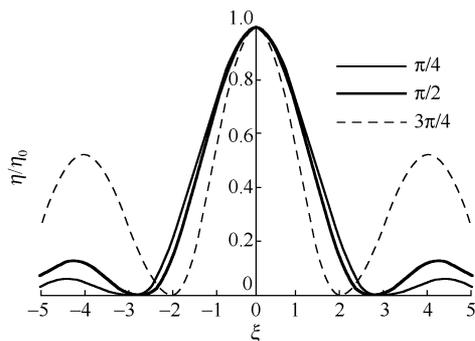


图 7.3-1 无吸收透射光栅的 η/η_0 随 ξ 的变化曲线

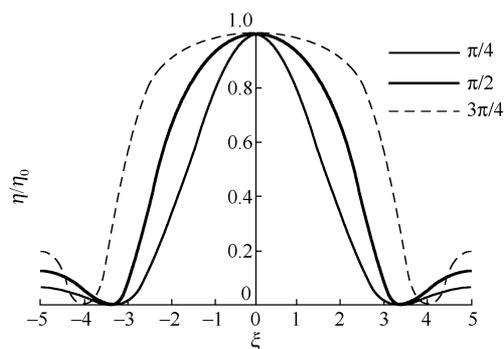


图 7.3-2 无吸收反射光栅的 η/η_0 随 ξ 的变化曲线

(2) 无吸收反射型位相光栅

衍射效率为

$$\eta = \frac{\text{sh}^2(\nu^2 - \xi^2)^{1/2}}{\text{sh}^2(\nu^2 - \xi^2)^{1/2} + [1 - (\xi/\nu)^2]} \quad (7.3-9)$$

参量 ν 和 ξ 仍由式(7.3-5)和式(7.3-6)给出。布拉格入射时, $\xi = 0$, 此时衍射效率为

$$\eta = \tanh^2 \nu \quad (7.3-10)$$

同样可作出归一化的衍射效率 η/η_0 与布拉格失配量 ξ 的变化曲线, 见图 7.3-2。图中给出了对应调制参量分别为 $\nu = \pi/4$, $\pi/2$ 和 $3\pi/4$ 的三条曲线, 相应的 $\eta_0 = 43\%$, 84% 和 96% 。注意, 当 $|\xi| > \nu$ 时, 式(7.3-10)中的双曲函数将变成正弦函数。由图知, 曲线随 ν 值的增大而变宽, 这与透射光栅的情形正好相反。

由上面的讨论可知,不论是透射光栅还是反射光栅,其衍射效率对布拉格失配量 ξ 十分敏感。由于 ξ 的改变量与角度的偏移量 $\Delta\theta$ 以及波长的偏移量 $\Delta\lambda$ 成正比[见式(7.3-6)和式(7.3-7)],因此入射光的角度或波长偏离布拉格条件会导致衍射效率迅速下降。体积全息图的这一特性称之为角度和波长的灵敏性,或者说选择性。图7.3-1和7.3-2的特性曲线又称为选择性曲线,被广泛用来评价体光栅的角度和波长的选择性。

2. 角度选择性

如果再现光的波长与记录时的波长相同,即式(7.3-7)中的 $\Delta\lambda = 0$,于是,结合式(7.3-7)和(7.3-6)有

$$\xi = \Delta\theta K d \sin(\varphi - \theta_0) / (2 \cos\theta_s) \quad (7.3-11)$$

其中 K 由式(7.3-3)表示。通常将对应着 η - ξ 曲线(见图7.3-1和图7.3-2)的主瓣全宽度定义为选择角,用 $\Delta\Theta$ 表示。又由式(7.3-4)知,当 $\nu^2 + \xi^2 = \pi^2$ 时, $\eta = 0$ 。因此,透射光栅的选择角为

$$\Delta\Theta = \frac{2(\pi^2 - \nu^2)^{1/2} \lambda_a}{\pi n d} \cdot \frac{\cos\theta_s}{|\sin(2\varphi)|} \quad (7.3-12)$$

式中, λ_a 为空气中的波长。计算时可认为衍射光波的角 θ_s 等于记录时物光波的角度, $2\varphi = \theta_r - \theta_s$ 是记录时参考光、物光之间的夹角。式中各角度均为介质中的值,由折射定律即可求出空气中的选择角。

当 $\theta_r = -\theta_s$ 时,即两写入光束对称入射,形成非倾斜光栅,则式(7.3-12)可表示为

$$\Delta\Theta = \frac{(\pi^2 - \nu^2)^{1/2} \lambda_a}{\pi n d |\sin\theta_r|} \quad (7.3-13)$$

对于反射光栅,在衍射效率的零点位置附近 $|\xi| > |\nu|$,这样,式(7.3-9)可写成

$$\eta = \frac{\nu^2 \sin^2(\xi^2 - \nu^2)}{(\xi^2 - \nu^2) + \nu^2 \sin^2(\xi^2 - \nu^2)} \quad (7.3-14)$$

当 $\xi^2 - \nu^2 = \pi^2$,即 $\xi = (\pi^2 + \nu^2)^{1/2}$ 时, $\eta = 0$,于是可得到反射光栅的选择角为

$$\Delta\Theta = \frac{2(\pi^2 + \nu^2)^{1/2} \lambda_a}{\pi n d} \cdot \frac{\cos\theta_s}{|\sin(2\varphi)|} \quad (7.3-15)$$

这里 $2\varphi = \theta_r - \theta_s$ 仍为参考光、物光之间的夹角。对于非倾斜光栅选择角为

$$\Delta\Theta = \frac{(\pi^2 + \nu^2)^{1/2} \lambda_a}{\pi n d |\sin\theta_r|} \quad (7.3-16)$$

式中所有角度均为介质中的值。根据折射定律,同样可计算出该选择角在空气中的值。

由式(7.3-12)和式(7.3-15)可知,对于给定的物光入射角,参考光和物光之间的夹角为 90° 时,选择角最小。依据式(7.3-13)和式(7.3-16)可作出非倾斜光栅选择角与参考光角度的关系曲线,从而可以看出在同等条件下,透射全息图的角度选择性比反射全息图要灵敏。

注意,本节中讨论的是参考光角度在同一个包括光栅矢量的平面内变化时的角度选择性,相应的选择角又称为水平选择角^[7-7]。

3. 波长选择性

当再现光的波长与记录波长不同,但以记录时参考光的角度入射时,由此引起的位相失配由式(7.3-7)可得

$$\delta = -\Delta\lambda K^2 / (4\pi n)$$

结合式(7.3-4)、式(7.3-6)和式(7.3-9),可求出使衍射效率降低到第一个零点时的波长偏移量为

$$\text{透射光栅:} \quad \Delta\lambda = \frac{(\pi^2 - \nu^2)^{1/2} \lambda_a^2 \cos\theta_s}{\pi n d (1 - \cos 2\varphi)} \quad (7.3-17a)$$

$$\text{反射光栅:} \quad \Delta\lambda = \frac{(\pi^2 + \nu^2)^{1/2} \lambda_a^2 \cos\theta_s}{\pi n d (1 - \cos 2\varphi)} \quad (7.3-17b)$$

式中, 2φ 仍为介质内两写入光束的夹角。此波长偏移量称为全息图的带宽。对于非倾斜光栅的特殊情况,全息图带宽为

$$\text{透射光栅:} \quad \Delta\lambda = (\pi^2 - \nu^2)^{1/2} \lambda_a^2 / (2\pi n d \tan\theta_r \sin\theta_r) \quad (7.3-18a)$$

$$\text{反射光栅:} \quad \Delta\lambda = (\pi^2 + \nu^2)^{1/2} \lambda_a^2 / (2\pi n d \cos\theta_r) \quad (7.3-18b)$$

式中, $\Delta\lambda$ 和 λ_a 均为空气中的值, θ_r 为介质中的值。由上两式作图可知,反射全息图对波长的偏离比透射全息图要灵敏得多,而且带宽几乎不随两写入光夹角的变化而变化。根据式(7.3-17b),当两写入光束在介质内的夹角 $2\varphi = \pi$ 时,反射全息图的 $\Delta\lambda$ 最小,即波长选择性最好。

根据体全息的角度和波长选择性,可以利用不同角度入射的光,或不同波长的光,在同一体积中记录许多不同的全息图,而且记录介质越厚,选择角和带宽就越小,因而记录的全息图就越多。例如,大容量体全息存储的材料,其厚度在 cm 量级,这时选择角仅有百分之几甚至千分之几度,因而可在这种厚的记录介质中存储大量的全息图而无显著的串扰噪声,这就是大容量存储的依据。

Kogelnik 的耦合波理论以近乎完美的形式给出了体光栅的衍射特性,但由于该理论的一维本质,它原则上只适合于光栅输入输出面尺寸(与之相应的是入射光束和衍射光束的尺寸)远大于光栅厚度的情况。在这种情况下光栅可以分为透射型和反射型两类。在现代体光栅的许多应用中,光栅尺寸趋于小型化,使用方式也有了邻面入射式即所谓 90° 光路。对这一类体光栅衍射特性(例如衍射效率和角度及波长选择性)的分析需要更为精确的衍射理论,二维理论即受到极大的关注。所谓二维理论,是假定在垂直于光栅条纹平面(x - y 平面)的方向上材料的性质和光波的性质均无变化,但在光栅条纹平面上两个方向的变化均不可忽略。对于一类“完全重叠型”光栅(即有限宽度的两光束在记录介质中相交,在相交的全部区域中形成的全息光栅),二维理论的闭形式解析解和数值解可以解决包含了非均匀的写入光振幅分布、介质吸收、位相光栅和振幅光栅,以及非布拉格入射等相当普遍情况下的光栅衍射问题^[7-8]。

7.3.3 体全息存储材料的存储特性

体全息存储的质量在很大程度上取决于记录材料的特性。体全息存储的记录材料,要求其厚度远大于光波长,而且介质的整个体积内部都应该能对光照产生响应。经过漂白处理的膜层较厚的卤化银乳胶、重铬酸盐明胶、光致变色材料等,记录后介质内部能产生折射率改变,这些材料都能呈现体积存储的效应,但是膜厚有限,因而不易实现大容量的全息存储。目前应用于体全息存储的主流材料有光折变材料和光致聚合物材料两大类。

材料的全息存储特性主要有以下几方面:

1. 光谱响应

用于全息存储的记录材料需对写入的激光波长敏感。目前,全息记录主要采用连续的可

见激光,如氩离子(488 /514 nm 谱线)和氦氖(633 nm 谱线)激光。随着光电子技术的发展,半导体激光器和倍频固体激光器等光源,在全息存储中的作用也越来越重要。在光折变材料中进行适当的掺杂和热处理,可以使得敏感波长的范围覆盖从近紫外到近红外。在光致聚合物中采用不同的染料敏化剂及引发体系,也可以改变材料的敏感波长范围。

2. 动态范围

传统上动态范围指最大可能的折射率改变 Δn_{\max} 。给定这一指标,可以根据耦合波理论近似地确定晶体中光栅可能达到的最大衍射效率。通常是通过测定光栅的饱和衍射效率来近似确定 Δn_{\max} 的值的。

在高密度全息存储领域,动态范围是人们为了考察材料高密度全息存储的能力而定义的参量,用 $M^\#$ 表示。它反映了全息存储材料的存储潜力,是影响存储容量的一个重要因素。其定义是:

$$M^\# = M\eta^{1/2} \quad (7.3-19)$$

式中, M 是在等衍射效率条件下同一个记录位置所记录的全息图数, η 是最终每一个全息图的衍射效率。

在弱耦合条件下,光栅调制参量

$$\nu = \sqrt{\eta} \quad (7.3-20)$$

可以看到动态范围 $M^\#$ 就是 M 个全息图的光栅调制参量之和:

$$M^\# = \sum_{i=1}^M \nu_i \quad (7.3-21)$$

可见动态范围与 Δn_{\max} 有关,但并不等同于 Δn_{\max} 。通常采取实验测量方法来确定材料的动态范围:在同一体积内采用角度复用 M 个全息图,测量出每个全息图的光栅调制参量 ν_i 。根据式(7.3-21),将这 M 个全息图的光栅调制参量累计,即是该材料的有效动态范围。

3. 响应时间常数

响应时间是全息存储的重要特性参量,它表征了体全息光栅的动态特征。对于光折变光栅有写入时间常数 τ_w 和擦除时间常数 τ_e 。折射率光栅的动态建立过程可表示为^[7-7]

$$\Delta n(t) = \Delta n_{\max} (1 - e^{-t/\tau_w}) \quad (7.3-22)$$

其中 τ_w 为光栅写入时间常数; Δn_{\max} 是饱和折射率调制度,即在光照时间远大于 τ_w 后,晶体的折射率变化值。同时由光折变光栅的形成机理可知,已经写入了光栅的晶体被其敏感波长的均匀光照射后,会使晶体内相位光栅消失,使光折变晶体恢复常态。这种现象称为光擦除。擦除过程中折射率变化可表示为

$$\Delta n(t) = \Delta n_0 e^{-t/\tau_e} \quad (7.3-23)$$

Δn_0 是擦除开始时刻的 Δn 值。

对于光致聚合物光栅,描述光栅建立的动态过程的时间常数主要有单体的聚合速率常数和单体扩散的时间常数^[7-9]。

4. 灵敏度

灵敏度指材料受到光照后,其响应的灵敏程度,是直接影响全息存储器的写入速度及写入过程能耗的一个重要性能指标。材料的全息记录灵敏度 S_n 有多种定义。一种较实用的定义

是在 1 mm 厚的材料中记录衍射效率为 1% 的光栅所需要的能量密度 $W(1\%)$, 单位为 mJ/cm^2 。在高密度全息存储领域比较普遍接受的另一种定义是: 在记录的初始阶段, 灵敏度正比于单位写入光强在单位厚度的材料中产生的折射率变化速率, 数学表示为

$$S = \frac{\partial \sqrt{\eta}}{\partial t} \Big|_{t=0} \quad (7.3-24)$$

式中, η 是衍射效率, I 是总的写入光强, d 是材料的厚度。这样定义的灵敏度单位为 cmJ^{-1} 。

5. 存储持久性

全息图的存储持久性用其暗存储时间(即记录以后在黑暗条件下初始的折射率变化的分布仍然保存的时间)来表征。光致聚合物材料由于聚合反应的不可逆性成为优良的只读存储介质, 信息可以长期保存。而由于光折变效应的可逆性, 常用光折变晶体的暗存储时间从数秒(BaTiO_3 和 SBN) 到数年(LiTaO_3) 不等。存储持久性较短的材料适合于实时信号处理、相干光放大和光学位相共轭。然而, 只读存储器要求长的存储持久性。在这种情况下可以采用固定(定影)技术, 使固定后的光栅有较长的存储寿命并且对读出光不敏感, 因此高效率有实用价值的固定技术成为当前的研究热点^[7-10]。

6. 散射噪音

散射噪音是全息记录材料的本质性问题。材料中任何缺陷会使光散射成球面波, 这些散射波会与初始的入射波相干涉, 形成噪音位相光栅; 与此同时, 入射光作为读出光通过噪音光栅的自衍射(此时布拉格条件自动满足), 入射光能量向散射光转移, 产生放大的散射光, 并且材料中存在的多束散射光同时写入了多组位相光栅。由于散射光在空间无规则分布, 因此这些位相光栅叠加成噪声光栅。如何有效地克服光折变晶体中的散射噪声也是当前研究的热点。

7.3.4 全息存储器的数据传输速率

数据传输(I/O)速率是衡量计算机存储设备性能的重要指标, 因而也是评价全息存储器性能的一项重要指标。它的大小与存储器的存取时间(access time) t_{at} 、组页器的位容量 M_p 、组页器的填充时间 t_f (也称为组页器的开关时间)和每个数据页全息图记录时间 t_{in} 有关, 即决定于数据存入存储器或从存储器中取出存储数据所需要的时间。存取时间可分为潜伏时间和传送时间两部分。存储设备的物理移动(例如磁盘的旋转和读/写头的定位)时间属于潜伏时间, 数据在传输通路上由于电子元件、电子线路等引起的时间延迟属于传送时间。对于全息存储器而言, 潜伏时间相当于数据页(全息图)的寻址时间 t_a ; 传送时间主要包括每个数据页的读出时间 t_p , 它受到再现衍射光功率在探测器上的积分时间、探测器的响应时间和探测器电子系统数据传输时间的限制。

目前能够获得的计算机大容量数据存储器基本上是磁性存储器和二维光学存储器即光盘, 它们都利用机械部件使存储介质运动, 按位串行读取, 因而速度受到限制。全息存储器的优点在于不仅具有巨大的存储容量, 而且同时可以具有极高的读取速度, 这是由于每次读出的是整个数据页。然而, 全息存储器的数据存入和取出时间一般是很不对称的, 取出时间远小于数据存入时间。下面分别讨论影响体全息存储器数据存入和读取速度的主要因素。

1. 数据页的存入速率

体全息存储器的数据存入速率主要受全息图记录时间 τ_{in} 的影响,取决于记录介质的灵敏度和所要求的衍射效率。若不考虑复用情况,则数据存入速率为

$$R_{in} = M_p / (\tau_{in} + t_f) \quad (7.3-25)$$

式中, M_p 是每个数据页中的像元数目。

对于复用全息存储,为了得到比较均匀的衍射效率,需要采用一定的曝光记录时序。当使用顺序曝光方式时,每个数据页的记录时间是不同的,只能给出平均存入速率;同时还要考虑全息图寻址时间 t_a 。例如在 $100 \mu\text{m}$ 厚的光致聚合物(HRF-150型)上,实验达到的记录速率是 0.7 Mb/s 。此时,每个全息图的平均记录时间是 840 ms ,数据页像元数目为 5.9×10^5 ,共记录了 50 个全息图,总的入射光强度是 $2 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$,每个全息图的衍射效率约为 0.35% 。若将总的入射光强度提高到 $128 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$,全息图的平均记录时间就可以减小到 13 ms ,记录速率可达到 45 Mb/s 。

2. 数据页的读取速度

对于大多数全息存储系统而言,数据页的读取速度(存储器的读出数据传输速率)满足下面的不等式:

$$R_{out} \leq \frac{M_p}{t_a + t_p} \quad (7.3-26)$$

如果选择这样的数据: $M_p = 1024 \times 1024$, t_a 和 t_p 都等于 $1 \mu\text{s}$,那么计算可得到 $R_{out} \leq 512 \text{ Gb/s}$,相当于每秒 62.5 GB 的数据传输速率,这是非常可观的。下面分别讨论寻址时间 t_a 和每个数据页的读出时间 t_p 对读取速度的影响。

(1) 数据页的读出时间

每个数据页的读出时间 t_p 由探测器和相关的电子放大器的噪声决定,而探测系统的噪声特性可以由在足够低的误码率下探测一个比特信息所需接收的最少入射光子数 μ 决定,产生该数目的光子数所需要的读出时间为

$$t_p = \frac{hc\mu M_p}{\eta P_r \lambda} \quad (7.3-27)$$

式中, h 是普朗克常数; c 是真空中光速; λ 是真空中光波长; $hc/\lambda = h\nu$ 为一个光子的能量; M_p 是每个数据页的像元数,这里假设一个像元表示一个比特信息,那么 μM_p 表示一个数据页面所需接收的最少入射光子数;而 P_r 是读出参考光束的功率, η 是全息数据页的衍射效率,则 ηP_r 表示单位时间内衍射到该数据页面的总的光能量。若每个数据页包含的像元数目等于探测器的像元数目,则最大数据传输速率为

$$R_{out} = \frac{M_p}{t_p} = \frac{\eta P_r \lambda}{\mu hc} \quad (7.3-28)$$

根据上式可知,探测一个比特数据所需要的光子数 μ 越少,最大数据传输速率 R_{out} 越高;可以通过降低对光子数 μ 的要求来提高 R_{out} ,可能的方法包括使用有内部增益的探测器或者使用高阻抗的前端积分放大器。

下面分析所需要的入射光子数 μ 与探测器件特性参数之间的关系。考虑到每个数据页的读出时间必须要大于或等于探测器的响应时间才能得到较好的图像信噪比,在这里取读出时

间为允许的最小值,即认为每个数据页的读出时间约等于探测器的响应时间,并将响应时间用每个数据页的读出时间 t_p 表示。

光电探测器的本征信噪比 SNR 与入射光子数 μ 及响应时间 t_p 的关系通常可以表示为

$$\text{SNR} = \frac{q^2 \varepsilon^2 \mu^2 R_L}{32kT_n t_p} \quad (7.3-29)$$

式中, q 为电子电荷, k 是玻耳兹曼常数, ε 是探测器的量子效率, R_L 是负载和放大器输入阻抗的复合阻抗, T_n 是等效噪声温度。

在通常的探测器 - 放大器结构中, R_L 与响应时间 t_p 有如下关系:

$$t_p \approx 2\pi R_L C \quad (7.3-30)$$

式中, C 是电容。结合式(7.3-29)和式(7.3-30),可得

$$\mu = (64\pi k T_n C \cdot \text{SNR})^{1/2} / (q\varepsilon) \quad (7.3-31)$$

当知道了探测器 - 放大器的特性,即 ε 、 C 、 T_n 之后,对于给定的 SNR,由式(7.3-31)可计算出探测器所需要接收的光子数 μ ,再用式(7.3-28)可估算出最大数据传输速率。

如果探测器为面阵商业化 CCD,则可以直接利用更直观的性能参数估算出所需要接收的光子数 μ 。下面利用探测器的一些实际参数对 R_{out} 进行估算。典型商业化 CCD 摄像机每个像元的等效噪声曝光量约为 $1.8 \times 10^{-4} \text{ pJ} \cdot \text{cm}^{-2}$,这里等效噪声曝光量是指产生与探测器噪声强度相等的信号强度所需要的曝光量。当激光工作波长为 500 nm 时,每个光子的能量约为 $4 \times 10^{-19} \text{ J}$ 。直接计算得到每个探测器像元需要接收约 26 个光子。当然,为了得到较高的信噪比,取 $\mu = 500$;同时,一个数据页的像元数目取为 500×500 ,读出参考光束的功率为 200mW,衍射效率为 10^{-5} ,可估算出探测器的响应时间为 25 μs ,数据传输速率为 10 Gb/s。

(2) 数据页的寻址时间

全息存储器不仅可以像磁存储器和 CD-ROM 那样利用机械运动进行寻址,还可以使用声光偏转器件和电光偏转器件等无机机械运动器件寻址,因而有可能达到很高的数据页寻址速度。在大规模复用存储时,读出光束通常需要较大的角度变化范围,电光偏转器件在角度偏转范围较大时需要很高的偏置电压,因此不太适合于大规模全息存储的寻址应用。声光偏转器件是目前最佳的寻址器件,它的寻址时间在 1 ~ 10 μs 之间。这样,限制读出参考光角度变化速度的根本因素则是 CCD 探测器的积分时间(通常用 CCD 探测器的积分时间来表示其响应时间);如果数据页的寻址速度太快,由于 CCD 积分时间的限制,必定造成重构图像的模糊。

若体全息存储材料是块状晶体,可以使用两个声光偏转器实现对角度复用和空间复用的全息图进行无机机械运动的寻址。Sharp 等人在 1996 年就测量了声光偏转器随机寻址一个页面所需的时间(页随机寻址时间),采用的声光偏转器有效孔径的直径为 9.3 mm,时间带宽积为 750,页随机寻址时间达到了 $(16 \pm 2) \mu\text{s}$,这样每秒钟可以寻址 6.25×10^4 个数据页;若存储的图像是二值化数字数据,每页数据量为 320×264 ,则数据读出速率为 5.28 Gb/s^[7-11]。

7.3.5 超大容量全息存储器

在记录材料的整个体积中存储信息,有可能实现超大容量的全息存储器。例如三维盘式全息存储方案,就是实现超大容量存储的一种途径。全息盘潜在的高数据传输率不是依靠盘面转速的提高,而是通过整页并行读出实现的,这也将相应地缓解系统对高速机械运动的要求。随着材料技术的进步,有可能制备具有良好光学质量的大块厚片光折变晶体(例如铌酸锂晶体)和大面积均匀的光致聚合物薄膜,这为盘式全息存储创造了条件。

全息存储盘的页面式三维存储性质,决定了它与常规二维光盘有显著的不同,主要在于信息页面的复用结构,即如何使用盘式介质相对大的表面积。已经提出了几种盘式全息存储的方案。图 7.3-3 示出了基于分块全息存储技术的全息存储盘的示意图。图中沿盘面上的同心圆轨道划分为互不重叠的空间位置(全息块),每个位置上可以复用存储大量全息图。可以用傅里叶全息图也可以用像面全息图。参考光束采用平面波。复用方式可以是角度复用、波长复用或位相复用。光路构型可以是透射型(图中未示出),也可以是如图 7.3-3 中所示的反射型(读出时的接收光路亦未标出)。

为了便于与常规二维存储盘比较,三维全息存储盘的存储密度也通常表示成面密度的形式。为了使存储密度最大化, Li 和 Psaltis 曾对分块式全息存储盘的存储密度进行了详细讨论,并对角度复用和波长复用分别给出了一系列优化的参数^[7-12]。他们的计算结果表明,角度复用和波长复用可以存储的全息图总数大致相同,在 16 ~ 30 mm 厚的盘片中才能实现 120 ~ 160 b/μm² 的面密度,故这种分块式的存储方案也是不够现实的。

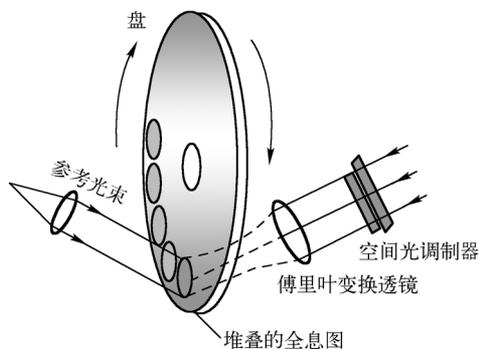


图 7.3-3 全息存储盘的示意图

近十余年来,针对盘式全息存储的研究取得了很大进展^[7-13]。在复用存储方案方面,采用球面参考光的空间-角度复用、位移复用、随机位相调制复用等技术使存储面密度不断刷新;反射式盘片和同轴光路的提出,使全息光盘驱动器与常规光驱兼容成为可能;空间光调制器、阵列光探测器等光电子器件技术以及伺服控制技术的发展,使得全息盘的读出速率在实验室中已达到 10 GB/s;在盘式存储介质方面,单盘容量可达 200 GB 以上的阳离子开环型和双化合物型的光致聚合物光盘介质逐步商品化。尽管全息光存储技术在实验室中已经获得了令人瞩目的成就,其真正大规模实用化还面临许多挑战,包括稳定、高效、低成本的存储介质,兼顾高存储密度和易于寻址的写读复用技术,抑制光学噪声降低误码率的高速编译码技术,以及能够发挥体全息存储潜在优势的新型周边光电子器件和伺服控制系统等,都是需要解决的关键问题,也始终在吸引各国研发人员的不懈努力。

7.4 四维光存储

光盘存储可以称为“位置选择光存储”,三维全息存储可以称为“布拉格选择光存储”,它们由于受到衍射限制,代表一个信息位的光能量最小的聚焦体积在 $1/\lambda^3$ 数量级,或 10^{-12} cm³ 左右。相应地,1bit 所占据的空间中含有 $10^6 \sim 10^7$ 个分子。如果能用一个分子存储一位信息,存储密度便能在现行光存储的基础上提高 $10^6 \sim 10^7$ 倍。问题是要有适当的选择或识别分子的方法。持续光谱烧孔 (Persistent Spectral Hole-Burning, PSHB) 技术正是利用对不同频率的光吸收率不同来识别不同分子的^[7-14]。采用 PSHB 光学存储技术,有可能使光存储的记录密度提高 3 ~ 4 个数量级。

物质原子的发射或吸收谱线有一定的宽度。单个原子的谱线宽度取决于与谱线相关的能级 E_2 和 E_1 ,这些能级均有一定的宽度。由于受激原子处在激发态只有有限的寿命,这就造成原子跃迁谱线的自然线宽。大量原子和分子之间的无规碰撞和晶格热振动会使谱线进一步加宽。由于引起加宽的物理因素对每个原子都是等同的,这类宽度称为均匀加宽,其特点是不能

把谱线线型函数上某一特定频率与某些特定原子联系起来。

固体工作物质中,晶格缺陷(位错、空位等晶体不均匀性)引起微小的内部应变,这使得处于缺陷部位的激活粒子的能级发生位移,导致处于晶体不同格位的激活离子所发射(或吸收)的中心频率有微小的移动;而通常看到的荧光谱线是不同格位的激活离子所发射的谱线叠加在一起形成的包络。格位环境完全相同的离子发射(或吸收)的光谱宽度为均匀加宽,而整个包络线的宽度为非均匀加宽。非均匀加宽的特点是不同原子(离子)只对谱线内与它的中心频率相应的部分有贡献,因而可以将谱线上某一频率范围认为是由一部分特定原子发射(或吸收)的。

如果用频率为 ω_0 、线宽很窄的强激光(烧孔激光)激发非均匀加宽的工作物质,同时用另一束窄带可调谐激光扫描该物质的非均匀加宽的吸收谱线,则在吸收频带上激发光频率 ω_0 处会出现一个凹陷,这就是“光谱烧孔”。其原因是在窄带强激光激发下,与激光共振的那部分离子几乎全部被激发到激发态 E_2 ,测量这些离子从基态 E_1 到激发态 E_2 的吸收时,就出现吸收饱和和线型;而不与窄带激发光共振的离子仍有正常的吸收。用激光扫过整个吸收线,测透射光强时就会在吸收线型上出现凹陷,也就是“孔”,参见图 7.4-1。

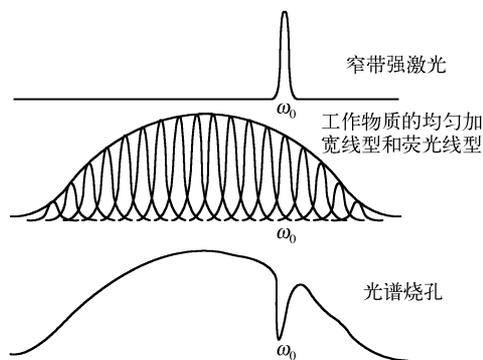


图 7.4-1 光谱烧孔的原理示意图

把烧孔激光调谐到荧光吸收谱带内的不同频率位置,孔就出现在不同的频率上。有孔和无孔就可以表示“1”和“0”两个状态。孔的存在时间就是电子在激发态的寿命。用测量透射光强的方法就可以检测孔的有无。这一原理用于光信息存储就是“频率选择光存储”,它与前述光盘存储和双光子存储方案显然是不同的。光谱烧孔方法有可能突破光存储密度的衍射限制,因为光谱烧孔除了利用记录材料的空间维度以外,还可利用光频率维度。在光斑平面位置不变的情况下,调谐激光频率在吸收谱带内烧出多个孔,可实现在一个光斑位置上存储多个信息,存储密度可提高 1~3 个数量级。

上面描述的“孔”是瞬态孔,激发激光停止后,激发态电子回到基态,孔也就消失了,信息不能长久保存。但如果强激光激发的结果使与之共振的离子发生光化学或光物理变化,这种变化能持续较长的时间,则“孔”也能保存较长的时间,这就是所谓“持续光谱烧孔”。

在材料同一位置可烧光谱孔的个数,即 PSHB 存储对烧孔激光频率的复用度,取决于材料的非均匀线宽与均匀线宽之比。例如在液氮温度(4K)下, $\text{BaFCl}:\text{Sm}^{2+}$ 中, Sm^{2+} 的 ${}^7\text{F}_0$ 态到 ${}^5\text{D}_0$ 态的吸收谱线非均匀宽度为 13 GHz,而孔的宽度为 20 MHz 至数百 MHz,因样品而异,则在液氮温度下,可烧数十至数百个孔。但是,孔的宽度随温度升高以超线性方式迅速增大,而非均匀宽度则基本不随温度变化。在液氮温度(77K),孔宽已接近吸收谱线的非均匀宽度,无法烧出孔。可以说,工作温度是这一存储方法最主要的限制。

最初的光谱烧孔方法是光盘存储扩展到频率维度,现在已实现光谱烧孔的全息存储。全息图的记录是通过不同子集分子的光学特性而实现的。Kohler 等人用扫频记录技术,在单一光谱烧孔材料样品中以不同频率和不同外加电场值记录了 2000 个高分辨率全息图像^[7-15]。Kachru 和 Shen 使用掺稀土的烧孔材料,在输入/输出(I/O)速率方面取得了显著进展。他们采用高速声光调制器,在其所覆盖的频率范围内逐步改变激光的频率,从而实现复用存储 500

幅全息图,每幅含有 512×488 像素。这样无须任何机械式的光束扫描,实现以30 Hz的帧速(视频速率)随机访问500幅全息图^[7-16]。Renn 等人在掺氯聚乙烯醇缩丁醛薄膜型光谱烧孔材料中利用其整个吸收带记录12000幅图像,达到了由非均匀线宽与均匀线宽之比值所确定的理论极限值^[7-17]。

用PSHB技术做成实用的存储器,要求材料的荧光线宽与孔宽的比值大,能在高于77 K的温度下形成为数很多的孔,并且形成的孔能在室温下保存,经过多次读出也不会擦除已经存储的信息等。要找到符合这些条件的PSHB材料确实非常困难。因此在PSHB技术实用化以前,还有大量问题需要解决。

上面介绍的将PSHB技术与全息技术结合的例子中,还只涉及平面全息图的存储。如果将PSHB技术与体全息技术相结合,将可实现真正意义上的四维光学存储,其应用前景不可限量。

7.5 图像的全息显示

前面已经讲到,三维全息显示是信息光学另一个被广泛应用的技术。三维全息显示与传统三维显示技术有实质的区别,它所记录的是物光波的振幅和位相信息,本身就是一个三维的图像,不是由人的双目体视感形成的“立体视觉”。也正因为这个原因,一般三维全息显示是需要相干光源才能够实现的。本书不讨论双目体视感形成的立体视觉,也不以相干光源的显示全息为研究目标,而是研究以像面全息、彩虹全息、反射全息原理为主的白光再现全息显示技术。

7.5.1 彩虹全息图

1. 线全息图消色模糊原理

为理解彩虹全息实现消除色模糊的原理,先分析白光再现普通全息图产生色模糊的过程。图7.5-1是用白光点光源再现普通全息图的示意图。为分析简便起见,设记录的物光是点光源,再现时被衍射成色散的像。像 O' 和 O'' 的波长分别对应 λ_A 和 λ_B 。人眼在 P 点观察,白光照射在全息图 A 点,该点仅有波长为 λ_A 的衍射光进入人眼,而在全息图 B 点仅有波长为 λ_B 的衍射光进入人眼。人眼同时观察到了 O' 和 O'' ,所以人眼看到的色散像是由全息图的不同区域衍射不同波长的光进入眼睛造成的。 λ_A 和 λ_B 两种波长像的大小由 A 点和 B 点处全息图的空间频率以及再现光源和观察位置确定。如果把记录物光波的面积限制在一窄条上,仅有 λ_A 进入人眼,这时人眼看到的像是单色像 O' ,也就是消除了色模糊。如人眼在 P' 点观察,进入人眼的波长为另一波长 λ_B ,对应的像是 O'' 。所以人眼沿着与窄条垂直方向移动时,观察到的像的颜色发生变化。从以上说明看出,窄条全息图,或称为线全息图能有效地消除色模糊。

下面再分析由多点构成的线全息图的情况。如图7.5-2所示,连续分布物光场中 O_A 、 O_B 、 O_C 对应的线全息图为 A 、 B 、 C 。显然,如果线全息图 A 、 B 、 C 的空间频率不完全相同,并且每一线全息图的同一衍射波长 λ_A 衍射至同一观察位置 P 点,则人眼能同时观察到三个点的单色像。如果物光场中的每一点都是如此,物光场上的每一点的信息都被限制在不同的窄条上,并且每一窄条同一波长的衍射光会聚于同一点,则人眼在该点观察时,就能同时观察到完整的单色像。与观察单点像类似,人眼在垂直于线全息图方向移动时,将观察到不同颜色全息像。如

果人眼不在观察点 P , 而是离 P 点有一距离, 如图 7.5-2 中的 P' 点, 则每一会聚于该点的线全息图的衍射波长各不相同, 人眼观察到的全息像的单体性与 P 点观察的不同, 像的不同部分的颜色各不相同, 颜色的分布就像雨过天晴的彩虹一样, 所以这一类全息图又称为彩虹全息。因此, 以彩虹全息方式观察到完整像有两个必要条件: 实现线全息图和线全息图的同一波长的衍射光会聚于空间同一狭长区域。

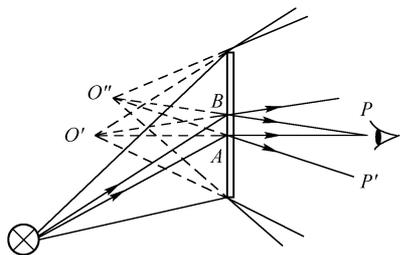


图 7.5-1 白光点光源再现全息图

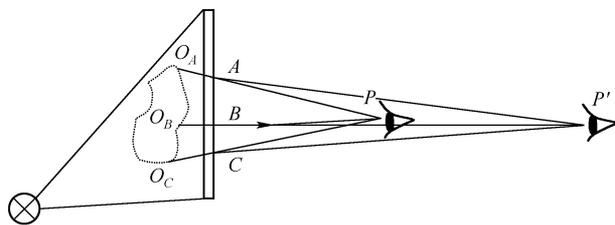


图 7.5-2 多物点构成的线全息图

2. 彩虹全息图的记录

按实现彩虹全息的两个必要条件, 实现彩虹全息图有多种方法^[7-18], 其中最典型的方法是两步法和一步法彩虹全息。两步法彩虹全息的记录与再现光路如图 7.5-3 所示。在两步法中, 第一步先记录一张如图 7.5-3(a) 所示的激光再现全息图 H_1 ; 第二步用参考光的共轭光再现全息图 H_1 , 得到共轭实像 I [参考图 7.5-3(a)]。在实像附近放置另一记录材料 H_2 , 记录第二张全息图。记录时在 H_1 上放置一狭缝光阑 S , 狭缝方向与记录 H_2 的参考光入射面垂直。参考光 R 通常是会聚光。

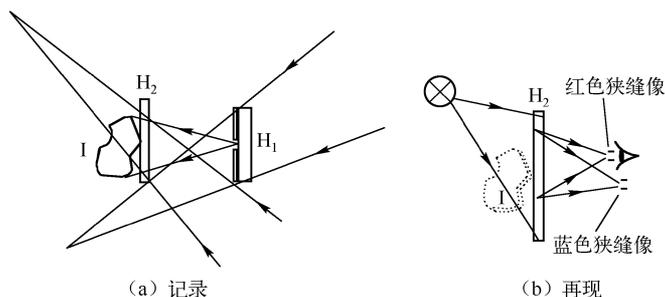


图 7.5-3 二步彩虹全息图

由图 7.5-3(a) 可见, H_2 置于 H_1 的衍射实像附近, 实像上的每一点的信息均被限制在不同的窄条区域上, 实现了线全息图。另一方面, 每一线全息图的物光均来自同一狭缝, 当 H_2 由如图 7.5-3(b) 所示的共轭光路再现时, 每一线全息图的同一波长衍射光将会聚同一狭缝位置。所以带狭缝的两步记录方法满足了彩虹全息的两个必要条件。实际上, 狭缝 S 可以看成是 H_2 的物, 共轭再现 H_2 时, 将会再现出狭缝的实像, 实像的位置由 4.5 节中菲涅耳全息图的物像关系得到, 可看出不同波长的狭缝像出现在不同的空间位置。图 7.5-3(b) 中只画出了红色和蓝色狭缝像, 人眼在狭缝的实像处观察, 进入人眼瞳孔的仅是单色光, 看到的是单色的清晰图像, 当人眼在狭缝位置处沿垂直方向移动时会看到像的颜色发生变化。

一步法彩虹全息的记录光路如图 7.5-4 所示, 物体 O 置透镜 L 的两倍焦距处, 它的实像为

O' ，一狭缝光阑 S 距透镜的距离大于透镜焦距，其实像 S' 位于透镜后大于两倍焦距处，在物的实像附近置全息记录干板，用发散光源作为参考光进行全息记录。从图 7.5-4 中可看出，像 O' 的每一点信息被限制在窄条区域上。全息图再现时，再现光与原参考光一致，再现情况与二步法相似，同样具备彩虹全息的两个基本要素。

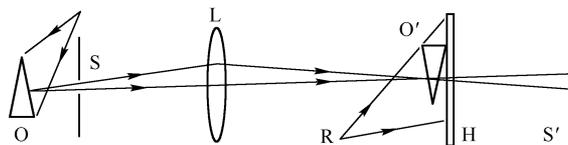


图 7.5-4 一步彩虹全息图的记录

一步法与两步法彩虹全息图各有其特点。两步法记录全息图的观察范围比较大，采取合适的记录光路可能有较大的能量利用率。它的不足之处是两步记录制作过程比较烦琐，而且由于两步记录，全息图的噪声较大。如果采用低噪声的记录材料，或用低噪声的卤化银干板漂白配方，全息图的噪声可以很好地被抑制。一步法虽然噪声小，制作步骤简单，但能量利用率较低，观察范围受成像透镜相对孔径限制，制作大体积物体需成本高昂的高质量大口径透镜，这一制作方法实用范围有限。除一步法和两步法外，还有其他多种方法^[7-18]，例如像散彩虹全息、综合狭缝法、条形散斑屏法、零光程法、一步掩膜法等。这些方法都具备彩虹全息的两个基本要素，也各有优缺点。实际工作中最常用的还是两步法。

3. 彩虹全息图的像质

彩虹全息的波像差和普通的透射菲涅耳全息一样，有关菲涅耳全息图的像差公式都可在计算彩虹全息图时使用。彩虹全息的像质与许多因素有关，波像差仅是影响像质的一个因素，其他因素的影响要比它大得多。由于彩虹全息是由眼睛观察的，彩虹全息的像质应把人眼作为光学系统的一部分，主要有以下四个方面。

(1) 单色性

彩虹全息的单色性描述人眼看到的全息像的色彩纯度。如进入眼睛瞳孔的衍射光波长范围在 λ 至 $\lambda + \Delta\lambda$ 内，则把 $\Delta\lambda/\lambda$ 称为全息像的单色性。图 7.5-5 示出了狭缝与线全息图的关系，点 O 代表记录的物点， ΔH 为线全息图的宽度， O 点距全息图平面距离为 z_0 ，狭缝距全息图距离为 z_c ，狭缝宽度为 a ，显然

$$a = \frac{z_0 + z_c}{z_0} \Delta H \quad (7.5-1)$$

用图 7.5-6 分析彩虹全息的色散情况。以 xOy 面为彩虹全息图平面， x_1Oy_1 平面为眼睛观

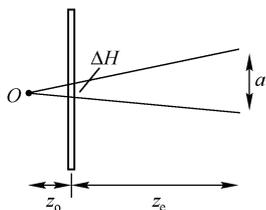


图 7.5-5 线全息图的宽度与狭缝宽度的关系

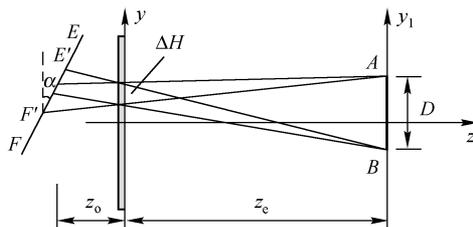


图 7.5-6 彩虹全息色散分析

察所在平面,图 7.5-6 所示为 yOz 平面。设眼睛的瞳孔直径为 D ,其上下边缘点为 A 和 B 。在白光再现下,像点色散成线段 EF 。 EF 并不与 y 轴平行,呈一角度 α , α 可由菲涅耳全息成像关系式计算。由于线全息图的作用,色散线段未全部进入眼睛成像。显然,眼睛瞳孔的下端 B 点与线全息图上端的连线和色散线的交点 E' 点是进入眼睛的色散线段的一个端点, A 点与线全息图下端的连线和色散线的交点 F' 点是另一个端点。 $E'F'$ 内包含的谱线即为进入眼睛的衍射光波长范围。下面对单色性做定量分析。

图 7.5-7 所示为彩虹全息像的色散线部分,色散线段 $E'F'$ 对应的角色散为

$$\Delta\beta_1 = \frac{E'F' \cos\alpha \cos\beta_1}{z_0} \quad (7.5-2)$$

线段 $E'F' \cos\alpha$ 由两部分组成,由图 7.5-6 的相似三角形关系

$$E'F' \cos\alpha = \frac{z_0 + z_e}{z_e} \Delta H + \frac{z_0}{z_e} D \quad (7.5-3)$$

再将菲涅耳全息成像关系式改写为入射角的形式

$$\sin\beta_1 = \sin\beta_c + \frac{\lambda}{\lambda_0} (\sin\beta_o - \sin\beta_r) \quad (7.5-4)$$

式中 $\beta_o, \beta_r, \beta_c, \beta_1$ 为物光、参考光、再现参考光、再现物光在 yOz 平面内的入射角。再现光有一定波长范围,由于波长不同而引起的再现物光角色散可对式(7.5-4)微分得到

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0 \cos\beta_1}{\sin\beta_o - \sin\beta_r} \Delta\beta_1 \quad (7.5-5)$$

由于一般记录彩虹全息时物光和再现物光常取正入射,故 $\beta_o = \beta_1 = 0$ 。将式(7.5-2)和式(7.5-3)代入式(7.5-4),并利用式(7.5-1),得到

$$\left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right| = \frac{a + D}{z_e \sin\beta_r} \quad (7.5-6)$$

式中,取 $\lambda = \lambda_0$ 。从式(7.5-6)看出,若要获得较好的单色性,就要求狭缝窄,观察距离远,参考光入射角度大。

(2) 色模糊

由于再现光存在带宽,再现像点会被扩展而变得模糊,这一现象称为色模糊或色差。由图 7.5-6,彩虹全息像的色模糊量即为图中的线段 $E'F'$,如果把这一色差分为纵向色差和横向色差,如图 7.5-7 所示,横向色差即为 $\overline{E'F'} \cos\alpha$,记为 ΔI_2 ,并设 $\beta = 0$,则由式(7.5-3),并利用式(7.5-1),可得

$$\Delta I_\lambda = z_0 \frac{D + a}{z_e} \quad (7.5-7)$$

式中, z_e 为人眼观察全息图的距离,一般为明视距离,不能改变。以下讨论其他几个量对色模糊的影响。首先,狭缝宽度 a 与色模糊有关,这一宽度越小,色模糊越小。但这一宽度不能太小,因为太窄的狭缝会导致激光散斑增大,反而影响图像的分辨率。一般狭缝取 $3 \sim 10 \text{ mm}$ 。其次,像的色模糊与像点离全息图的距离有关, z_e 等于零时,色模糊为零,这时即为像面全息。当式(7.5-7)中其他量均一定时,从式(7.5-7)可以估算全息图的景深。在人眼的分辨限度内

(即角分辨率为 $1'$), $|\Delta I_\lambda| \approx 0.1 \text{ mm}$, 如取 $D - a = 3 \text{ mm}$, $z_e = 300 \text{ mm}$, 则 $|z_o| = 5 \text{ mm}$ 。如放宽模糊要求, 可允许 $|\Delta I_\lambda| = 1 \text{ mm}$, 这时 $|z_o| = 50 \text{ mm}$ 。如记录时使全息干板位于三维图像中间, 则前后景深可达 100 mm 。最后, 虽然式(7.5-7)中的 D 表示人眼的瞳孔直径, 是一个常量, 但如用照相机或摄像机拍摄全息图, 拍摄设备的孔径选择应越小越好。相机拍摄的彩虹全息照片质量通常不如人眼直接观察的好, 其原因往往就在于没有选择合适的孔径。

(3) 线模糊

由于再现光源不是点光源而引起全息像的模糊称为线模糊。用基元全息图的成像关系可以计算出这一模糊量与光源扩展的关系。在非涅耳全息成像关系中认为像点坐标 x_1 是再现光点坐标 x_c 的函数, 由于 x_c 的改变而引起 x_1 的改变为

$$\Delta I_c = \frac{\Delta C}{l_c} z_o \quad (7.5-8)$$

式中, ΔI_c 为由于扩展光源 ΔC 而引起的像点模糊。仍然以人眼的分辨极限为线模糊极限, 取 $\Delta I_c = 0.1 \text{ mm}$, 如果 $l_c = 500 \text{ mm}$, $z_o = 5 \text{ mm}$, 则允许光源扩展 $\Delta C = 10 \text{ mm}$ 。所以在灯丝比较集中的白炽灯照明下, 能观察到较清晰的全息像。在较宽的面光源照明下, 如没有阳光直接照射的数平方米的窗口, 全息像会显得非常模糊。全息图需要方向性较强的光源照明再现, 这是制约显示全息图应用的重要原因。

(4) 衍射受限

彩虹全息图孔径可以看成是光学系统的光阑, 它的尺寸应按线全息图考虑, 所以在狭缝方向和垂直狭缝方向的分辨率不一样。在记录和再现彩虹全息图时, 线全息图都影响像的分辨率。在垂直狭缝方向, 被记录物点的分辨极限为

$$\varepsilon_o = \frac{\lambda_0 z_o}{\Delta H} = \frac{\lambda_0 (z_e - z_o)}{a} \quad (7.5-9)$$

再现时有类似的表达式。可见, 在其他条件不变的条件下, 狭缝不能太窄。

7.5.2 合成全息技术

另一种用全息技术实现大视场角的三维立体显示称为合成全息, 或准三维显示^[7-18]。它的基本方法是将一系列从不同角度拍摄的普通二维相片通过全息记录的方法记录在一张全息软片或干板上, 当用白光再现全息图时, 人的双眼观察到的是不同角度二维相片, 以人眼的双目视差实现三维显示。这种方法以全息技术为基础, 同时融合了体视原理, 发挥了两种方法的优点, 观察效果极佳。

1. 二维图片的记录

用于记录合成全息的二维图片的制作方法如图 7.5-8 和图 7.5-9 所示。图 7.5-8 是用相机拍摄三维物体不同角度的二维照片, 图(a)是平排相机, 图(b)是相机排成圆弧状, 或让物体转动时用电影摄影机拍摄的。图 7.5-9 是用小透镜阵列拍摄物体不同角度的像, 这一阵列可以是一维的, 也可以是二维的。一维列阵与图 7.5-8(a)所示的作用一样, 二维阵列可以获得更多的信息量, 用于记录反射全息。获得二维图片的方法不仅有照相的方法, 也可以由计算机产生。先用计算机设计三维模型, 再由计算机输出它们不同角度下的二维图片, 这一方法甚至可以产生现实生活中不存在的物体。

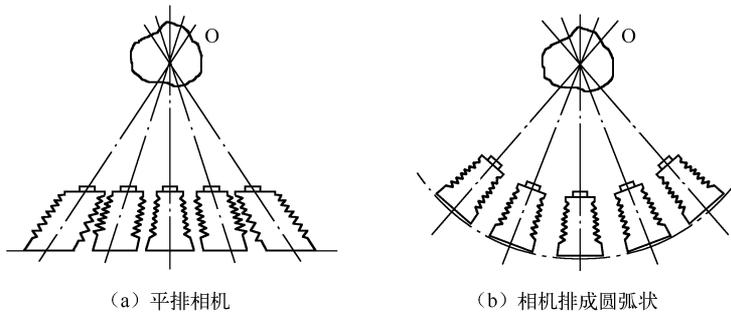


图 7.5-8 用相机拍摄三维物体不同角度的二维照片

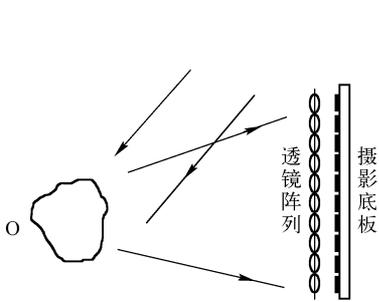


图 7.5-9 用小透镜阵列拍摄物体不同角度的像

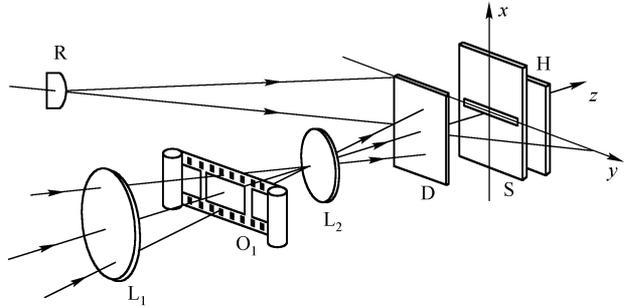


图 7.5-10 平面多路合成全息图的记录光路

2. 平面多路合成全息^[7-19]

记录平面多路合成全息的光路如图 7.5-10 所示。二维照片采用图 7.5-8(a) 所示的方法拍摄。透镜 L_1 是照明系统,将激光照射在二维照片 O_1 上,透镜 L_2 是成像透镜,将二维图片成像于毛玻璃散射屏 D ,透过光即成为全息记录的光物。 H 是全息干板,干板前放置一狭缝 S ,狭缝可以移动,狭缝无论放在什么位置,都能记录到物光。每换一张照片,狭缝换一个位置,记录一个单元全息图。再现时用参考光照明,人眼透过全息图观察,就能见到三维图像,如人眼在全息图上扫描,就能见到物体不同侧面的三维像。将这张全息图作为母全息图,可记录白光再现的彩虹全息图或反射全息图。

图 7.5-11 是用图 7.5-9 拍摄二维照片制作合成全息的示意图。漫射的激光从摄影照片的右方照射透明片。每一图像对应的小透镜将图像投影成像于原三维物体的空间,形成完整的三维像。如在三维像的位置做全息记录,将得到准三维的全息图像。全息记录可以用彩虹全息方法记录,也可以用反射方法记录,不过要注意三维像的正或反体视,详细情况见参考文献[7-19]。

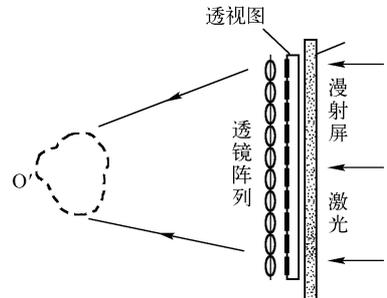


图 7.5-11 平面多路合成全息图的记录

3. 360°合成全息

角度多路全息合成系统的光路如图 7.5-12 所示, L_1 是照明系统, L_2 是投影成像透镜。 L_1 将平行光会聚于 L_2 处。 L_3 是作为场镜用的球面透镜, CL 是柱面透镜,它们组合形成一个像散成像系统。此系统对 L_2 处的发散光成子午和弧矢两个像。 O_1 是二维照片,它用图 7.5-8(b)

的方法得到,它被 L_2 成像于场镜 L_3 处。全息软片位于 xy 平面,前面放置一狭缝 S ,全息软片与二维照片同步卷动,每一张二维照片在狭缝后形成窄条基元全息图。图 7.5-12 所示的记录系统实际上是彩虹全息记录系统。像散成像系统的子午像和弧矢像分别位于全息软片附近和软片后一定距离 E 处。这幅像散像包含了二维照片信息,子午像将图片信息压缩在狭缝 S 内,弧矢像的作用相当于彩虹全息的狭缝,它与参考光所在的 yz 平面垂直。图 7.5-12 (b) 和 (c) 分别示出了 xy 平面和 yz 平面内的光路。

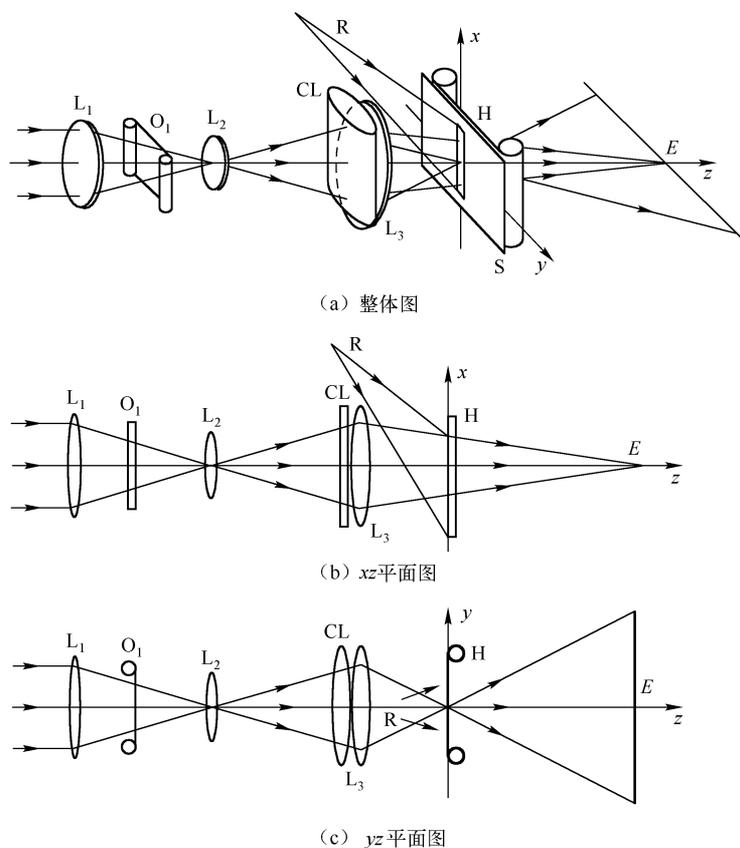


图 7.5-12 角度多路全息合成系统光路

360° 合成全息的再现光路如图 7.5-13 (a) 所示,将显影处理后的全息软片弯成圆筒状,其半径等于像散系统与全息软片的距离,白光光源位于圆筒的轴上,和圆筒间的距离与原参考光发散点距软片的距离相等。图 7.5-13 (b) 说明了人眼为什么能产生立体感,因为进入观察者左、右眼的两个像来自带有水平视差的不同的窄条单元。显然人眼与全息图过远或过近,都会影响体视效果。将圆筒装在一个电动机上,使全息图发生旋转,或者人眼绕着圆筒转着看,就能通过不同的全息单元观察到三维物体的不同侧面。如果拍摄的是活动图像,由于人眼的视觉暂留,人眼观察到的将是三维活动图像。

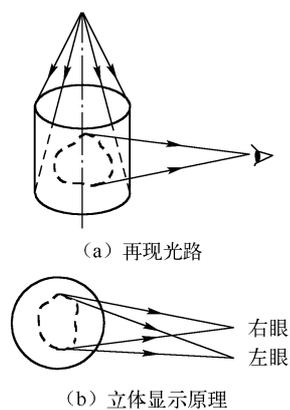


图 7.5-13 360° 合成全息的再现

7.5.3 彩色全息术

一般情况下,用单波长激光记录的全息图是单色的。彩色全息术的目的则是记录和再现彩色三维全息图像。与普通彩色印刷技术一样,彩色全息术涉及两个基本问题:三原色信息的获取和三原色信息的再现。三原色的获取目前有两种方法,一种是用含有三原色的单台激光器或多台单色复合激光器作为光源,照明彩色物体获取三原色信息;另一种方法是对彩色二维图片进行类似于彩色印刷的分色处理,以黑白的三原色图片作为全息记录的物。在获得三原色信息后,并不是对三原色信息进行普通的全息记录就能得到彩色全息图。例如用含有三原色的激光替代单色激光做普通全息记录,则在同一张全息干板上得到的是三幅全息图,它们分别由红、绿、蓝激光相干而成;当用三色激光再现时,每一波长的激光将再现三幅不同大小和位置略有不同的全息图,三个波长的激光将再现九幅全息图,它们重叠在一起,图像显得模糊不清,这一现象称为色串扰。所以,解决色串扰是彩色全息的重要课题,激光再现彩色全息常用编码技术或多方向参考光解决色串扰,而白光彩色全息常采用彩虹全息或反射全息方法解决色串扰。本章主要介绍白光再现彩色全息的制作和再现。

1. 彩色全息的激光器和记录材料

首先简要说明表示颜色的原理。人眼的颜色感觉既包含生理过程,又包含心理过程,很难用普通的方法对颜色给出定量描述。通常人们用三原色的刺激值来描述颜色,每一种颜色都用三刺激值表示,相对三刺激值称为色品,又称色度坐标 (x, y, z) ,它们满足下列关系

$$x + y + z = 1$$

如果两个坐标已知,由上式可确定第三个坐标,因此每一种颜色都可用平面上的一点 (x, y) 来表示。国际照明委员会的色度图如图 7.5-14 所示,图中画出的平面面积包含了所有可能的颜色,表示单色光(光谱色)的点都按波长画在色品图中马蹄形的外边缘上。如用三个光谱色按它们的比例

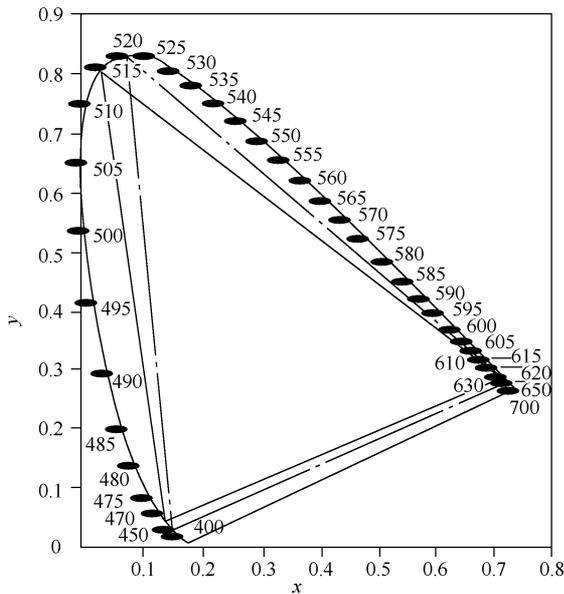


图 7.5-14 色度图

表 7.5-1

波长 (nm)	近似的颜色	激光介质	输出功率 (mW)
413.1	蓝紫	氩	1000
441.6	蓝紫	氩镉	200
457.9	蓝紫	氩	700
476.2	蓝	氩	400
476.5	蓝	氩	1200
488.0	蓝绿	氩	3500
496.5	蓝绿	氩	3500
501.7	绿	氩	700
514.5	绿	氩	4000
520.8	绿	氩	700
568.2	黄绿	氩	1100
632.8	红	氩氦	100
647.1	红	氩	3500

变化混合成彩色,按色品图的使用规则,只有色度坐标在这三个光谱色的坐标围成的三角形内,颜色可以由这三光谱色混合得到,显然,这个三角形面积越大,可能匹配出的颜色就越多。

三色激光波长的选择也应按照这一原则进行。表 7.5-1 列出了现有的能用于全息记录的激光波长。从表中可看出,选用氩离子激光器的 457.9 nm 和 514.5 nm 以及氦氖激光器的 632.8 nm 是一组选择,氦离子激光器的 647.1 nm 和 520.8 nm 以及氦镉激光器的 441.6 nm 也是一种选择,这两种选择既能在色品图上获得较大的三角形面积,又仅使用两种激光器,都是较经济的选择。

为记录彩色全息图,必须选择合适的全息记录材料。卤化银记录介质是常用的全息记录介质。在彩色全息中,或直接用全色干板,如柯达 649F、Agfa8E56 等,或用红敏和蓝敏的卤化银分别对红光和蓝绿光感光,然后再将这两种材料复合。折射率调制位相型的记录材料是另一种比较理想的材料。现已有红敏的重铬酸明胶,全色的光致聚合物,特别是杜邦公司的光致聚合物已进入商品化阶段。在彩色全息的记录方法的研究中,有一点必须注意,在目前的最大的显示全息市场——模压全息中,作为母板的感光材料是仅感蓝绿光的光致抗蚀剂材料,为了实现彩色模压全息,必须在制作方法上解决非全色记录材料的彩色记录问题。

2. 彩色彩虹全息

用彩虹全息实现彩色全息可以这样考虑,在一张全息记录材料上记录三张彩虹全息图,它们分别是三原色全息图像,三原色中的每一原色对应的狭缝在空间重合,人眼在它们的狭缝重合处能同时观察到三原色的全息图像,三原色的全息图像的复合就形成了彩色全息。三原色全息图像可以由三原色激光得到,也可以用电子分色设备得到。

用彩虹全息方法记录二维彩色照片的方法如图 7.5-15 所示。母全息图 H_M 的记录光路如图 7.5-15(a) 所示,参照图 4.8-1(a),图中仅保留了彩虹全息母全息记录干板 H 前的物光和参考光部分,其中 O_1 、 O_2 、 O_3 分别固定在毛玻璃上,它们分别是二维彩色照片的三原色分色反转片。按对应的颜色设计,分别置入 O_1 、 O_2 和 O_3 ,并放在光路中同一位置,依次对全息干板的不同部分分别曝光。曝光部分的位置就是彩虹全息的狭缝位置,它们的确定方法作为习题(习题 6)留给读者。经处理后得到三个狭窄子全息图 H_1 、 H_2 和 H_3 ,将它们作为母全息图记录彩虹全息,光路如图 7.5-15(b) 所示。与图 7.5-15(a) 相似,图中仅保留了彩虹全息记录干板 H 前的物光和参考光部分。由于母全息图 H_1 、 H_2 和 H_3 非常狭窄,每一全息图本身就相当于图 7.5-3(a) 中的狭缝,因此在全息图 H 上相当于记录了三幅彩虹全息图。当用如图 7.5-3(b) 所示光路的白光再现时, O_1 、 O_2 和 O_3 所对应的红、绿、蓝三狭缝重合,人眼在狭缝

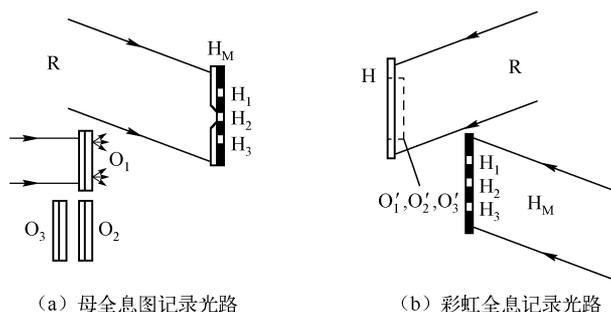


图 7.5-15 用彩虹全息方法记录二维彩色照片

重合位置观察时将能看到平面彩色图像。把这一方法用于合成全息,对合成全息的每一幅二维图片进行电子分色,每一组分色片记录在同一窄条全息图上,再对这三幅全息图进行类似于图 7.5-15(b)的第二步记录,最后得到的是彩色合成全息图。

二维彩色照片的彩虹全息记录方法因能用单一波长制作而显得非常实用。真彩色模压全息和合成真彩色模压全息的光致抗蚀剂母板常采用这种方法制作。这一方法的制作难点是工艺过程复杂,透明片的信噪比较难控制,一般实验室很难制得高质量的全息图。更简便的二维彩色彩虹全息的制备方法见参考文献[7-20]。模压全息常作为商品的防伪手段,而真彩色制作技术,特别是合成真彩色全息技术被认为是有效防伪技术之一。

用彩虹全息方法制作三维彩色全息同样有两步法和一步法。两步法记录彩色彩虹全息的光路如图 7.5-16 所示。图(a)是记录物体的三激光三原色母全息图 H_i 的光路, $i=1,2,3$ 表示红、绿、蓝三基色,参考光用平行光。记录时分别用氦氖激光和氩离子激光的两条谱线记录红、绿、蓝三基色的三张母全息图。图(b)是第二步记录光路,以与图(a)参考光相同的入射角度共轭光再现母全息图,再现时注意三张母全息图的复位,用三种激光顺序将三个再现像记录在同一张全息干板 H 上。当用一发散白光按共轭方向照明 H 时,在适当的位置可观察到物体的彩色像。

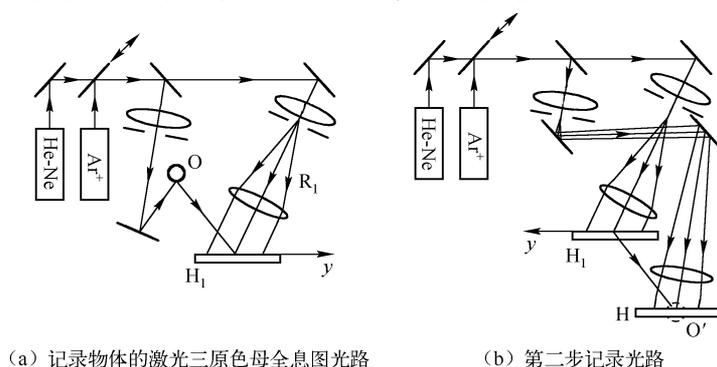


图 7.5-16 两步法记录彩色彩虹全息的光路

一步法的彩色彩虹全息记录光路与普通一步法彩虹全息非常相似,只是将普通彩虹全息的记录激光光源换成三原色激光,曝光时如记录材料的灵敏度与三色激光的光强相匹配,可一次曝光完成;不然的话,通过调整曝光时间,分别三次记录。

要使彩色彩虹三维全息达到实用的地步,用单色激光记录彩色彩虹全息是非常重要的,其原因还是为了制作模压全息母板。已有人提出了解决这一问题的方法。但该方法的第一步母全息的记录基于透镜成像之上,视场小的问题较难解决,实用性受到很大限制。此外,与一步法相比,两步法除了步骤多以外,三张全息图的对准复位必须仔细精确,实验难度较大;而一步法的缺点仍然是视场太小。总之,目前的三维真彩色彩虹全息技术离实际应用还有一段距离。

3. 反射体积彩色全息

图 7.5-17 是记录反射全息的典型光路。经扩束后的激光直接照射全息记录干板 H ,作为全息记录的参考光。此光束透过 H 后照明物体 O ,物体的漫反射光即是反射全息记录的物光。与激光再现全息图不同的是,参考光与物光分别从记录材料的正、反两面入射。

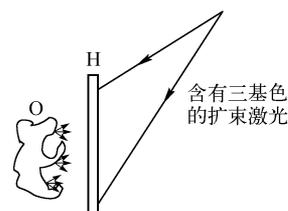


图 7.5-17 记录反射全息图的典型光路

记录介质胶层较厚,能将干涉条纹记录于胶层体积内,并且条纹面与记录介质表面的夹角小于 45° 。反射全息的再现与透射全息不同,衍射光与入射光在全息图的同一侧。当用白光再现反射全息时,全息图并不是对所有波长都进行衍射,而是只对其中的某一种波长有较强的衍射,对其他波长的衍射较弱。也就是说,当用白光再现反射全息时,再现的图像是单色的。如果图 7.5-17 的扩散激光不是单色的,而是包含三原色激光,那么在同一张全息干板中将记录三幅全息图,它们分别由三个波长干涉而成。如果对全息干板化学处理后感光胶层的厚度不变,当用白光再现此全息图时,由于反射全息具有波长选择性,红色激光记录的全息图仅被白光中的红光再现,绿色和蓝色激光记录的全息图分别被白光中的绿色和蓝色成分再现,其结果是三原色的全息图像被同时再现,人们观察到的是真彩色的全息图像。

用反射全息方法实现彩色全息记录和再现的原理虽然简单,但实验制作还是有不少困难的。首先是三原色激光的功率与记录介质的三原色灵敏度匹配问题。三原色激光的每一原色功率不是能任意选择的,为与记录介质的灵敏度匹配,必须对三原色激光分别加进衰减滤光片进行功率调节,或分别三次曝光。其次,记录介质经曝光化学处理后,一般会发生收缩或膨胀,使再现波长漂移,造成彩色失真。因此,记录介质的防收缩工艺显得非常重要。第三,彩色全息能否被社会接受,最终取决于彩色全息图的质量。高衍射效率、高信噪比的全色记录材料对全息图质量起着至关重要的作用。卤化银材料、重铬酸明胶、光致聚合物等都是可选择的材料,其中全色的光致聚合物最具有发展潜力。

7.5.4 像素全息技术

近年来随着计算机的快速发展,计算机与全息技术的结合也越来越紧密,像素全息也正是在这一形势下出现的。像素全息是以像素为单位逐点记录干涉条纹的全息图,各像素点干涉条纹的密度和取向按一定规律分布,这一分布由计算机设计完成。像素全息与计算全息和普通全息均不相同,它实际上是介于两者之间的一种全息图。就全息图表示光场的方式而言,可以看到:普通全息中以记录的干涉条纹表示物光场在全息图表面上的分布;计算全息是以各种编码方式表示在物光场平面上某一点的振幅和相位;像素全息则是以条纹组为单位表示光场在该区域的相位信息和振幅信息,以条纹的初相位、空间频率和条纹倾角表示该区域的相位,以该光栅的衍射效率表示该区域的振幅信息。像素全息与普通全息图相比,它们的共性是条纹都是通过干涉方法得到的,但每一区域的相位和振幅是通过计算获得的。与计算全息相比,编码以区域为单位,计算量远小于计算全息。目前像素全息虽还不能控制每一区域的初相位,但在显示全息方面,已开始大量制作编码光栅图案。此外,像素全息还可制作彩色全息图、体视全息图等。用像素全息的制作方法制得的衍射图案很难用通常的全息方法制作,在目前市场上见到的许多全息包装材料、商品的防伪标识都采用了这项技术。

1. 数字全息图的制作方法

两相干平行光束以一定夹角相遇时,在相遇区域形成平行直条纹,在与两光束平分线垂直的平面上记录全息图。两光束干涉条纹的间距由两束光的夹角决定,条纹方向与两束光中两条相交光线组成的平面垂直,也和该面与记录面的交线相垂直。由于两束光对称入射,光栅的条纹间距由下式决定

$$d = \frac{\lambda_0}{2\sin\theta} \quad (7.5-10)$$

式中, d 为条纹间距, λ_0 为激光波长, θ 为入射光与记录干板法线方向的夹角。像素全息图的制作方法如图 7.5-18 所示。全息记录材料放置在由步进电机控制的二维可移动平台上, 两束相干细激光束在记录材料处会聚形成干涉条纹。两束光的夹角可变, 并且两束光组成的平面(入射面)可绕平台的法线转动, 也就是干涉条纹的间距和条纹与平台移动方向的夹角(条纹倾角)可变。干涉条纹被记录和处理后形成光栅, 此小面积光栅称为全息像素, 其线度约为 $0.1 \sim 0.025 \text{ mm}$, 每个像素的条纹间距和条纹倾角按一定规律分布, 控制步进电机移动二维平台, 逐点曝光记录, 完成整幅像素全息图。白光入射至每一小区域光栅时, 衍射光发生色散, 色散特性由条纹间距和倾角决定。当像素的条纹间距和条纹倾角按一定规律分布时, 像素的衍射光就组成了有序的模式, 这些模式富有极强的动感, 有很强的观赏性。

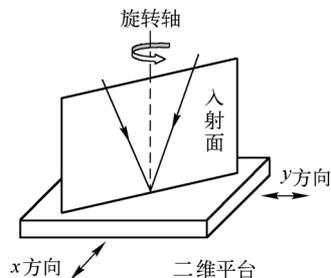


图 7.5-18 双光束干涉方法制作像素全息

形成干涉条纹的结构和方法已有不少文献介绍, 这些结构应具有便于改变条纹倾角和空间频率、系统整体具有较高稳定性及适合快速运转的特点。图 7.5-19 和图 7.5-20 示出了比较实用的两种结构^[7-21, 7-22]。

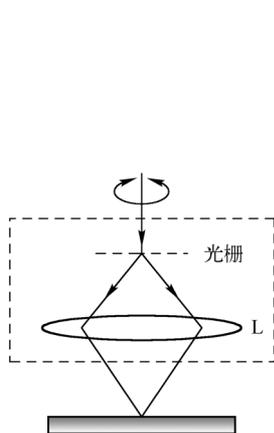


图 7.5-19 用光栅作为分束器的像素全息制作方法

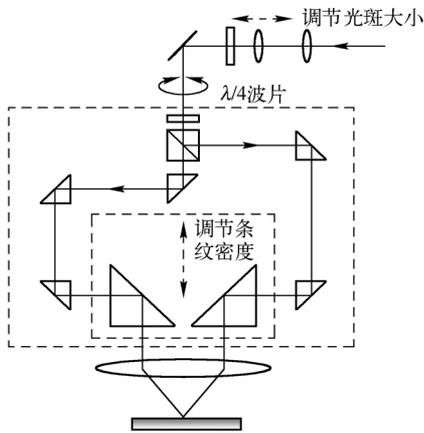


图 7.5-20 条纹空间频率可连续改变的像素全息制作方法

图 7.5-19 用光栅作为分束器, 透镜 L 将光栅的 $+1$ 级和 -1 级光会聚相干形成条纹, 光栅转动即引起条纹倾角发生变化, 如光栅不同区域的空间频率不同, 则平移光栅就能改变条纹的空间频率。这一结构的优点是结构简单, 分束后的光学元件的微小振动不会影响两束光的光程差, 稳定性相当好。而且像素点与光栅分束点是成像关系, 像素点的形状容易控制。它的缺点是光栅制作难度较大, 因为制作空间频率能连续变化、 $+1$ 级和 -1 级光衍射效率对称且两级光有高效率的光栅是困难的。目前用重铬酸明胶制作的光栅利用效率已达 60% 以上, 空频变化间隔为 20 lp/mm 。

图 7.5-20 也是一种像素全息制作结构, 它通过平移棱镜改变条纹的空间频率, 旋转整个光学头改变条纹的倾角, 显然它的优点是条纹空频可连续改变, 但分束后器件太多, 影响整体稳定性, 制作速度不会太高。

2. 数字全息图的设计

虽然目前的数字全息图最终均制成为模压全息,观察到的衍射光均为反射衍射光,但为理解方便起见,仍以透射方式对数字全息加以分析。

设计像素全息图就是将事先设计好的普通图案变换成有不同空频和倾角的光栅图案。在某一白光光源再现下,人眼在某一位置观察到图案的一部分。人眼位置变化时,所观察到的图像也相应发生变化。全息图平面上一点的空间频率和倾角可由再现光位置和观察位置计算确定。如图 7.5-21 所示, S 点是照明光源, O 点是观察位置,在 O 点接受全息图平面 P 点波长为 λ 的衍射光。如果在全息图平面的同一侧沿 SP 和 $O'P$ 方向用波长为 λ 的光记录光栅,则当以 SP 方向再现该区域时,衍射光必定沿 PO 方向,也就是 P 像素点的空频和条纹倾角由这两束光的干涉条纹确定。设光源 S 的空间坐标为 (x_s, y_s, z_s) , 像素点 P 的坐标为 (x_p, y_p) , 观察点 O 的坐标为 (x_o, y_o, z_o) , 两相干光束的方向余弦分别为

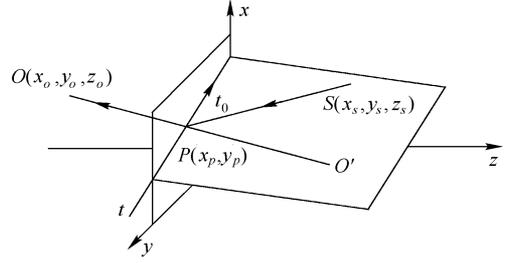


图 7.5-21 照明光、像素点和再现衍射光的相对位置关系

$$l_s = \cos\alpha_s = \frac{x_p - x_s}{L_s}, \quad m_s = \cos\beta_s = \frac{y_p - y_s}{L_s}, \quad n_s = \cos\gamma_s = \frac{z_p - z_s}{L_s} \quad (7.5-11)$$

$$l_o = \cos\alpha_o = \frac{x_o - x_p}{L_o}, \quad m_o = \cos\beta_o = \frac{y_o - y_p}{L_o}, \quad n_o = \cos\gamma_o = \frac{z_o - z_p}{L_o} \quad (7.5-12)$$

式中

$$L_s = \sqrt{(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2 + (z_p - z_s)^2}$$

$$L_o = \sqrt{(x_o - x_p)^2 + (y_o - y_p)^2 + (z_o - z_p)^2}$$

两相干光的波矢量分别可以写成

$$\mathbf{k}_s = \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} l_s, \frac{2\pi}{\lambda} m_s, \frac{2\pi}{\lambda} n_s \right\}, \quad \mathbf{k}_o = \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} l_o, \frac{2\pi}{\lambda} m_o, \frac{2\pi}{\lambda} n_o \right\} \quad (7.5-13)$$

由 \mathbf{k}_s 和 \mathbf{k}_o 相干而成的条纹面矢量为

$$\mathbf{k}_F = \mathbf{k}_o - \mathbf{k}_s \quad (7.5-14)$$

\mathbf{k}_s 和 \mathbf{k}_o 组成的平面与 $z=0$ 平面的交线为 t , 它和 xOy 平面上的干涉条纹垂直, \mathbf{k}_F 在 t 方向的投影为在 xOy 面上的空间频率分量。显然, t 的方向为

$$\mathbf{t}_0 = (\mathbf{k}_o \times \mathbf{k}_s) \times \mathbf{k} \quad (7.5-15)$$

式中, \mathbf{k} 为 z 方向单位矢量。将式(7.5-12)代入, 得到直线 t 的斜率为

$$k_t = \frac{m_o n_s - m_s n_o}{l_o n_s - l_s n_o} \quad (7.5-16)$$

条纹和 x 轴的夹角 α 与直线 t 和 x 轴的夹角互补, 所以

$$\tan\alpha = \frac{1}{k_t} = \frac{l_o n_s - l_s n_o}{m_o n_s - m_s n_o} \quad (7.5-17)$$

从式(7.5-13)和式(7.5-14)得到 \mathbf{k}_F 在 t 方向的投影为

$$f = \frac{1}{2\pi} \mathbf{k}_F \cdot \frac{\mathbf{t}_0}{|\mathbf{t}_0|} = \frac{(l_o - l_s)(l_s n_o - l_o n_s) + (m_o - m_s)(m_s n_o - m_o n_s)}{\lambda \sqrt{(m_s n_o - m_o n_s)^2 + (l_s n_o - l_o n_s)^2}} \quad (7.5-18)$$

式(7.5-17)和式(7.5-18)分别给出了像素区域的空间频率和条纹倾角。至此,在给定的再现方向和观察方向上,确定了全息图平面上任一像素点的空频和倾角,由式(7.5-18)即可计算出两束相干光束的夹角。

如设计图像共有 $m \times n$ 个点,在图像中心建立坐标系,照明点光源 S 位于 (x_s, y_s, z_s) , 而设计图像的人眼观察点位置有 M 个点,分别为 O_1, O_2, \dots, O_M , 它们的坐标分别为 $(x_{o1}, y_{o1}, z_{o1}), (x_{o2}, y_{o2}, z_{o2}), \dots, (x_{oM}, y_{oM}, z_{oM})$, 对应观察到的波长分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$ 。具有 $m \times n$ 个像素的图像分成 M 组,每组由 N_i 点组成,对应于在 O_i 观察点观察到的像素点组合,它们的坐标分别为 $(x_{P_{i1}}, y_{P_{i1}}), (x_{P_{i2}}, y_{P_{i2}}), \dots, (x_{P_{iN_i}}, y_{P_{iN_i}})$, 根据式(7.5-11)、式(7.5-12)、式(7.5-17)和(7.5-18)即可计算图像上每一像素点的光栅倾角和条纹密度。

值得指出的是,如果图像面积较小,光源和观察点位置与图像平面距离较大时,每一组像素点的入射光方向余弦基本相等,观察方向的方向余弦也基本相等,这时该组像素每一点的条纹倾角均相同,空间频率则由照明光方向余弦、观察方向余弦和拟观察到的波长决定。也就是说如果观察波长为同一波长,我们只要将被设计图像依观察角度分成 M 组点,同一组的每一像素点赋予同一条纹倾角,像素点的设计将大大简化。

7.5.5 全息图的复制

全息图的光学复制一般仍采用干涉的方法,用激光照明原始全息图,以再现的像光束作为物光,直射光作为参考光,记录全息图。这样在获得一张优质的母全息图后,就可以用一束光照明进行复制。反射全息和透射全息都可以用这一方法进行复制。图 7.5-22 所示为反射全息的复制光路,其中 H_M 是母全息图, H 是复制全息干板。母全息图由图 7.5-17 的方法制作。再现时将母全息图翻转 180° , 以母全息图的原背光面变成迎光面,全息图像被 H 的透过光再现,得到凹凸与原物相反的共轭像。入射激光直接入射至 H 的光作为参考光, H_M 的再现像与参考光干涉形成反射全息。依据这一原理的全息摄影复制机已被研制出来,它能快速廉价地复制全息图。市场上见到的“激光宝石”就是采用了这种方法复制的。这种复制方法同样可以复制彩色反射全息图。

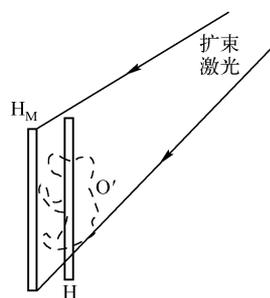


图 3.5-22 反射全息的复制光路

1. 全息图的模压复制

模压全息技术始于 20 世纪 70 年代,20 世纪 80 年代初期在美国、日本、英国等国家获得迅速发展。国内的模压全息技术开始于 1985 年,90 年代初模压全息发展迅猛,模压全息生产厂家数量居世界首位。模压全息类似于凹凸印刷技术,复制成本相当低廉,是目前为数不多的商品化全息技术之一。模压全息的基本过程分三个阶段,彩虹全息光致抗蚀剂母板制作、电铸金属母板制作、模压复制。

制作模压全息的第一个过程是制作表面浮雕型全息图。模压全息是在白光再现下观察的全息图,母板是彩虹全息,记录材料通常是光致抗蚀剂,或称为光刻胶。彩虹全息的制作方法在前面已做了详细介绍,在模压全息制板中绝大部分采用两步法多色彩虹全息,也就是眼睛在一固定位置观察全息图能在全息图的不同区域见到不同颜色。多色彩虹全息的制作方法与二维彩色彩虹全息的制作方法相似,只是二维图片不是采用彩色分色片,而是设计好的二维黑白

透明片。一个多色彩虹全息的黑白分色稿如图 7.5-23 所示,图(a)、图(b)、图(c)所示分别代表三种颜色,相当于图 7.5-15 中的 O_1 、 O_2 、 O_3 ,其中的 O_3 的放置平面可以与另两幅不同,经第二步记录后,将在一合适位置同时见到三幅图像, O_1 、 O_2 、 O_3 分别是红、绿、蓝色,而且由于 O_3 位置的不同层面使图像具有层次感。实际上多色彩虹的物体也可以是三维物体,或同时存在三维物体和二维图片,制作方法大同小异,母全息图的狭缝数量可以超过三个,多色全息图的色彩和层次也可以有多个。

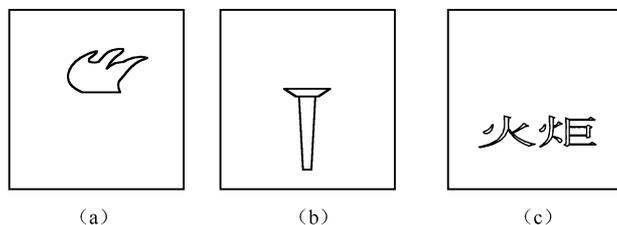


图 7.5-23 多色彩虹全息的黑白分色稿

制作彩虹全息母板除了上述基本方法外,还有一些更加简便有效的方法,如利用掩膜法制作高信噪比的二维彩虹全息,利用全息光学元件进行单光束接触曝光记录二维彩虹全息,通过改进第二步记录时的再现光路来提高能量利用率等。此外,光刻胶母板还可以用其他全息技术得到,如按光栅栅线方向编码的全息光栅、全息透镜或像素全息等。

电铸的目的是把光刻胶表面上的浮雕形条纹转移到金属板上,它也分三个过程。

(1) 对光刻胶表面金属化。通常有两种方法:真空镀膜和化学沉积。现在大部分采用化学沉积方法。化学沉积的过程是:先对光刻胶板表面进行清洁敏化处理,使光刻胶表面离子化,形成均匀分布的离子颗粒(即反应中心);再使用硝酸银溶液在光刻胶表面发生银镜反应,在光刻胶表面形成一薄层银导电层,完成金属沉积过程。

(2) 电铸。用化学电镀的方法使金属层加厚。将表面已金属化的光刻胶板放入电铸槽中作为阴极,电铸槽中的电解液为氨基磺酸镍,以较易溶解的含硫镍作为阳极。经 10 h 左右的电铸后,金属沉积厚度约为 0.1 mm。在金属层与光致抗蚀剂剥离后,金属表面上就具有了浮雕型条纹,也就形成了金属头版。

(3) 翻铸工作板。先将头版在钝化液中做钝化处理,使表面生成一层金属氧化物,便于在翻铸时剥离。然后在头版上用电镀的方法沉积镍,制成第二道版。再经同样的过程进行几道电铸后,即得到直接用于模压的工作镍版。

模压复制是将金属板上的条纹压印到热塑性薄膜材料上,形成模压全息图。这一阶段是在特制的模压机上完成的。将工作镍板包在模压机加热滚筒上,通过滚压的方式将金属板上的条纹压在薄膜上。薄膜可以是聚乙烯膜、聚酯膜或烫金膜,膜层可以是镀铝的或透明的。模压全息的复制效率比较高,每分钟压制约 15~20 米,宽度随机器的不同而不同,一般为 0.16~1.2 m。

需要指出的是,模压全息图虽然以反射方式观察,但它属于透射全息。因为它由表面浮雕型条纹组成,靠铝的反射产生观察效果。而反射全息是依靠体积条纹反射衍射再现光的,衍射光通常是单色光,并且此类条纹不能采取模压的方式复制。模压全息的制作过程复杂,特别是全息版有较高技术含量,而且技术还在不断创新,所以目前许多商品利用模压全息作为防伪标志。

2. 全息图的注塑复制

全息图的注塑是指通过注塑工艺将全息图表面的浮雕型条纹复制在塑料表面,涉及的工艺技

术包括非平面全息母版的设计与制作、全息镶件及模具的设计与制造和全息注塑成型工艺技术。

模压全息的制版是在平面上完成的,而注塑塑料件表面的形状不是平面,所以注塑全息需要解决的是非平面的全息制版。注塑复制全息与模压全息一样,均是以反射方式观察的透射全息图。一般地说,曲面全息母版可以用前面论述的数字方法来制作,不同的只是全息图要做在曲面上,但是对于数字方法来说,这并不困难。

在制作球基面彩虹全息之后,同样有电铸金属板过程。在经过几道翻铸后,制成用于注塑的全息模具镶块。一般电铸镍工作模厚度为1~3 mm,对电铸板的加厚可采取电镀铜或浇铸低熔点合金的方法。对加厚的全息金属模块进行常规的机械加工和修正尺寸后,即可镶入成型模具,制成全息注塑模具。典型的全息模具型腔结构如图7.5-24所示。

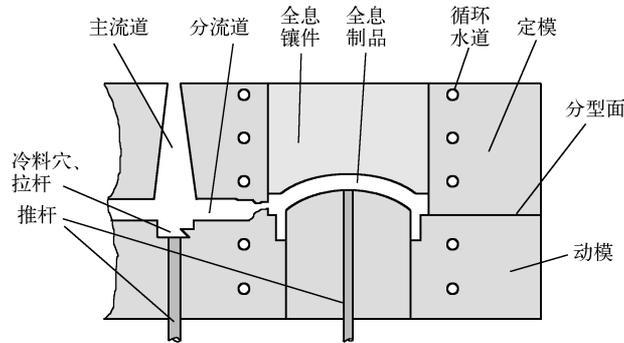


图 7.5-24 典型的全息模具型腔结构

全息成型模具主要包括动模板、定模板、固定板、型板、滑板、浇口拉杆等部件,它的核心部件是全息型芯镶件。模具的设计应考虑几个关键点:全息芯模的可更换性,通常将全息镶件设计在定模板上;在模架的设计上要求模具分型面避免通过全息面;为改善塑料流动性,提高全息条纹的复制深度,全息镶块模板或其固定板必须开设冷却水水道,并在全息镶件附近设置测温传感器件,以便精确控制模具温度。

全息注塑成型工艺与塑料材料有密切关系,注塑成型过程与普通注塑大致相同。但全息注塑还有许多特殊的地方。例如全息注塑中成型温度成型压力控制十分重要。复制的全息条纹是粘熔态的塑料被高压射入锁闭的带有全息条纹的型腔后经冷却形成的。如果模具温度过低,塑料流动性较差,条纹复制效果较差,温度过高,易产生“飞边”,制品收缩形变较大;压力过低,塑料进入型腔缓慢,紧贴全息芯模的那一层塑料在完全渗入条纹之前温度已经下降,复制效果随之变差。所以只要不出现飞边,成型压力尽可能的大。

全息注塑复制是一项最近出现的新的复制技术,现已应用于太阳眼镜、防伪瓶盖、塑料包装盒、塑料小工艺品等。

7.6 其他三维图像显示技术

7.6.1 全息电影

自激光全息照片发明以来,人们自然想到能否用全息技术拍摄全息电影。然而全息电影的拍摄和再现都存在不少问题,全息电影近30年的研究进展甚微。全息电影的发展主要受到几个因素的限制:

(1) 全息电影拍摄的是运动物体,与通常的全息被摄物体不同,需用脉冲激光器拍摄,脉

冲激光器需要有短脉冲、高能量、每秒数十次的高重复频率的特性,现有的激光器制作水平很难达到拍摄大场景的要求。

(2) 彩色全息电影需要多波长的脉冲激光器,目前的激光器制造技术还不适合拍摄彩色全息电影。

(3) 通常的全息图孔径有限,只有很少的观察者能同时观察全息像,但全息电影的观众将达数百人,如何使数百人同时观看全息电影的技术问题尚未解决。

虽然全息电影的研究困难重重,但人们对全息电影一直在努力探索。1976年10月前苏联首次放映了全息电影^[7-23],光源是每秒20次的红宝石激光,记录软片是70mm的Agfa10E75软片,全息图像被投影到全息屏幕上,可供4个人同时观看,放映时间为2min,内容是手持鲜花的女孩全身像,她从屏幕的右方通过屏幕,观众可以摆动头部看到鲜花后面女孩的脸。此后美国的Decker于1981年用倍频的Nd:YAG(532nm)记录了每秒20次的全息电影。1983年法国的ISL实验室也开始了倍频的YAG激光的实验工作^[7-24],他们拍摄了分别叫做“全息汽车(Holomobile)”和“全息泡泡(Christian and the holo-bubbles)”的两段片子,软片的宽度为126mm,脉冲频率为25次。其中“全息汽车”拍摄的是玩具车翻倒的镜头,“全息泡泡”则是女演员向观众吹肥皂泡。1995年,美国Joseph C. Palais用氦氖激光器拍摄了三维旋转物体的全息动画,片子长为1.8m,可连续不间断地观看。

如果脉冲激光器等拍摄全息电影的设备成熟的话,全息电影的研究就集中在拍摄方法和放映上,主要涉及全息电影摄影机和全息屏幕。全息电影的典型例子是前苏联的全息电影。全息电影的拍摄分室内部分和室外部分,室内部分由相干光记录,室外部分用非相干光记录,记录时加进了蝇眼透镜。这里主要介绍相干光部分。记录系统如图7.6-1所示。脉冲激光照明被摄物体O,透镜L对物体成像于全息软片附近。透镜是一大相对孔径透镜,孔径为200mm,焦距为150mm。参考光R直接照明软片,与物光相干,干涉条纹由全息软片记录。全息电影软片经几次拷贝后按图7.6-2所示的光路再现,具有线谱的汞镉灯光源再现全息电影软片,再现像被透镜L投影至一全息屏幕HL。 O' 为没有全息屏幕时的实像。全息屏幕将投影的全息像反射衍射成若干个窗口,如图中的A和B,对应的像为 O_1' 和 O_2' 。观众就在窗口处观看全息电影。

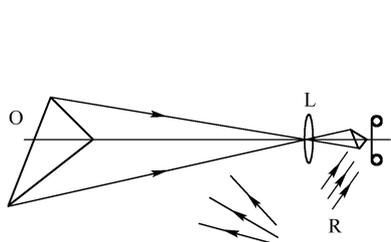


图 7.6-1 全息电影的相干光记录

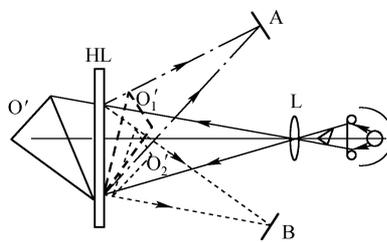


图 7.6-2 全息电影的再现光路

全息屏幕的制作如图7.6-3所示。发散光束经补偿透镜L后入射至大口径凹面反射镜M,凹面镜的会聚于R点的反射光入射至记录干板HL的一侧。在HL的另一侧的入射光是来自A、B等点的发散光,HL记录的是R与A、B等的干涉条纹,属于反射全息元件。作为全息屏幕时,R处放置全息软片,A、B等处为观众的观察位置。单片屏幕的线度为1~2m,把多块屏幕拼接能组成更大的全息屏幕。用三原色波长记录将再现彩色全息电影。30余年的全息电影研究只仅仅是个开始,它的发展道路还很长。

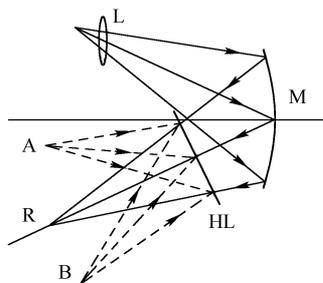


图 7.6-3 全息电影屏幕制作光路

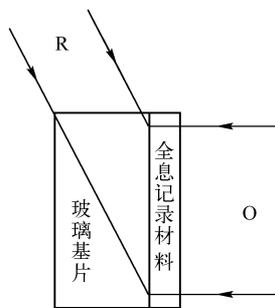


图 7.6-4 边缘照明全息制作光路

7.6.2 边缘照明全息

普通全息图需在点光源下观察,而将点光源与全息图制成一体较困难。另外,除再现光源之外的其他光源也会扰乱全息像的观察,这给观察白光再现或激光再现全息图带来一定的不便。边缘照明全息就试图解决这一问题。与普通全息图的参考光不同,边缘全息的参考光从具有一定厚度的基片边缘入射。全息图类型可以是透射式的或反射式的,光路如图 7.6-4 所示。物光 O 可以是直接的三维物体反射光,也可以是第一步全息图的再现光。再现时照明光也从边缘入射,全息图可以是彩虹全息或反射全息。这种照明方式可以使照明光源和全息图做成一体,从全息图表面入射的光不会再现全息图像,所以再现像不受其他照明条件的影响。用通常的彩色全息技术还可制成彩色边缘照明全息图。

7.6.3 虚拟全息三维显示

7.5.2 节讨论的合成全息中,如果二维图片是由计算机设计的,合成全息的三维图像就可以认为是一种虚拟三维物。但这种三维形像是静止的,不是互动的,这里介绍动态的,具有互动功能的虚拟三维显示。全息虚拟三维显示的第一步是设计三维物体数据库。在如何将数据变换为虚拟三维的方式上目前有两种思路。一种是用计算全息的方法将三维数据变换为干涉条纹,再由视频系统输出条纹实现三维显示,这一方式又称视频全息。另一种方法是将三维数据变换成二维体视图像,用体视方法实现三维显示,其典型的方法是部分像素体视结构。视频全息最早由麻省理工学院介质实验室于 1989 年提出^[7-25],它的结构如图 7.6-5 所示。声光调制器由计算全息的数据流控制的视频信号驱动,入射的扩束相干光被声光调制器进行相位调制,声光调制器后的光学扫描装置将被调制的激光显示成全息图像。激光被扩束成水平状的线光束入射在声光调制器上,声光调制就相当于一幅线全息图的一部分,衍射光实际上就是计算全息的衍射像。由于声光调制器的输入由视频信号控制,条纹以一定速率自左向右传播,衍射像也以同一速率移动。为获得稳定的像,需用多边形反射转镜在水平向以相反方向扫描。声光调制器的视频输入和水平方向的扫描形成了一幅完整的水平方向的线全息图。垂直方向的扫描由垂直扫描反射镜完成,垂直扫描和水平扫描构成了一幅完整的计算全息图。由于声光调制的空间频率有限,用 632.8 nm 的氦氖激光再现时,衍射角最大仅 3°左右。为扩大视场角,用 L₁ 和 L₂ 组成的共焦系统把视场角放大到 15°,并把全息像成像于 I 处。由于声光调制器只有一维方向的条纹,它产生的全息图只有水平视差,通常在全息像的成像位置处放置栅线平行水平方向的柱面光栅,以便在垂直方向散射成像光束,扩大垂直方向的观察范围。

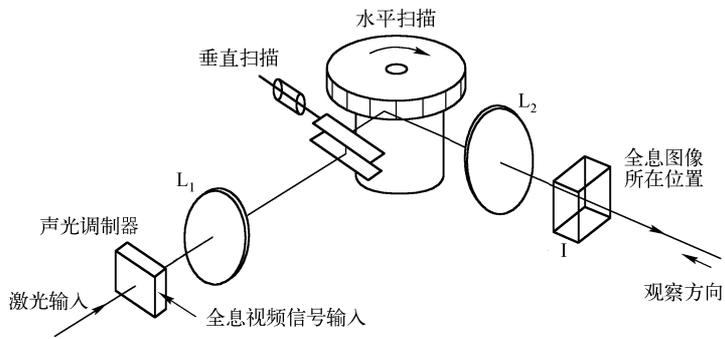


图 7.6-5 视频全息光路结构

由于声光调制器的空间带宽积(空间带宽积的定义是晶体的最大可调制空间频率乘以晶体窗口宽度)和窗口时间(窗口宽度/声速)有限, TeO_2 的典型值是 $1000 \mu\text{m}$ 和 $20 \mu\text{m}$, 由此类调制器生成的图像面积有限, 在经共焦系统对图像缩小后的图像大小约为 $20 \text{mm} \times 20 \text{mm}$ 。为解决这一问题, 又出现了第二代视频全息显示系统^[7-26], 该系统采用多通道声光调制器取代单个调制器, 其原理类似于多个微处理器组成的并行计算机。该系统由 6 个通道组成, 在扫描方式和成像系统上做了较大改进, 全息图像体积已达 $150 \text{mm} \times 57.5 \text{mm} \times 150 \text{mm}$, 用三组调制器和三原色激光还可显示彩色图像, 将该系统与三维传感系统结合可组成人机互动式的虚拟三维系统, 应用十分广泛。

计算机图像三维显示的另一种典型方法是部分像素体视结构, 结构如图 7.6-6 所示。一衍射像素屏位于 $x-y$ 平面, 观察区域距像素屏 d , 观察区域由一系列垂直方向的紧密排列的狭缝组成, 每一狭缝的宽度接近人眼的瞳孔直径。屏上的每一像素区域(pixel)又有若干个由衍射光栅组成的部分像素(partial pixel)组成。当有入射光时每个部分像素的衍射光分别指向各自的狭缝, 如图 7.6-7 所示。观察区域的狭缝数与一个像素区域的部分像素数相等, 人的双眼位于观察区域的不同狭缝处, 对同一像素区域而言双眼观察到的是来自于该区域不同部分像素的衍射光。将像素屏与液晶显示结合在一起, 液晶的像素与部分像素一一对应, 图像的显示以像素屏的像素区域为单位, 但不同视角的二维体视图像由相应的部分像素显示。入射光以图 7.6-8 的方式再现, 当各视角的体视对同时显示在像素屏上时, 人眼将能观察到三维图像。这种观察方式非常类似体视合成全息。衍射像素屏可以由光刻机或电子束刻蚀制作, 也可用全息方法制作。图 7.6-8 的方式是将像素屏与液晶显示器制成一体, 这一方式的实验样机已经问世。据文献[7-27]报道, 用光刻的方法制成 $20 \text{mm} \times 30 \text{mm}$ 部分像素衍射屏, 每一像素为 $0.22 \text{mm} \times 0.22 \text{mm}$, 它由 16 个部分像素组成, 液晶是由 480×640 个像素点组成的单色液晶屏。像素屏也可以与液晶屏分离, 文献[7-28]报道了这类像素屏的进展, 像素屏面积为 $40 \text{mm} \times 40 \text{mm}$, 每个像素有 9 个视差通道, 每个通道有 3 个颜色通道, 能再现色彩鲜艳的立体视频图像。

制作显示全息和全息立体显示的技术与方法还有许多, 近期在重复擦写全息记录方面又有新进展^[7-29], 在新型可擦除光致聚合物上通过扫描记录方式记录体视三维全息, 图像保存时间可达 3 h, 当用 532nm 的激光均匀照射数分钟后全息图像被擦除, 之后又可以用扫描方式重新写新的全息图像, 这在广告业中可以推广应用。并且如果扫描记录和擦除速度足够高, 该种记录和再现方式可以成为全息电视的一种技术手段。限于篇幅本书不再介绍其他全息技术, 感兴趣的读者可参阅有关文献。

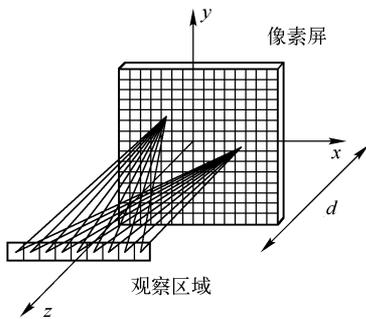


图 7.6-6 部分像素体视结构

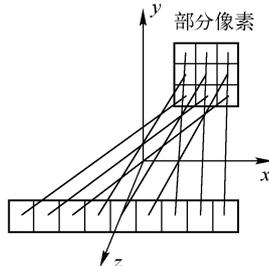


图 7.6-7 像素的衍射光
分别指向各自的狭缝

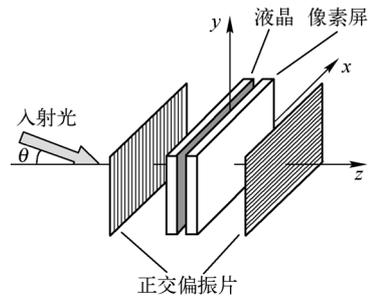


图 7.6-8 像素屏与液晶显示器
制成一体的显示装置

习题七

7-1 某种光盘的记录范围为内径 80 mm、外径 180 mm 的环形区域,记录轨道的间距为 $2 \mu\text{m}$ 。假设各轨道记录位的线密度均相同,记录微斑的尺寸为 $0.6 \mu\text{m}$,试估算其单面记录容量。

7-2 用波长为 532 nm 的激光在光折变晶体中记录非倾斜透射光栅,参考光与物光的夹角为 30° (空气中)。欲用波长为 633 nm 的探针光实时监测光栅记录过程中衍射效率的变化,计算探针光的入射角 (假设在此二波长晶体折射率均为 2.27)。

7-3 用做组页器的空间光调制器为 $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$ 的矩形液晶器件,含有 480×640 个正方形像素。用焦距为 15 mm 的傅里叶变换透镜和 633 nm 激光记录傅里叶变换全息图,问允许的参考光斑最小尺寸是多少?

7-4 用白光再现彩虹全息时,如果彩虹全息有实狭缝像,在狭缝实像处观察全息图,人眼将能观察到单色的全息像,试分析人眼在狭缝前后位置时的全息像的颜色分布情况。如彩虹全息再现的是虚狭缝,再分析人眼观察到的全息像情况。

7-5 用白光点光源再现彩虹全息时,人眼将能观察到由光谱色组成的单色像。如果用白光光源作为再现光源,光源的扩展方向与狭缝方向垂直,这时观察到的是消色差的黑白像,试解释其原因。

7-6 在用横向面积分割法制作彩色彩虹全息母板的方法中,已知下列条件:三色光的中心波长分别为 645.2 nm、526.3 nm 和 444.4 nm;第一步记录时被记录物中心位于建在母全息图 H_M 的坐标系的 z 轴,物体距 H_M 为 30 cm;第二步记录时参考光为平行光,入射角为 30° ;白光再现时入射光是入射角为 45° 的平行光,三色再现狭缝位于 z 轴;设两次记录的波长均为 442 nm。试根据以上条件,确定 H_M 上 H_1 、 H_2 和 H_3 的位置。如果每个狭缝的光谱带宽为 10 nm,试确定狭缝宽度。

7-7 采用图 7-7 所示的双狭缝彩虹全息记录光路,可以在同一张底片上记录两个物体的彩虹全息图,记录的步骤是:第一步,用挡板挡住 S_2 ,用 S_1 对物体 O 曝光;第二步,用挡板挡住 S_1 ,用 S_2 对物体 O_2 曝光。然后将显影的全息图用白光照明,人眼在不同位置即可看到不同物体的再现像。

- (1) 画出再现狭缝实像的示意图,说明再现像的特点。
- (2) 解释多狭缝彩虹全息图用做多目标存储和假彩色编码的原理。

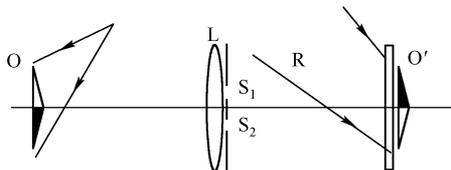


图 题 7.7

第 8 章 光通信中光学信息技术的应用

本章讨论光学信息技术在现代光通信技术中的一些特别的应用,包括能够用于密集波分复用技术的光分插复用器和光纤系统的色散补偿的布拉格光纤光栅,超短脉冲的整形和处理,光谱全息术,阵列波导光栅等。光通信中所讨论的问题不仅涉及自由空间光的传播,而且涉及波导内光的传播。本书介绍的光学信息技术主要适用于分析自由空间的光传播,并不太适用于研究波导器件,这是因为自由空间传播的光波的自然“模式”是向不同的角度传播和无限延展的平面波,而在光波导中,传播的自然模式不是平面波。而且,与自由空间中存在无数个正交模式不同,波导器件只允许有限的正交模式族存在。但是用于分析自由空间光路的方法在有些情况下可以提供分析波导器件工作原理的一阶近似,才衍生出来了下面的这些应用。

8.1 布拉格光纤光栅

布拉格光纤光栅(Fiber Bragg Grating,简称 FBG)技术是 1978 年由加拿大通信研究中心的 Hill 等发明的^[8-1]。相关技术很多,包括利用紫外激光器写入光栅技术、依靠氢分子在曝光前扩散进入普通光纤使玻璃对紫外光敏化的技术,以及使用相位掩模板在曝光时产生适当的相干光束^[8-2]。一个 FBG 基本上就是一幅记录在一段玻璃光纤上的厚全息图,因为它的光栅是在光纤内部,记录有光栅的这一段玻璃光纤与普通光纤本身就连在一起,从而可以在光纤内集成上低损耗的窄带滤波器、色散补偿器件,以及其他种类的滤波器等器件。

8.1.1 布拉格光纤光栅的制作

在讨论布拉格光纤光栅的制作之前,首先对光纤进行简要介绍。图 8.1-1 所示为一小段玻璃光纤,其包层是折射率为 n_2 、半径为 b 的圆柱形玻璃,包裹着折射率为 n_1 、半径为 a 的玻璃纤芯,因此 $a < b$ 且 $n_2 < n_1$ 。这种结构支持多个主要存在于纤芯中的传播模式,它们的倏逝波场也会渗透到包层内。最低阶模式的分布形状为高斯分布,通常称为 LP_{01} 模。该模式对于单模光纤来讲是唯一的传播模式,而且单模光纤包层的直径通常远大于纤芯的直径。光纤的最重要特点是其传输光信号损耗极低,最低波长在 1550 nm 以上,单模光纤的损耗可以低到每千米仅 0.16 dB。

从光纤出射到空气中的光束发散角和能够有效耦合到光纤内的光束发散角是相同的,一般用数值孔径描述,可以证明

$$NA_{\text{空气}} = \sin\theta_a = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \approx n_1(2\Delta)^{1/2} \quad (8.1-1)$$

式中, θ_a 为光线与光纤轴线所成的最大半角, $\Delta = (n_1 - n_2)/n_1$ 为光纤纤芯和包层折射率的相对差值。纤芯内数值孔径的对应表达式为

$$NA_{\text{纤芯}} = \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2}} \approx (2\Delta)^{1/2} \quad (8.1-2)$$

此式很容易由折射定律推出,其中折射率 n_1 的典型值为 1.44 ~ 1.46,相对折射率差 Δ 的典型值为 0.001 ~ 0.02。

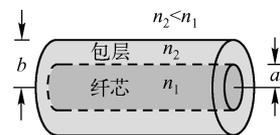


图 8.1-1 光纤的结构

由于玻璃的材料色散和光纤的波导色散,不同波长的光在单模光纤中传播速度有细微的差别。大多数情况下材料色散是主要的,但如果要完全补偿色散,两种色散都必须考虑。一个短的光脉冲的频谱包含相当宽的波长范围,它所产生的脉冲展宽的展宽量由所用的单模光纤的类型、光脉冲的中心波长和光纤长度决定。考虑一个宽带信号在单模光纤中传播的情况。忽略光信号在光纤中的空间断面分布,信号 $u(t)$ 的复数表达式可写成

$$u(t) = U(t) \exp[-j(\omega t - \beta(\omega)L)] \quad (8.1-3)$$

式中, $U(t)$ 为复振幅,表示对入射光信号的幅度和相位调制, $\omega = 2\pi\nu$ 为光波的角频率, L 为信号在其中传播的光纤的长度。这里 $\beta(\omega)$ 是光纤的传播常数,它是频率的函数,一方面由于玻璃的折射率与频率有关,另一方面也由于模式断面分布与频率有关。随着频率的改变,传播模式渗透到包层中的部分也有微小变化,从而导致该模式传播常数的改变,还会产生波导色散。

信号的谱宽通常比信号的中心频率低得多,可以将 $\beta(\omega)$ 在中心频率 ω_0 周围展开为泰勒级数。保留展开式的前四项,得到

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + (\omega - \omega_0) \frac{\partial \beta}{\partial \omega} + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2 \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3 \frac{\partial^3 \beta}{\partial \omega^3} \quad (8.1-4)$$

其中导数都是在频率 ω_0 处取值的。这个级数的第一项引起的相移对不同频率是常数,可以忽略不计。第二项包含一个随频率线性变化的线性相移因子,它只会使信号产生简单的延迟,而不会使信号的时域结构发生内部改变。这一项可以用来定义群速度,即脉冲沿光纤的传播速度。脉冲的时延为 $\tau = L(\partial\beta/\partial\omega)$, 因此群速度为

$$v_g = \frac{L}{\tau} = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} \Big|_{\omega=\omega_0}$$

第三项在信号的全部频谱上产生二次位相失真,通常在光纤色散中起主导作用。第四项对应于光纤的色散曲线(作为 ω 的函数)的斜率。

由二次相位项引起的脉冲的时间展宽 $\Delta\tau$ 和信号传播所经过的光纤长度 L 及信号的谱宽 $\Delta\omega$ 有关,即

$$\Delta\tau = \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} L \Delta\omega$$

群速度色散系数 D 定义为光脉冲信号在单位长度传播距离内由于波长变化引起的时间展宽,单位为 ps/(km · nm),由下式给出

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} \quad (8.1-5)$$

其中 λ 是光在空气中的波长。从式(8.1-5)可以看到,脉冲的时间展宽为

$$\Delta\tau = |D| L \Delta\lambda \quad (8.1-6)$$

这是因为 $\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega = 2\pi c \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \Delta\lambda$

式中, $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, 且 $\Delta\lambda \ll \lambda_1$ 及 λ_2 。

在光纤通信中有多种技术能够消色散。最普通的是利用色散位移光纤,通过改变光路和光纤剖面内的折射率分布使光纤的零色散波长从 1300 nm 附近移到光纤损耗最低的 1550 nm 处。另一种方法是用色散补偿光纤,通过特殊设计改变光纤色散的符号,产生与正常光纤色散相反的色散。把正常光纤与色散补偿光纤拼接到一起,色散就减小了。最后还有一种可能的方法是在光纤路径上安置用来补偿色散的分立器件来实现消色散,包括利用布拉格光纤光栅消色散的方法。

在玻璃光纤中记录相位光栅有两种方法:直接干涉法和相位光栅衍射干涉法。图 8.1-2(a)所示为直接干涉法。由紫外激光器产生的光经分束而得的两束相干光,从侧面照亮一段光纤。这两束光传播的光程近似相等,二者之间具有很好的相干性,可以在光纤段所处的区域内干涉。图中干涉条纹与光纤的长轴方向垂直。紫外激光器的光波长与通信系统滤波器的近红外光波长差别很大,须调节干涉光束的角度,使干涉条纹间隔与红外波长相匹配。

制造 FBG 的第二种方法如图 8.1-2(b)所示。这种方法在玻璃平板上蚀刻凹槽以制作相位光栅的母板。典型的相位光栅凹槽截面形状非常接近方波,并且刻槽的凸峰和凹槽之间的光程相位差为 π rad。这样的光栅不存在零级和偶数级衍射光,可以证明其主要的透射光是包含 80% 以上透射光能的两束一级衍射光。这两束一级衍射光在光纤中产生干涉,生成周期为母板光栅周期之半的干涉条纹图样。相位光栅法的优点在于对记录用的激光相干性要求较低,生成的干涉条纹的周期不受激光波长的微小改变的影响。与直接干涉法相比,相位光栅法更适合于 FBG 的批量生产,其缺点是光栅母板一旦制成,所制作的 FBG 的周期就难以改变了。

这里不打算对光纤中光传播的影响做完整和透彻的分析,仅给出光纤中光栅的性质的定性理解,并且只考虑在单模光纤中传播的最低阶模,即 LP_{01} 模。这种模式的发散角由式(8.1-2)给出的纤芯中光的数值孔径决定,其典型值为 $NA_{\text{纤芯}} \approx 0.15$,对应于光栅中光的发散角比较小的情形。考虑光纤中记录的一个均匀正弦相位反射光栅,其光栅线与光纤纤芯轴线垂直。当两写入光束在介质内的夹角 $2\varphi = \pi$ 时,产生反射全息图的波长选择性最好。也就是说,当光栅线与光传播的方向垂直时,波长选择性达到最大,而角度选择性相对不很显著。因此,可以忽略由纤芯中光的小数值孔径所对应的小发散角,并且可以用对无限大的平面波的响应的结果做一个合理的近似。

8.1.2 FBG 的应用

FBG 在光通信领域中有很多应用,这里将讨论上面介绍的反射型 FBG 的两种应用。其中一种是在(光)分插复用器中作为窄带滤波器,另一种是用做波长色散补偿滤波器。

1. 用于光分插复用器的窄带滤波器

密集波分复用技术(DWDM)是实现极高速率光学数据传输的常用的方法。通过为每一个数据流指定唯一波长的方法使许多不同的数据流被复用在单一光纤中。不同信道的波长以密集的梳状形式排列,相邻信道间隔为 100GHz、50GHz 甚至 25GHz,在实际中一根光纤上可以复用多达几百个信道。

在这样一个系统中,关键的器件或子系统是光分插复用器(ADM),它可以在不影响其他信道波长的条件下从光纤提取或向光纤增添一个信道波长。实现光分插复用器有多种不同的结构,这里只介绍用 FBG 实现光分插复用器的方法。

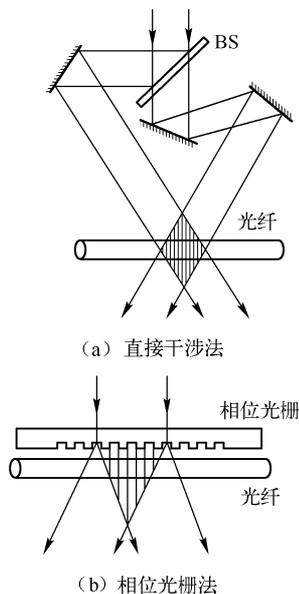


图 8.1-2 记录布拉格光纤光栅的两种方法

图 8.1-3 示出了一个分插复用器的典型结构。图中光环行器是一种单向器件,仅允许光在一个方向从输入端向输出端传播(向前传播),而将反向传播的光送到一个分离端口,在分离端口上只出现向后传播的光。这种设备中向前传播的信号和向后传播的信号隔离度一般很高(约为 50 dB)。进入第一个环形器的光穿过环形器后到达 FBG,这个 FBG 被设计为一个窄带反射滤波器,它仅仅反射波长为 λ_2 的光波,而让所有其他波长的光波通过并到达第二个环形器。与此同时,被反射回来的 λ_2 光波按反方向传到分离端口,在这个端口上可以检测到这个特定波长信道上的信号。回过来看第二个环形器,现在少了 λ_2 的各个波长的光信号可以不受干扰地穿过它到输出端。一个新波长 λ'_2 的信道加到这个环形器的第二个输入端口上,向后传到 FBG,在这里被反射,然后穿过第二个环形器,填满缺了 λ_2 的信道空间的空缺。于是用这样一个结构,就能够提取一个特定的波长和增添一个新的波长。如果把两个 FBG 在中间串接起来,第一个调谐到 λ_2 ,第二个调谐为 λ'_2 , λ_2 和 λ'_2 不必相同。

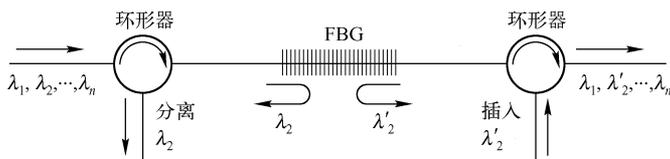


图 8.1-3 FBG 分插复用器的典型结构

在典型的密集波分复用系统中,各信道波长的间隔非常紧密,因此将 FBG 设计成带宽非常窄是很重要的。为了得到带宽很窄的滤波器,光栅的峰谷折身率差 δn 必须很小,因此光栅中的有效反射面的数目可能非常大。在所有的光波被变为向后传播之前,光信号应当传播得尽可能远,因此在这种应用中一般折射率调制不可能很大。

2. 用于光纤系统的色散补偿

FBG 的另一个应用是光纤系统中的色散补偿。前面已经看到,由于在光纤中不同波长的光波以不同的速度传播,色散的出现是非常常见的。通常情况下,光的频率更高(波长更短)的分量比频率更低(波长更长)的分量传播得快一些。尽管能够用色散补偿光纤克服这种失真,但一般需要很长的这种光纤才能提供适当的补偿。FBG 却能够在短得多的长度内提供类似的补偿。

图 8.1-4 示出了用 FBG 实现色散补偿的基本思路。为此需要制作一个啁啾周期光栅。理想情况下要把这一光栅设计成能够引进一个作为频率函数的时间延迟的光栅,它能准确地补偿式(8.1-6)给出的时间延迟。从以下的定性说明可以得到一个更简单的理解:长波长的

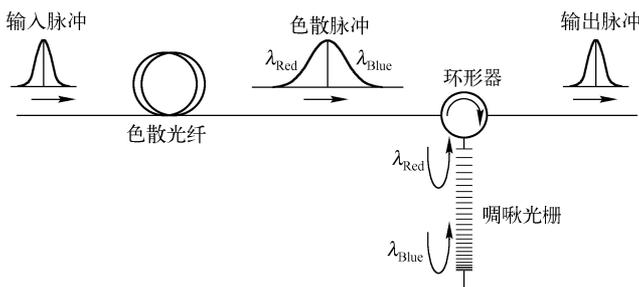


图 8.1-4 利用啁啾 FBG 进行色散补偿

光被色散光纤中延迟得最多,在啁啾周期光栅中却延迟得最少,而短波长的情况则相反。结果是,所得到的补偿后的信号脉冲中的色散在很大程度上被消除了。

通过加热或者拉伸 FBG 可以改变这种光栅的周期。这种方法使光栅内的反射面移动,以至于彼此离得更开一些,从而改变了配给每个波长的相位延迟。因此,如果有需要的话,可以实现对色散补偿的微量调节。

8.1.3 工作在透射方式的光栅

在某些应用中,反射光栅的光路不适用,透射光栅却比较合适。这种光栅常常根据其类型分别叫做“倾斜光栅”或“长周期”光栅。

倾斜光栅是指光栅面与光纤轴线成一夹角的 FBG。典型的夹角是 $2^\circ \sim 3^\circ$,它能几乎完全消除主反射峰。然而,和包层中反向传播模式的耦合依然存在。如果光栅的周期是啁啾性质的,包层模式响应的包络决定了向前方向的损耗峰的宽度,其典型的阻带宽度为 $10 \sim 20 \text{ nm}$ 。

长周期光栅通常指其周期会使纤芯中的单模和包层中的多个向前传播的模式发生耦合的透射光栅,其包层中的模式最终被光纤的外保护层散射掉。这时光栅周期的典型值为 $0.1 \sim 1 \text{ mm}$,光栅的长度通常为 $1 \sim 10 \text{ cm}$ 。长周期光栅的阻带峰比 FBG 更宽,在标准的远程通信光纤中典型的阻带宽度为几百个纳米。

倾斜 FBG 和长周期光栅的典型应用是使光纤放大器的增益变平,变得与频率无关。

8.2 超短脉冲的整形和处理

自从激光器发明以来,在实际中能够产生的光脉冲已经变得越来越窄。超短脉冲激光器已经从皮秒级 ($1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$) 发展到飞秒级 ($1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ s}$)。1981 年就有了脉冲宽度为 100 fs 的脉冲激光器^[8-3],目前已推出了只有几个飞秒宽的脉冲激光器,它给出了只相当于几个光波周期宽的光脉冲。

随着超短脉冲激光器的发明,将简单的短脉冲变成更复杂的波形的方法随之出现,发明了多种波形整形方法。本节集中介绍其中最成功的两种。对超短脉冲整形方法的一般综述见参考文献[8-4]和[8-5]。

8.2.1 时间频率到空间频率的变换

飞秒脉冲的光谱很宽,例如,在通常的长距离光纤通信的中心波长 1550 nm 上,一个 100 fs 脉冲的带宽与中心频率的比值 $\Delta\nu/\nu > 5\%$,而一个 10 fs 脉冲的同一比值则大于 50% 。这样大的光频带宽使普通的色散元件(如光栅)能够使频率在空间散布得足够宽,从而能够实现一个从时间频率到空间位置的变换。本节简要讨论这一变换。

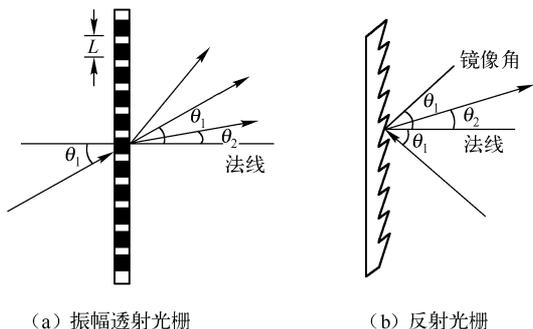
这里考虑的最简单的情况是图 8.2-1(a) 所示的振幅透射光栅。在平面波照明的情况下, -1 级衍射角 θ_2 与光栅周期 Λ 、照明光的入射角 θ_1 和光波波长 λ 通过光栅方程相联系

$$\sin\theta_2 = \sin\theta_1 - \lambda/\Lambda \quad (8.2-1)$$

在图 8.2-1(b) 所示的反射闪耀光栅的情形下,式(8.2-1)仍然成立。假设该闪耀光栅抑制了 $+1$ 级衍射级,而且光栅的刻槽深度使零级衍射可以忽略,则只剩下图中画的 -1 级衍射级的光束。

要完成时间到空间的变换还需要一个附加的元件,即透镜。将光栅放置在透镜的前焦点

上或附近,观察穿过透镜后焦面的光。在这样的光路中,透镜将角度变换成后焦面上的位置。光线的衍射角依赖于照明光的角度和光波的波长(或等价地依赖于光的频率)。于是不同的频率就变换成焦面上的不同位置,即不同光的时间频率对应变成了不同的空间频率。其光路如图 8.2-2 所示。



(a) 振幅透射光栅

(b) 反射光栅

图 8.2-1 简单的振幅透射光栅及反射光栅

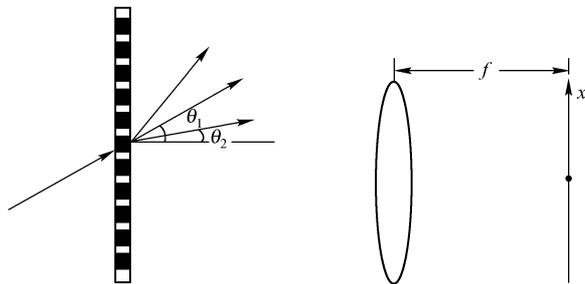


图 8.2-2 将光波频率变换为空间位置的光路

为了理解这个变换的细节,我们从上面的光栅方程开始。如果 -1 级衍射与法线方向的夹角 θ_2 很小,光栅方程可以近似为

$$\theta_2 = \sin\theta_1 - \lambda/\Lambda \quad (8.2-2)$$

而且当 θ_2 很小时,焦面上的位置 x 与这个衍射分量的衍射角 θ_2 之间的关系为

$$x \approx f\theta_2 \quad (8.2-3)$$

将式(8.2-2)代入上式,得到

$$x = f\sin\theta_1 - f\lambda/\Lambda = x_0 - f\lambda/\Lambda \quad (8.2-4)$$

其中 $x_0 = f\sin\theta_1$ 。用频率 $\nu = c/\lambda$ 来表示的等价表达式为

$$x = x_0 - fc/(\nu\Lambda) \quad (8.2-5)$$

知道了参数 f, c, Λ 的数值,就可以确定入射平面波的每个时间频率分量(或波长分量)落在焦平面上什么地方了。上面对透射光栅推导出的结果对图 8.2-1(b)所示的反射光栅同样适用。

8.2.2 脉冲整形系统

图 8.2-3 所示为一个能够将超短脉冲变成更复杂的信号的系[8-5]。图中一个平面波脉冲从右下方输入到该系统,传播到第一个光栅上,发生色散,散射到第一个透镜的焦平面上。穿过一个掩模板,这个掩模板修正这个平面波脉冲的时间频谱的幅值和(在某些情况下)相位。频谱被修改过的光波被第二个透镜和第二个光栅还原为平面波,不过其时间频谱分量已经被修改过了。最后的时间信号输出到左下角。

这个光学系统中使用了一个倾斜的输入反射光栅,以使衍射光波的方向更靠近透镜的光轴。输出光栅同样是倾斜的,4f 光学系统构成了一个放大率为 1 的望远成像系统。输入光栅成像在输出光栅上。

焦平面上的掩模板可以有几种不同的类型。吸收型模板将修改时间频谱分量的幅值,而相位型模板则将改变它们的相位。两块这样的模板一起用,可以控制频谱分量的复振幅。可以用一个空间光调制器,例如可编程液晶空间光调制器^[8-6]和声光调制单元^[8-7],动态地改变幅值、相位或者同时改变滤波器的幅值和相位。

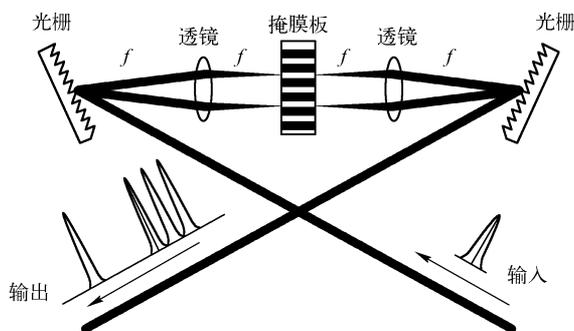


图 8.2-3 用频谱滤波实现脉冲整形

如果要综合出一个传递函数为 $H(\nu)$ 的时域滤波器,那么焦面上所需的掩膜板的振幅透过率可以从式(8.2-5)解出

$$\nu = \frac{cf}{\Lambda(x_0 - x)} \quad (8.2-6)$$

再代入 $H(\nu)$ 中得出。因此,焦平面上掩膜板的振幅透过率为

$$t(x) = H\left(\frac{cf}{\Lambda(x_0 - x)}\right) \quad (8.2-7)$$

8.2.3 谱脉冲整形的应用

上面介绍的超短脉冲整形方法已经在多个不同的科学领域中得到了应用,其中包括非线性光学、飞秒光谱学以及超快激光与材料相互作用。下面着重讨论在光通信领域的应用。

1. 对码分多址(CDMA)的应用

这里介绍的应用是码分多址(CDMA)波形发生和解码。CDMA 是一种编码与解码技术,它对一个多用户信道中的每一用户指定一个唯一的编码信号,这个编码信号(在理想情况下)与分配给所有其他用户的编码信号都正交。编码信号的正交性允许一个用户使用对接收者合适的专用编码波前将信息发给另一用户。原来的信息由一系列超短脉冲组成,在给定时间间隔内出现脉冲代表一个二进制数“1”,而在该段时间间隔内不出现脉冲代表一个二进制数“0”。每个二进制数“1”用上节讨论的谱编码技术进行编码,将该超短脉冲变成适合于这条特定信息所要发给的用户的一个展宽波形。每个发信者都必须装备一个可以改变的掩膜板(即空间光调制器),使其能够产生适合于任何可能的接收者的波形。

注意,依靠对时间频谱分量的完全复编码,可以实现对光波波形的幅值和相位的同时调制。但是,在实践中,复编码的优势并不大,常用的是二进制相位空间光调制器和由 0 相移和 π 相移的空间序列组成的频谱码。这样的相移的序列就是一种码字。网络上的一个单一位置有一个唯一的与之对应的频谱码字。任何其他用户用这个特定的码字可以通到这个位置。

如果一个特定用户想要接收传送给他的信息,那么这个用户就要向本地的空间光调制器中加载一个掩膜板,这个模板是任何一个发信者发信给这个用户所用的频谱编码模板的复共轭。展宽的编码信号在本地接收器上再被压缩为一个超短脉冲。实际上,这种解码系统起匹配滤波器的作用。如果这个用户希望同另一个用户通信,那么本地空间光调制器也要加载一个频谱掩膜板,该模板包含适于想向他发送信息的用户的码字。图 8.2-4 示意了这一想法。图中示出四个用光纤环连接的用户。每个用户结点都和光纤这样耦合,使得一部分环行信号

可以从环中引出并被检测到。此外,每个结点和光纤环路的耦合也能够将一信息送入环中。在每个标有“用户”的小方框内是一个如图 8.2-3 所示的频谱滤波系统,带有一个空间光调制器以提供动态的频谱模板。图中用户 1 正将一个超短脉冲(即一个二进制数“1”)送入本地频谱滤波系统(标有“用户 1”的方框),这个本地频谱滤波系统然后再发射一个带有适合于用户 3 接收的频谱码的波形。用户 3 处于接收模式,并将这个编码的波形压缩为一个超短脉冲,然后被检测到。用户 2 和用户 4 有属于自己的码字的频谱模板,它们的编码是与用户 3 的编码正交的。因此,这两个用户在他们的输出端上没有发现超短脉冲。如果每个接收者有一个阈值电路,那么只有适当压缩的脉冲才被检测到,并且只有用户 3 能接收到这个信息。

上面的讨论是在光纤网络中应用 CDMA 技术的一个简化的例子。还有可以用的其他网络结构和许多不同的编码方式。寻求最佳编码方式确实已成为一个活跃的研究课题^[8-8]。

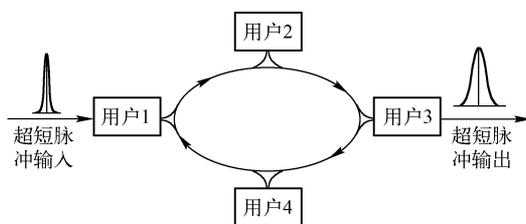


图 8.2-4 典型的码分多址系统

2. 对光纤色散补偿的应用

如式(8.1-4)所示,光在单模光纤中远距离传播后会产生色散,即不同波长的光以不同的速度传播。传播的信号的主要失真来自随频率变化的二次相位畸变。三次相位畸变也会产生进一步的附加失真。一种补偿失真的方法是用一段色散补偿光纤来消除二次相位畸变,并用一个光谱滤波系统来消除三次失真。这样的方法可用来恢复 500ps 宽的脉冲,它在普通的单模光纤中传播时,其宽度扩展到原来的 400 倍。一段色散补偿光纤将这个脉冲缩短到其原来宽度的 2 倍,而一个光谱滤波系统进一步将脉冲宽度缩短到其原来的宽度,即 500ps^[8-9]。

8.3 光谱全息术

与超短波脉冲整形有联系的概念已经被推广到光谱全息术领域^[8-10]。光谱全息术能够用一个飞秒脉冲做参考信号,记录一个时间波形信号的空间全息图,然后再用飞秒探针或飞秒再现脉冲对这个全息图进行选址而重现这个波形。

8.3.1 全息图的记录

记录时间全息图的一个典型光路如图 8.3-1 所示。如同前面描述的把时间频率变换为空间位置的方法那样,在记录系统的输入端采用一个倾斜光栅,这个光栅在水平面内倾斜一个角度,栅线沿竖直方向。其时间波形和一个飞秒参考脉冲同时入射到光栅不同的区域。图中参考脉冲入射到靠近光栅底部的一个小区域上,信号波形则入射到靠近光栅顶部的一个小区域上。这两个位置决定了两束光照射全息图平面的角度。当这两束光离开光栅时,每束光由于光栅的色散作用沿着水平(x)方向都要散开,而沿着竖直(y)方向由于衍射每束光也发生微小的散开。到球面透镜的传播距离为一个焦距。穿越透镜后,两个信号传播到透镜的后焦面上,并叠合在一起。假定这两束光来自同一激光器并且互相干,它们会在全息图平面上发生干涉,

为感光介质所记录。图 8.3-1 中全息图背面画的椭圆形区域表示记录区,它实际存在于全息图的前表面上。因为参考脉冲极短,它的频谱极宽,覆盖了图中椭圆形区域。信号波形的频谱更复杂,它的振幅和相位作为时间频率的函数都在变化。通过与参考脉冲的频谱的干涉可以捕捉到这些变化。

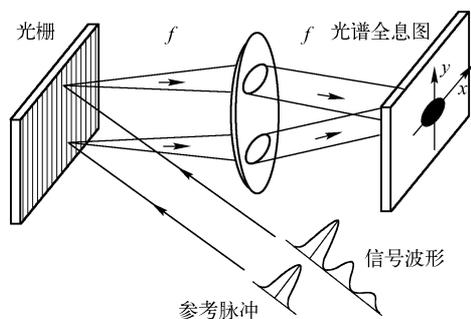


图 8.3-1 记录一张光谱全息图

以下为光谱全息图记录过程的数学描述。用 $R(\nu)$ 和 $S(\nu)$ 分别表示参考脉冲和信号波形的复数时间频谱。于是入射到全息记录平面上的强度可用下式描述

$$I(x, y) = |R(\nu)|^2 + |S(\nu)|^2 + R^*(\nu)S(\nu)\exp(-j2\pi\theta\nu y/c) + R(\nu)S^*(\nu)\exp(j2\pi\theta\nu y/c) \quad (8.3-1)$$

式中, θ 是信号光束和参考光束在竖直方向的夹角(为了简单假设是小角度)。应当注意,上述复数频谱振幅和本书中多次使用的通常的复振幅有很大的不同。在频谱上的每一点时间频率 ν 都不相同,即在沿 x 方向上的各个点空间位置的不同对应着时间频率的不同。而时间频率不同是不能干涉的,这意味着频谱分量 $R(\nu_1)$ 和 $S(\nu_2)$ 当 $\nu_1 \neq \nu_2$ 时不能发生干涉。需合理安排记录光路中 $R(\nu_1)$ 和 $S(\nu_2)$ 位置,使得落在同一点上的两束光的时间频率相同,进而使得逐个频率的干涉得以发生。

要把上面的结果表示成 x 和 y 的函数而不是 ν 的函数,须用式(8.2-6)进行代换。在小角度假设下,有

$$\nu = \frac{cf}{\Lambda(x_0 - x)} = \frac{\mu}{x_0 - x} \quad (8.3-2)$$

式中, Λ 仍为光栅周期, x_0 表示光栅的零级衍射入射到焦面上的点的 x 坐标,并且 $\mu = cf/\Lambda$ 。将上式代入式(8.3-1),得

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \left| R\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right) \right|^2 + \left| S\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right) \right|^2 + R^*\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right)S\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right)\exp\left(-j\frac{2\pi f\theta y}{\Lambda(x_0 - x)}\right) + \\ &\quad R\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right)S^*\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right)\exp\left(j\frac{2\pi f\theta y}{\Lambda(x_0 - x)}\right) \\ &= \left| R\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right) \right|^2 + \left| S\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right) \right|^2 + \\ &\quad 2 \left| R\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right) \right| \left| S\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right) \right| \cos\left[\frac{2\pi f\theta y}{\Lambda(x_0 - x)} - \varphi\left(\frac{\mu}{x_0 - x}\right)\right] \end{aligned} \quad (8.3-3)$$

其中 $\varphi(\nu)$ 是信号波形频谱在每个 ν 值处的相位角。忽略相位调制 φ 后,载波频率条纹倾斜成一幅径向轮辐图样(见图 8.3-2),这是由于频率 ν 沿着 x 方向变化。若满足

$$\frac{2\pi f\theta y}{\Lambda(x_0 - x)} = n2\pi \quad \text{或} \quad y = \frac{n\Lambda(x_0 - x)}{f\theta}$$

就得到余弦函数的自变量中载波部分取值 $2\pi n$ 的等相位线。线条的斜率为 $-n\Lambda/(f\theta)$,它随所选的整数 n 不同而不同。图 8.4-2 示出了焦面上的典型条纹结构的一部分的光强图。条纹倾斜的程度取决于空间关系和光栅的色散。

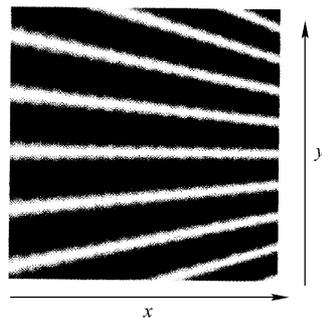


图 8.3-2 焦面上的条纹图样

8.3.2 信号的再现

用如图 8.3-3 所示的系统再现信号波形。图中一个飞秒探针脉冲(飞秒再现脉冲)照明输入光栅,但这时不输入信号波形。这个探针脉冲离开光栅后经过透镜传播到全息图,它的谱入射到全息图上,沿 x 方向散开。和通常一样,假设记录全息图的介质产生的振幅透过率和原来的曝光强度成正比。

假定探针脉冲为可能和参考脉冲的频谱不同的频谱 $P(\nu)$ 。忽略一个比例常数,可得到全息图透射的光场由不同的三项给出:

$$\begin{aligned}
 U(x,y) = & P\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) \left[\left| R\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) \right|^2 + \left| S\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) \right|^2 \right] + \\
 & P\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) R^*\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) S\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) \exp\left(-j\frac{2\pi f\theta y}{\Lambda(x_0-x)}\right) + \\
 & P\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) R\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) S^*\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) \exp\left(j\frac{2\pi f\theta y}{\Lambda(x_0-x)}\right)
 \end{aligned} \quad (8.3-4)$$

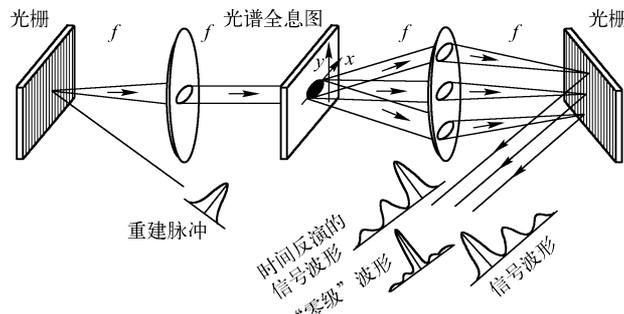


图 8.3-3 时间信号的重现

当参考脉冲和探针脉冲都是单个飞秒脉冲时,它们的频谱在包含信号波形频谱的全息图的那一部分上几乎是平坦的,因此透射场变成

$$\begin{aligned}
 U(x,y) = & P_0 \left[|R_0|^2 + \left| S\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) \right|^2 \right] + P_0 R_0 S\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) \exp\left(-j\frac{2\pi f\theta y}{\Lambda(x_0-x)}\right) + \\
 & P_0 R_0 S^*\left(\frac{\mu}{x_0-x}\right) \exp\left(j\frac{2\pi f\theta y}{\Lambda(x_0-x)}\right)
 \end{aligned} \quad (8.3-5)$$

式中, P_0 和 R_0 分别是探针脉冲和参考脉冲的均匀振幅,都是实数。如图 8.3-3 所示,这三个波分量传播到透镜上,会聚为第二个光栅上的三个光点。考虑全部三个时间信号,在离开光栅抵消光谱色散以后,在空间上也是分开的,并且和原来的波形有不同的关系。由第一项产生的信号是由探针脉冲或参考脉冲(在这个特殊情况下它们完全相同)和波形信号的自相关的组合构成的,方括号中这两项的相对强度取决于记录全息图时的光束比。这个信号类似于由通常的全息图再现的轴上项,它由图 8.3-3 底部中间的波形表示。式(8.3-5)第二项重现出原来的信号波形,这个像类似于通常的全息图产生的虚像。式(8.3-5)第三项是一个和 S^* 成正比的复振幅,是原来的信号波形的时间反演形式,它类似于普通全息图的实像。

实际探针脉冲可能在与图 8.3-3 所示的不同的位置上进入输入光栅。若需重现原来的信号波形,探针脉冲可以在参考脉冲原来入射到光栅上的位置上引入。于是一个有限大小的透镜可能只能捕捉到光栅的三个衍射级中的两个,只允许轴上项和信号波形项出现。反之,如果

要产生一个时间反演的信号波形,那么在信号波形原来进入光栅的位置引入探针脉冲可能更利一些。

上述讨论假定参考脉冲和探针脉冲都是简单的飞秒脉冲。这个假定可以改变,以得到更一般的处理时间信号的能力。参看表示全息图的透射光场的更一般的表达式,即式(8.3-4),并且考虑这三项主要项的傅里叶逆变换(忽略指数项,它们只产生空间位置的偏移)

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1}\{P(\nu)[|R(\nu)|^2 + |S(\nu)|^2]\} &= p(t) \star r(t) \star r^*(-t) + p(t) \star s(t) \star s^*(-t) \\ \mathcal{F}^{-1}\{P(\nu)R^*(\nu)S(\nu)\} &= p(t) \star r^*(-t) \star s(t) \\ \mathcal{F}^{-1}\{P(\nu)R(\nu)S^*(\nu)\} &= p(t) \star r(t) \star s^*(-t)\end{aligned}\quad (8.3-5)$$

式中, $p(t)$ 、 $r(t)$ 和 $s(t)$ 分别是探针、参考光和信号的时间波形。显然,适当选择 $p(t)$ 和 $r(t)$,可以实现非常普遍的线性信号处理操作。利用全息记录介质的非线性特性,也能实现某些非线性信号处理操作。注意到全息图可以不用光学方法生成而用计算机生成,就进一步增加了这个处理过程的灵活性。详细介绍见文献[8-5]。

8.3.3 参考脉冲和信号波前之间延迟的影响

这里再对参考脉冲和波形信号之间相对延迟的效应做一些讨论。仍用 $r(t)$ 表示参考脉冲, $s(t)$ 表示信号波形。假设信号波形相对于参考脉冲的延迟为 $s(t - \tau_0)$,其中 τ_0 可正可负,表示信号波形相对于参考脉冲是延迟还是超前。令 $S(\nu) = \mathcal{F}\{s(t)\}$,则

$$\mathcal{F}\{s(t - \tau_0)\} = S(\nu) \exp\{-j2\pi\nu\tau_0\}$$

记录平面的光谱分辨率受到光栅周期和信号光束在光栅上的照明光斑的有限尺寸两方面的限制。实际上,射到全息图上的光谱将和与这个有限光谱分辨率有关的振幅扩展函数进行卷积,卷积的结果使得谱平面上的每一点都有一个光频范围出现。参考光谱和信号光谱在逐个频率的基础上发生干涉。结果在全息图的每一点会出现几个同时产生的条纹图样。这些条纹的空间频率近乎相同,但是相位不同,这是由于出现了由参考光和波形信号的时间差异导致的随频率变化的线性相移。如果在频谱的单个分辨单元内相移($2\pi\nu\tau_0$)改变 2π rad 或者更大,那么各个条纹图样将会由于它们的不同的相位而在很大程度上相互抵消,剩下一片均匀亮度而完全看不到条纹图样。因而参考脉冲和信号波形之间的时间间隔存在一个可以容忍的最大值,即存在着一个以参考脉冲为中心的有限的时间窗口,对信号的全息记录只能在这段时间内进行。如果全息干板的光谱分辨率较高,这个时间窗口就较宽。

最后提一下所谓时间成像的问题,它可以实现透镜、自由空间传播和成像的时域模拟。文献[8-11]给出了时间成像的一些例子,而文献[8-12]讨论了时间显微术的一个应用。

8.4 阵列波导光栅

随着光通信领域内密集波分复用技术的兴起,产生了对波长复用、解波长复用和波长路由等技术的迫切需求,并且要求这些技术具有很高的光谱精度。很自然,在选择方案时,成本和可靠性是极其重要的因素。集成光学是能保证成本和可靠性的一种解决方案。本节介绍一种用于密集波分复用技术的集成光学阵列波导光栅(AWG)。从信息光学的角度可以给AWG一个很有意思的解释。AWG源自Takahashi^[8-13]和Dragone^{[8-14][8-15]}的论文。本节先介绍与AWG有关的几种集成元件,再讲它的总体结构以及它的一些应用。

8.4.1 阵列波导光栅的基本部件

如图 8.4-1 所示,AWG 是一种由简单的集成元件组成的相当复杂的集成器件。这里先简要地描述一下这些基本部件,包括传送光信号的波导、光信号扇入和扇出的星形耦合器和产生波长色散的波导光栅。

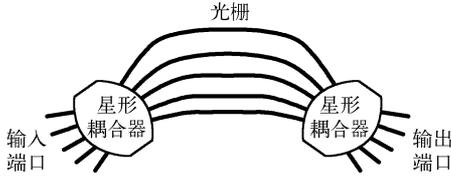


图 8.4-1 AWG 的结构



图 8.4-2 矩形波导截面

1. 集成光波导

集成光路的基本结构单元是波导。由于这种工艺基本上是平面的,所以波导的形状通常是矩形的而不是光纤的圆形。图 8.4-2 示出了一个典型矩形波导的截面。

单模矩形电介质波导的传播理论很复杂,原因有二:①矩形的几何形状,在水平方向和竖直方向上对模式的限制不同;②当 $n_2 \neq n_3$ 时在波导的顶部界面和底部界面对传播模式的限制也不同。本书中用一个有效传播常数 $\beta_{\text{eff}} = 2\pi n_{\text{eff}}/\lambda$ 来表示波导的特征,其中 n_{eff} 是有效折射率, λ 是自由空间波长。 β_{eff} 一般取决于波导的几何形状、光的偏振和光的频率。一般要用数值方法才能准确地计算。设计 AWG 器件需要对波导建立精确的模型。但是,这里限于理解这种器件的一般工作原理,把矩形波导看成电路中的导线,具有连接各个光学部件、传递光信号,以及控制相位延迟的功能。

2. 集成星形耦合器

星形耦合器的用处是把在每个输入端口出现的信号的一部分传给所有的输出端口(扇出),并且在每个输出端口收集来自每个输入端口的部分信号(扇入)。输入端口和输出端口都是用来把信号传进器件和从器件中传出的矩形波导。有些星形耦合器输入端口是 1 个而有 N 个输出端口,另一些星形耦合器输入端口是 N 个而只有 1 个输出端口。但是,一般的星形耦合器为输入端口和输出端口都是 N 个的对称情况。图 8.4-3 示出了扇出和扇入操作的星形耦合器。这种方法是由 Dragone 最先提出的^[8-16]。

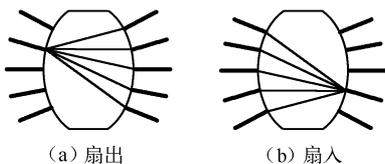


图 8.4-3 星形耦合器

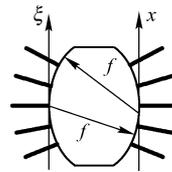


图 8.4-4 星形耦合器的几何关系

星形耦合器由一个比较宽而薄的平面波导(所谓“平板波导”)构成,它的两个弯曲端面在输入端口和输出端口和较小的矩形波导相连接。每个端面的形状都是一段圆弧,每段圆弧的

曲率中心都在对面的圆弧的中点,因此这两段圆弧是共焦的。图 8.4-4 所示为星形耦合器的几何关系,其中 f 是两段圆弧的半径。在实际中,这些小矩形波导彼此之间要比图中显示的情况靠近得多,以得到最大效率。

在傍轴条件下,两个共焦球冠之间发生衍射时,得到的结果是两个表面上的复数场之间成二维傅里叶变换关系。在上述很薄的平面波导中又满足在傍轴条件时,星形耦合器的两个圆弧面上的场由一维傅里叶变换相联系。如果用 $U(\xi)$ 表示星形耦合器左端面上的相干复数场, $U(x)$ 表示星形耦合器右端面上的复数场,光从左向右传播,则有

$$U(x) = \frac{e^{j2\pi/\lambda}}{\sqrt{j\lambda f}} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}x\xi} d\xi \quad (8.4-1)$$

式中, x 和 ξ 坐标在两条平行直线上,与构成星形耦合器两个端面的圆弧在中点相切, λ 是在平板波导内的等效光波波长,它依赖于光的频率和光在波导中传播的有效速度。

如果忽略波导之间的耦合、波导包层中的光,以及在波导的薄的一维上的竖直结构,那么对一个输入波导的端面上的场的一个合理的近似,是一个被截断的高斯函数。于是星形耦合器的输出面上的场是一个 sinc 函数(来自截断效应)和一个高斯函数(高斯函数的傅里叶变换还是高斯函数)的卷积。一个输入波导的宽度必须足够小,才能使得输出场散布到输出面上包括所有输出波导的区域。

应当指出,进入一个 AWG 各输入端口的各个光信号通常是互不相干的——它们常常来自不同的互不相干的光源。然而,由任何一个输入波导引入输入星形耦合器左边的场,在这个波导的范围内是相干的,在星形耦合器输出面上的这个场的傅里叶变换(即对光栅截面的输入)是完全相干的。

对 AWG 中的输出星形耦合器,进入这个星形耦合器的各个波导包含一些互相相干的信号,也包括一些互不相干的信号。每一组互相相干的信号都被星形耦合器聚焦到一个输出波导上。

在设计这样一个星形耦合器时必须加一个限制条件,那就是输出波导的接收角必须足够大,使来自输入波导的尽可能宽的角度光也能够被输出波导捕捉到。另一个表述这个限制条件的方式是基于光的可逆性原则——如果将光从一个输出端口输入星形耦合器,那么这束光应当足够宽地散布到耦合器的整个输入表面以覆盖全部输入波导。这个条件又对星形耦合器的线度加了一个限制。

3. 波导光栅

图 8.4-5(a) 所示为一个自由空间光栅,它由一个不透明屏上等间距分布的一些孔组成;

图(b)所示为 AWG 的波导光栅部分,画出了波导和这个区域的两个端面。图(a)的自由空间光栅满足光栅方程

$$\sin\theta_2 = \sin\theta_1 + m\lambda/\Lambda \quad (8.4-2)$$

式中, λ 为入射光波长。因为屏上的孔很小,存在着许多衍射级。如果照明光的波长改变,那么透射的衍射级的角度也按照这些关系改变。

图(b)所示的波导光栅结构以完全一

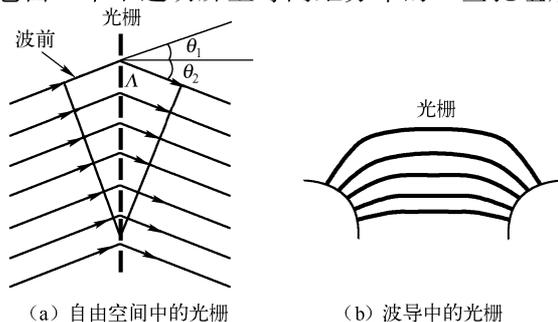


图 8.4-5 波导光栅原理示意图

样的方式工作。随着在阵列中向上移动一个波导,波导的长度增加 ΔL ,相当于自由空间光栅衍射角度增大的负衍射级($m < 0$),而且 $\Delta L = -m\bar{\lambda}$,其中 $\bar{\lambda}$ 是波导中的波长。因而,自由空间光栅和波导光栅之间存在如下对应关系

$$\Lambda(-\sin\theta_2 + \sin\theta_1) \longleftrightarrow \Delta L \quad (8.4-3)$$

4. 总体系统

现在转而考虑图 8.4-1 所示的总体系统的性能,讨论光波波长改变引起的整个系统输出的改变。

假设波长为 λ_0 的光波输入到第一个星形耦合器的中央位置的波导上,并使该波长输出到第二个星形耦合器的中央位置的输出波导上。当波长从 λ_0 改变为 λ_1 后,在图中的波导光栅横截面上,一个波导的输出与此波导下面一个波导的输出之间的相位差 $\Delta\varphi$ 是正值并且是波长的函数,即

$$\Delta\varphi(\lambda) = 2\pi n_g \Delta L / \lambda \quad (8.4-4)$$

式中, n_g 为光栅波导中的有效折射率。当波长从 λ_0 变到 λ_1 时, $\Delta\varphi$ 的变化为

$$\delta\varphi = \Delta\varphi(\lambda_1) - \Delta\varphi(\lambda_0) = 2\pi n_g \Delta L (1/\lambda_1 - 1/\lambda_0) \approx -2\pi n_g \Delta L \Delta\lambda / \lambda_0^2 \quad (8.4-5)$$

这里假定波长的改变相对于 λ_0 很小,并且 $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0$ 。当 $\lambda_1 > \lambda_0$ 时 $\Delta\lambda$ 为正, $\lambda_1 < \lambda_0$ 时 $\Delta\lambda$ 为负,所以波长增大时 $\delta\varphi$ 为负。

$\Delta\varphi$ 的这一变化使离开波导光栅的圆形波前发生一个小的倾斜,并使第二个星形耦合器的输出端面上的亮点位置有一移动。输出位置 x 的变化可用下述系统的色散来计算

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial x}{\partial \varphi} \quad (8.4-6)$$

上式右边第一项可由式(8.4-5)求出:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \approx \frac{\delta \varphi}{\Delta \lambda} = -2\pi n_g \frac{\Delta L}{\lambda_0^2} \quad (8.4-7)$$

第二项可以计算由波前斜率变化导致的 x 改变,即

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = -\frac{\lambda_0 f}{2\pi n_s \Lambda} \quad (8.4-8)$$

式中, n_s 是星形耦合器中平板波导的有效折射率。

综合以上结果,可得波导光栅的色散为

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = \frac{n_g \Delta L f}{n_s \lambda_0 \Lambda} = -m \frac{f}{n_s \Lambda} \quad (8.4-9)$$

上式最后一步推导时假设了 $\Delta L = -m\lambda_0/n_g$,即用的是第 $-m$ 级衍射。

至于 AWG 的分辨率,当光栅的最上一个波导和最下一个波导的输出的相位差为 2π rad 时,两个波长刚刚可以分辨。这时,对于有 N 个波导的波导光栅,需要相邻波导之间的相位改变为 $|\partial\varphi/\partial\lambda| \cdot \delta\lambda = 2\pi/N$ 。用前面得到的 $\partial\varphi/\partial\lambda$ 的表达式,可以得到波长分辨本领为

$$\delta\lambda = \lambda_0 / (Nm) \quad (8.4-10)$$

再应用前面得到的 $\partial x/\partial\lambda$ 的表示式,得到空间分辨本领为

$$\delta x = \left| \frac{\partial x}{\partial \lambda} \right| \cdot \delta \lambda = \frac{\lambda_0 f}{n_s \Lambda} \quad (8.4-11)$$

为了达到这个分辨本领,来自最末一个星形耦合器的输出波导必须窄于 δx 。

还有一个重要的问题是总体系统的自由光谱范围。阵列波导光栅有许多衍射级。假定输

入耦合器上只有中央位置的输入波导受到激励,波长的改变会使输出亮点在系统输出处的各个波导上挨个移动,直到这个亮点通过最后一个输出波导(要么在输出阵列波导的顶部,要么在底部,取决于波长是减小还是增大)。每当输出亮点挪出最后一个输出波导时,一个新的亮点就出现在输出阵列相反一端的波导上。当一个光栅级移出了这个输出波导阵列时,一个相邻的光栅级就产生一个新的亮点代替它,但是在输出阵列的相反一端上。事实上由于衍射级数太多存在着输出亮点的“卷绕”现象。在“卷绕”现象发生之前可以提供的波长的范围叫作系统的自由光谱范围。

当式(8.4-5)中的 $\delta\varphi$ (相邻的光栅波导之间的)刚好改变 2π rad 时,或者当自由光谱范围

$$X = \left| \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right| \cdot 2\pi = \frac{\lambda_0 f}{n_s \Lambda} \quad (8.4-12)$$

时,光栅级发生改变。

这就是对 AWG 的一般特性的讨论。

8.4.2 阵列波导光栅的应用

AWG 有以下两种主要应用。

1. 波长复用器和解复用器

图 8.4-6 示出了 AWG 用做密集波分复用信号的复用器和解复用器。先考虑解复用器,单个输入端口带着等间隔的光波波长 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ 到达 AWG 的输入端。AWG 分离这些信号,在 N 个分离的输出端口的每个端口上产生这 N 个不同波长中的一个波长。波分复用信道之间的波长分离程度必须大于或等于 AWG 的波长分辨本领。光栅中至少需要 N 个不同的波导来对 N 个不同的等间隔光波波长解复用。

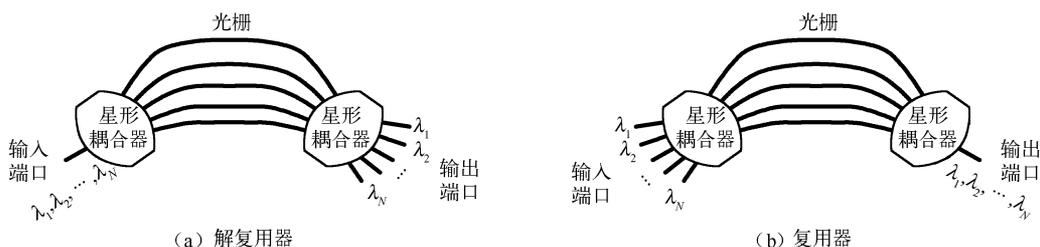


图 8.4-6 AWG 用做解复用器和复用器

复用器有相似的光路,只不过作为复用器现在有 N 个不同的输入端口,每个载有单一的光波波长和一个输出端口,上面载有全部各个波长。光栅中仍然需要至少 N 个不同的波导以复用 N 个不同的等间隔波长。

2. 波长路由器

AWG 的波长路由功能,通过 AWG 与有色散的自由空间成像系统的类比很容易理解。考虑图 8.4-7 所示的成像系统。图中示出两个正透镜,每个的焦距均为 f ,它们沿系统的光轴方向与光栅的距离都是 f 。没有光栅的话,这就是一个 $4f$ 成像系统,它将产生物的一个放大率为 1 的倒像。光栅的出现使系统的后半部分偏转一个角度,并且使系统产生色散。每个透镜和其前后的两个自由空间一起组合,类似于一个星形耦合器,而图中的光栅则类似于 AWG 中的波导光栅。AWG 的波长路由原理如图 8.4-8 所示。

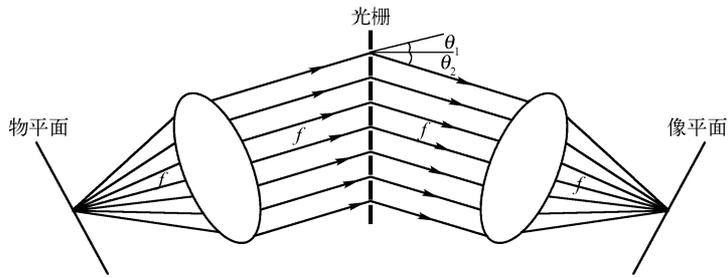


图 8.4-7 AWG 和成像的类比

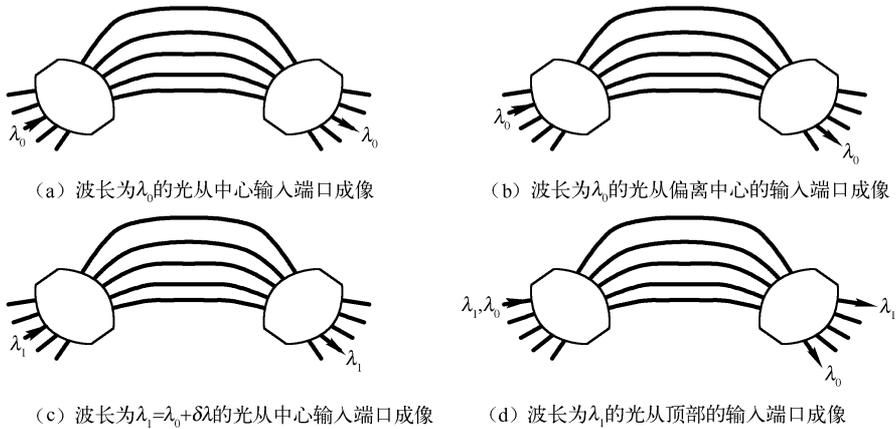


图 8.4-8 AWG 的波长路由原理示意图

现在考虑 AWG 在几种不同输入条件下的情况。图 8.4-8(a) 表示 AWG 有一个波长的光在它的中心输入端口输入, 所有其他输入端口均不工作。标注出波长 λ_0 是为了表明, 系统正是被设计成在这个波长上直接从中心输入端口成像到中心输出端口。图 8.4-8(b) 所示为同一波长 λ_0 的光被往上移一个输入端口, 根据简单的成像定律, 结果是输出往下移一个端口。用这种方式, 可以用成像规则来确定, 当波长为 λ_0 的光输入到任何一个输入端口上时, 它将出现在哪个输出端口。在图 8.4-8(c) 所示的情况下, 我们将波长从 λ_0 增大到 $\lambda_1 = \lambda_0 + \delta\lambda$, 这里 $\delta\lambda$ 是将输出往下移动一个输出端口所需的波长改变量 ($\delta\lambda$ 是 AWG 的波长分辨本领)。于是在波长 λ_1 下输出往下移动一个输出端口。如果将波长为 λ_1 的输入移到一个别的输入端口, 输出总是出现在由简单成像规律预言的位置往下移动一个端口, 除非这种往下移动会将预期的输出端口移出输出阵列的末端。在后一种情况下会发现 λ_1 光位于输出阵列的顶端, 如图 8.4-8(d) 所示。波长从 λ_0 开始变化会使输出在各个输出端口上循环移动, 移动的端口数目就是波长变化中增量 $\delta\lambda$ 的个数。若我们用的是 AWG 中负衍射级, 那么波长增长导致往下移动, 波长缩短导致往上移动。

再来理解一个 AWG 的最普遍的波长路由应用。如图 8.4-9 所示, 考虑一个波长编号系统, 这个系统既根据这些波长进入的输入端口, 也根据它们对 λ_0 的偏移量对波长编号。 λ_0 标记的是成像时不引起循环变化的波长。输入端口从底部到顶部依次编号为 0 到 $N-1$ 。赋予波长两个下标, 第一个下标表示这个波长进入的输入端口, 第二个下标是以 $\delta\lambda$ 为单位它从 λ_0 偏移的数量, $\delta\lambda$ 是 AWG 的分辨率。因而标记为 $\lambda_{n,m}$ 的波长表示出现在第 n ($n=0, 1, \dots, N-1$) 个输入端口的波长为 $\lambda_0 + m\delta\lambda$ ($m=0, 1, \dots, N-1$) 的光波。

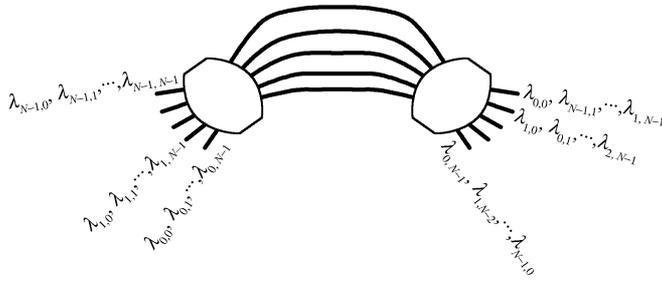


图 8.4-9 AWG 的波长路由应用示意图

假定每个输入端口都有全部波长,也就是说每个输入端口都有所有 N 个可能的波长。图 8.4-9 的输入处表示的就是这种情况。上面描述的路由功能现在可以在一个一个波长的基础上应用于全部输入的集合。AWG 右边的波长下标表示出现在每个输出端口的波长。每个输出端口都包含有全部波长,但是来自每个输入端口只有一个不同的波长。于是 AWG 起着—个复杂的波长重新排列器件的作用,它在每个输出端口填满全部波长,而每个波长来自—个不同的输入端口。这样的路由功能是一种波长交换器,它对在复杂网络拓扑结构中连接网络各个分支是很有用的。

习题八

8-1 在类似于式(8.2-6)的情况下,当 θ_2 不十分小,以致于不能满足近似条件 $\sin\theta_2 \approx \theta_2$ 时,试求出以 x 为自变量的 ν 的表达式。

8-2 根据图 8.4-8 描述的结果,定义 $\lambda_m = \lambda_0 + m\delta\lambda$,如果输入波长如图题 8-2 所示,试问在 AWG 的输出端口将出现什么?

8-3 一个 AWG 的输入星形耦合器有 N 个输入波导和 $2N$ 个输出波导。输出星形耦合器有 $2N$ 个输入波导和 $2N$ 个输出波导。在光栅断面上有 $2N$ 个波导。全部星形耦合器波导的宽度和间距都相同,则第二个星形耦合器的输出处的波导占有的表面面积是第一个星形耦合器占有的表面面积的 2 倍。

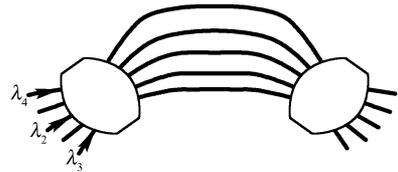


图 题 8-2

(a) 用 $N, m, n_s, n_g, \lambda_0, f$ 和 Λ 中任何需要的参数,写出这个 AWG 的波长分辨率 $\delta\lambda$ 、空间分辨率 δx 和自由频谱范围 X 。

(b) 为这个 AWG 绘制—张类似于图题 8.4-9 的图,标明来自不同输入端口的各个波长出现在哪个输出端口上。

参 考 文 献

第 1 ~6 章

- 1 J. W. 顾德门. 傅里叶光学导论(第 3 版). 秦克诚,等译. 北京:电子工业出版社,2006
- 2 J. D. 加斯基尔. 线性系统·傅里叶变换·光学. 封开印,译. 北京:人民教育出版社,1983
- 3 M. 波恩,E. 沃耳夫. 光学原理(第 7 版上册). 杨葭荪,等译. 北京:电子工业出版社,2005
- 4 M. 波恩,E. 沃耳夫. 光学原理(第 7 版下册). 杨葭荪,译. 北京:电子工业出版社,2006
- 5 母国光,战元龄. 光学(第 2 版). 北京:高等教育出版社,2009
- 6 于美文,等. 光学全息及信息处理. 北京:国防工业出版社,1984
- 7 金国藩,严瑛白,邬敏贤,等. 二元光学. 北京:国防工业出版社,1998
- 8 虞祖良,金国藩. 计算机制全息图. 北京:清华大学出版社,1984
- 9 陈家璧,苏显渝. 光学信息技术原理及应用(第 2 版). 北京:高等教育出版社,2009
- 10 吕乃光. 傅里叶光学(第 2 版). 北京:机械工业出版社,2006
- 11 吕乃光,陈家璧,毛信强. 傅里叶光学(基本概念和习题). 北京:科学出版社,1985
- 12 苏显渝,李继陶. 信息光学. 北京:科学出版社,1999
- 13 清华大学光学仪器教研组. 信息光学基础. 北京:机械工业出版社,1985
- 14 宋菲君,S. Jutamulia. 近代光学信息处理. 北京:北京大学出版社,1998
- 15 梁铨廷. 物理光学(修订本). 北京:机械工业出版社,1987,
- 16 刘培森. 应用傅里叶变换. 北京:北京理工大学出版社,1990
- 17 王仕藩. 信息光学理论与应用. 北京:北京邮电大学出版社,2004
- 18 李俊昌,熊秉衡等. 信息光学理论与计算. 北京:科学出版社,2009
- 19 杨振寰. 光学信息处理. 母国光,等译. 天津:南开大学出版社,1986
- 20 Francis T. S. Yu 等著. 光信息技术及应用. 冯国英,等译. 北京:电子工业出版社,2006
- 21 朱伟利,盛嘉茂. 信息光学基础. 北京:中央民族大学出版社,1997
- 22 钟锡华. 现代光学基础. 北京:北京大学出版社,2003
- 23 苏显渝,郭履容. 光学图像减法及其差异的假彩色显示. 仪器仪表学报,1984,5(1): 49 ~ 54
- 24 郭履容,陈祯培,王植恒. 相位调制密度假彩色编码. 光学学报,1984. 4(2):145 ~ 147
- 25 Xianyu Su, Guansen Zhang, Lurong Guo. Phase-only composite filter. Optical Engineering, 1987, 26(6): 520 ~ 523

第 7 章

- 7-1 沈全洪,徐端颐,齐国生,张启程,胡恒,宋洁. 高密度蓝光存储及其扩展技术. 光学技术,2005,31(6): 921 ~ 924
- 7-2 Kadokawa Y, Shimizu A, Sakagami K. Multi-level optical recording using a blue laser. Proc SPIE, 2003, 5096 : 369 ~ 374
- 7-3 齐国生,肖家曦,刘嵘. 光致变色二芳基乙烯多波长光存储研究. 物理学报,2004,53(4): 1076 ~ 1080
- 7-4 王佳. 高密度近场光学存储技术的发展. 记录媒体技术,2003,3:19 ~ 22
- 7-5 刘嵘,齐国生,徐端颐. Super-RENS 超分辨光存储实验研究. 光电子·激光,2003,14(9): 929 ~ 932
- 7-6 H. Kogelnik. Coupled wave theory for thick holograms gratings. The Bell Syst. Tech. J. 1969, 48: 2909 ~ 2947
- 7-7 陶世荃,王大勇,江竹青. 光全息存储. 北京:北京工业大学出版社,1998

- 7-8 Shiquan Tao, Geoffrey W. Burr. Performance optimization of volume gratings with finite size through numerical simulation. CLEO/IQEC and PhAST Technical Digest on CD-ROM (The Optical Society of America, Washington, DC, 2004) paper No. CTuE5
- 7-9 Vincent Moreau, Yvon Renotte, Yves Lion. Characterization of DuPont photopolymer; determination of kinetic parameters in a diffusion model. *Applied Optics*, 2002, 41(17): 3427 ~ 3435
- 7-10 JIANG Zhu-Qing, TAO Shi-Quan, YUAN Wei, LIU Guo-Qing, WANG Da-Yong. Optical Erasure Characteristics of Holograms in Batch Thermal-Fixing. *Chinese Physics Letters*, 2006, 23(10): 2749 ~ 2752
- 7-11 J. H. Sharp, et. al. High-speed, acousto-optically addressed optical memory. *Appl. Opt.*, 1996, 35(14): 2399 ~ 2402
- 7-12 Hsin-Yu Sidney Li and Demetri Psaltis. Three-dimensional holographic disks. *Appl. Opt.*, 1994, 33(17): 3764 ~ 3774
- 7-13 Shiquan Tao, Jiang, ZQ; Yuan, W; Wan, YH; Wang, Y; Liu, GQ; Wang, DY; Ding, XH; Jia, KB. High-density large-capacity nonvolatile holographic storage in photorefractive crystals. *Proceedings of SPIE*, 2005, 5643: 63 ~ 72
- 7-14 张家骅, 黄世华, 虞家琪. 室温下的永久性光谱烧孔. *发光学报*, 1991, 12: 181 ~ 182
- 7-15 Bern Kohler, Stefan Barnet, Alois Renn, and Urs P. Wild. Storage of 2000 holograms in a photochemical hole-burning system. *Opt. Lett.*, 1993, 18(24): 2144 ~ 2146
- 7-16 R. Kachru and X. A. Shen. High speed recording with rare-earth-doped hole-burning materials. *Proceedings of SPIE*, 1995, 2604: 11 ~ 14
- 7-17 Alois Renn, Urs P. Wild, and Aleksander Rebane. Multidimensional Holography by Persistent Spectral Hole Burning. *The Journal of Physical Chemistry A*, 2004, 106(13): 3045 ~ 3060
- 7-18 于美文. 光全息学及其应用. 北京: 北京理工大学出版社, 1996, 445 ~ 467
- 7-19 R. J. 科利尔等. 光全息学. 盛尔镇, 孙明经, 译. 北京: 机械工业出版社, 1983, 500 ~ 505
- 7-20 蔡雪强, 柯重来. 真彩色模压全息图. *应用激光*, Vol. 12, No. 4, 1992, 167 ~ 169
- 7-21 Newswanger, Holographic diffraction grating patterns and method for creating, US, Patent No. 5291317, March, 1994
- 7-22 Chih-Kung Lee et al. Optical configuration and color-representation range of a variable-pitch dot matrix holographic printer. *App. Opt.*, Vol. 39, No. 1, 2000, 40 ~ 53
- 7-23 V. G. Komar. Progress on the holographic movie process in USSR. *SPIE*, Vol. 120, 1977, 127 ~ 144
- 7-24 P. Smigielski, H. Fagot, F. Albe. Progress in holographic cinematography, *SPIE*, Vol. 600, 1985, 186 ~ 193
- 7-25 P. St. Hilaire, S. A. Benton, and Mark Lucente. Synthetic aperture holography; a novel approach to three-dimensional displays, *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 9, No. 11, 1992, 1969 ~ 1977
- 7-26 P. St. Hilaire. Scalable optical architecture for electronic holography, *Opt. Eng.*, Vol. 34, No. 10, 1995, 2900 ~ 2911
- 7-27 Gregory P. Nordin, Michael W. Jones, Jeffrey H. Kulick, Robert G. Lindquist and Stephen T. Kowel. Three-dimensional display utilizing a diffractive optical element and an active matrix liquid crystal display, *Opt. Eng.* Vol. 35, No. 12, 1996, 3404 ~ 3412
- 7-28 Fujio Iwata. 3D Moving display Using Grating Image Technology. *Optical and electro-optical engineering contact*, Vol. 36, No. 11, 1998, 27 ~ 34 (in Japanese)
- 7-29 Sava Tay, P. A. Blanche, R. Voorakaranam, et. al. An updatable holographic three-dimensional display [J]. *Nature*, 451(7179), 2008, 694 ~ 698

第 8 章

- 8-1 K. O. Hill, et al. Photosensitivity in optical fiber waveguides; application to reflection filter fabrication. *Appl. Phys. Lett.*, 1978, 32: 647
- 8-2 T. A. Strasser and T. Erdogan. Fiber grating devices in high-performance optical communications systems. In

- I. Kaminow and T. Li, editors, Optical Fiber Telecommunications IVA. Components. Academic Press, New York, 2002
- 8-3 R. L. Fork, B. I. Greene, and C. V. Shank. Generation of optical pulses shorter than 0.1 psec by colliding pulse mode locking. *Appl. Phys. Lett.*, 1981, 38:671
- 8-4 A. M. Weiner. Femtosecond Fourier optics: Shaping and processing of ultrashort optical pulse. In T. Asakura, editor, *International Trends in Optics and Photonics—ICO IV*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1999
- 8-5 A. M. Weiner. Femtosecond pulse shaping using spatial light modulators. *Rev. of Scin. Inst.* 2000, 71:1929
- 8-6 A. M. Weiner, et al. . Programmable shaping of femtosecond optical pulses by use of a 128-element liquid crystal pulse modulator. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1992, 28:908
- 8-7 C. W. Hillegas, et al. . Femtosecond laser pulse shaping by use of microsecond radio-frequency pulses. *Opt. Lett.* 1994, 19:737
- 8-8 A. J. Mendez, et al. . Design and performance analysis of wavelength/time (w/t) matrix codes for optical CDMA. *J. Lightwave Tech.*, 2003, 21:2524
- 8-9 C. C. Chang, et al. . Dispersion-free fiber transmission for femtosecond pulses by use of a dispersion-compensating fiber and a programmable pulse shaper. *Opt. Lett.* 1998, 23:283
- 8-10 A. M. Weiner, et al. . Spectral holography of shaped femtosecond pulses. *Opt. Lett.* 1992, 17:224
- 8-11 B. Kolner. Generalization of the concepts of focal length and f-number to space and time. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, 11:3229
- 8-12 C. V. Bennett and B. H. Kolner. Upconversion time microscope demonstrating 103X magnification of femtosecond waveform. *Opt. Lett.* 1999, 24:783
- 8-13 H. Takahashi, et al. . Arrayed-waveguide grating for wavelength division multi/demultiplexer with nanometer resolution. *Electron. Lett.*, 1990, 26:87
- 8-14 C. Gragone, An optical multiplexer using a planar arrangement of two star couplers. *IEEE Photon. Tech. Lett.*, 1991, 3:812
- 8-15 C. Gragone. Integrated optics $n \times n$ multiplexer on silicon. *IEEE Photon. Tech. Lett.*, 1991, 3:896
- 8-16 C. Gragone. Efficient $n \times n$ star couplers using Fourier optics. *J. Lightwave Tech.*, 1989, 7:479

反侵权盗版声明

电子工业出版社依法对本作品享有专有出版权。任何未经权利人书面许可，复制、销售或通过信息网络传播本作品的行为；歪曲、篡改、剽窃本作品的行为，均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人应承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。

为了维护市场秩序，保护权利人的合法权益，我社将依法查处和打击侵权盗版的单位和个人。欢迎社会各界人士积极举报侵权盗版行为，本社将奖励举报有功人员，并保证举报人的信息不被泄露。

举报电话：(010) 88254396；88258888

传 真：(010) 88254397

E-mail: dbqq@phei.com.cn

通信地址：北京市海淀区万寿路173信箱

电子工业出版社总编办公室

邮 编：100036

高等学校“电气信息类”精品教材、优秀畅销教材

书号	书名	作者	奖项、教辅	
09191	电路分析基础教程	燕庆明		电子课件
09710	电路分析基础(第2版)	周茜		电子课件
08925	电路分析(第2版)	刘健		电子课件
即将出版	电工与电子技术	毕淑娥		电子课件
即将出版	电工技术(第2版)	黄锦安		省精品课程、电子课件
09902	信号与系统(第3版)	王宝祥		
06239	信号与系统(第3版)	徐天成		电子课件
09194	数字信号处理原理及其MATLAB实现(第2版)	丛玉良		电子课件、习题解答
10764	数字信号处理——原理、实现及应用(第2版)	高西全 丁玉美		省精品课程、电子课件、程序集、配套辅导书
04928	数字信号处理学习指导与习题解答	丁玉美		
11173	数字信号处理	刘兴钊		电子课件、习题解答
即将出版	数字信号与系统——新视野数字信号处理教程	韦岗		国家精品课程
07991	信号分析与处理	燕庆明		电子课件
10625	模拟电子技术基础(第2版)	王卫东		省精品课程、电子课件
06390	模拟电路与数字电路(第2版)	寇戈		国家精品教材、电子课件
06379	数字逻辑电路与系统设计	蒋立平		国家精品课程、电子课件、习题解答
10672	数字逻辑电路基础	江国强		电子课件、习题解答
09152	数字电子技术基础教程	夏路易		电子课件、习题解答
08235	高频电子电路(第2版)	王卫东		电子课件、EWB仿真、习题解答
10863	通信电路基础(第2版)	沈琴		电子课件、习题解答
06210	现代模拟集成电路原理及应用	王卫东		电子课件
05697	电子线路设计·实验·测试(第4版)	谢自美		国家精品课程、课程网站
即将出版	射频电路设计	褚庆昕		国家精品课程、课程网站
03278	随机过程理论(第2版)	周荫清		电子课件、配套习题集
03628	随机信号分析(第3版)	李晓峰		电子课件
07668	随机信号分析基础(第3版)	王永德		
即将出版	随机信号分析(第2版)	赵淑清		
10067	离散信号检测与估计	马淑芬		电子课件、习题解答
06583	通信原理教程(第2版)	樊昌信		国家精品课程、电子课件、配套辅导书、配套英文版教材
10959	通信原理(英文版)	樊昌信		
03861	通信原理学习指导与习题解答	郭爱煌		
08025	现代通信原理与技术	王兴亮		国家精品课程、电子课件
即将出版	通信原理大学教程	曹丽娜		国家精品课程
04373	通信系统建模与仿真	韦岗		
06850	移动通信基础(第2版)	杨家玮		电子课件

¹ 普通高等教育“十一五”国家级规划教材

书号	书名	作者	奖项、教辅	
08644	卫星通信导论(第3版)	朱立东		电子课件
即将出版	通信系统概论(第2版)	章坚武		
11600	现代交换原理与技术(第2版)	罗国明		电子课件
07595	光纤通信(第2版)	王辉		电子课件
08252	雷达原理(第4版)	丁鹭飞		国家重点教材、电子课件
06384	数据通信与网络	李文海		电子课件
09126	接入网技术概论	王兴亮		电子课件
即将出版	信息传输技术原理及应用	张树京		电子课件
11902	电子科学与技术导论(第2版)	李哲英		电子课件
即将出版	语音信号处理(第3版)	胡航		电子课件
即将出版	数字语音编码	姚天任		
即将出版	微波技术基础教程	闫润卿		
03970	电子测量技术(第2版)	林占江		电子课件、习题解答
10675	电子测量实验教程	林占江		
即将出版	电子测量基础	孙续		
04880	现代微机原理与接口技术(第2版)	杨全胜		
10481	单片机原理及应用—— 基于51与高速SoC51	夏路易		电子课件
05131	计算机网络简明教程	谢希仁		电子课件
即将出版	DSP原理及应用基础	张雄伟		电子课件
即将出版	PLC实用教程——西门子S7-300	弭洪涛		省精品课程、电子课件
08826	MATLAB及在电子信息类课程中的应用(第2版)	唐向宏		电子课件
05348	计算机仿真技术与CAD—— 基于MATLAB的控制系统(第2版)	李国勇		电子课件
07955	人工智能及其应用	李国勇		电子课件
09876	可编程控制器技术	齐蓉		省精品课程、课程网站
即将出版	控制工程基础	王敏		省精品课程
06336	物理光学(第3版)	梁铨廷		电子课件、 配套辅导书
11919	物理光学简明教程	梁铨廷		
07694	物理光学学习指导与题解	刘翠红		
06582	光电技术(第2版)	王庆有		电子课件
07179	激光原理及应用(第2版)	陈家璧		电子课件、习题解答
06917	应用光学(第3版)	张以谟		
08624	光电信息物理基础	沈为民		电子课件
08719	光电检测技术与系统	高雅允		电子课件
12057	信息光学原理	苏显渝 吕乃光 陈家璧		电子课件
即将出版	光电信息综合实验与设计教程	王庆有		
即将出版	光电信息科学与工程专业英语教程	张彬		
即将出版	薄膜技术(第2版)	卢进军		

教材服务与教辅支持,请垂询:010-88254532 (Tel), Email:wangrh@phei.com.cn,
更多教材、教辅信息请登录华信教育资源网 www.hxedu.com.cn



欢迎登录 **免费** 获取本书教学资源
<http://www.hxedu.com.cn>

电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业

信息光学原理

信息光学是光学和信息科学相结合而发展起来的一门新的光学学科。本书介绍信息光学的基本理论及最新进展。全书共分8章。第1~3章介绍信息光学的基础理论，第4~6章介绍光学全息、计算全息、光学信息处理，第7~8章介绍最近发展起来的光信息存储与三维全息显示、光通信中的信息光学。

本书特点：

- ◎ 把光学看做信息科学技术的一个重要组成部分进行研究。
- ◎ 密切联系实际，启发学生用信息光学的基础理论解决光学信息技术的各种应用问题。
- ◎ 配有许多独具匠心的习题，以及有关参考文献，可以引导读者自学，启发读者思维，培养创新能力。



策划编辑：韩同平
责任编辑：韩同平
封面设计：张 昱

本书贴有激光防伪标志，凡没有防伪标志者，属盗版图书。

ISBN 978-7-121-12057-2



9 787121 120572 >

定价： 元